

研究紀要 第36集

算数・数学科の問題解決における
思考過程とその指導

〔2〕

—文章題指導の実験的研究—

1963

新潟県立教育研究所

ま え が き

学力と学習指導の問題は学校教育の中心的な課題である。児童生徒の学力向上ということは、いつの時代でも変わらぬ社会的要請であり、父母の願いでもあろう。青少年の学力を向上し、人材を開発するということは、科学技術の飛躍的に進歩する現代において、各国とも競って力を入れているところであり、それは一つの世界的な動向ともみられる。わが国においても、たびかさなる教育課程・学習指導要領の改訂を経て、学力向上への努力は、行政面でも実践面でも、たゆみなく真剣に続けられている。ところが、本県の実情をみると、関係者の努力にもかかわらず、毎年行なわれる学力調査でも全国水準を下まわっており、これが向上をはかり、児童生徒一人一人の学力をじゅうぶん伸ばし育てることは、本県教育における現下の重大課題である。

当研究所では昭和34年以来、学力向上のための学習指導の改善をテーマとして、全所員の共同研究体制のもとに共同思考をかさねながら、主として小・中学校の全教科にわたって実証的な研究を進めてきた。また、36年度からは、全国教育研究所連盟でも、国語・社会・算数数学・理科の学力と学習指導についての全国的な共同研究を行なうようになったので、当研究所も積極的にこの4教科の共同研究に参加し、その推進に寄与している。

ところで、児童生徒の理解力とか、思考力というのは、どのようにして伸び、その学力はどのようにして形成されていくものであろうか。また、日に日に科学技術の躍進する現代に生きぬいていく青少年に、どのような学力を、どのようにして育てていくことが望ましいのであろうか。これは実に重大かつ困難な研究問題である。われわれは総力をあげて、一步でも二歩でもこの問題解決にせまる実証的な研究を進めたいと念願し、単に指導技術上の問題や速効的な学力向上法ではなく、真に生きて働く学力を形成していく基本的な学習指導法を確立したいと思う。

この紀要は、昨年度の研究紀要「算数・数学科の問題解決における思考過程とその指導〔1〕」に引き続き、今年度の研究、文字式を使って解く文章題の文字を、数字におきかえて指導した場合の効果に関する実験的研究をまとめたものである。おおかたのご批判をいただければ幸いである。なお、この研究は、それぞれ研究協力学校の絶大な協力のもとに行なったもので、学校長はじめ、直接間接に協力していただいた職員各位、ならびに児童生徒諸子に対しても心から深く感謝の意を表するしだいである。

昭和38年8月28日

新潟県立教育研究所長 小林 正直

目 次

まえがき

第一章 総 論	1
I 第一次研究(昭和36年度)の概要	1
II 第一次研究の成果 → 思考の様態について	1
III 第二次研究(昭和37・38年度)の仮説	2
IV 第二次研究の作業仮説(昭和37年度の研究)とその意義	3
第二章 文字式をつかって解く文章題の困難度の検証(予備調査)	4
I 予備調査の目的	4
II 調査の対象, 群の作成	4
III 調査の領域(調査問題の内容), 問題の作成	4
IV 調査の方法	4
V 図表	4
VI 調査の結果の解釈	9
VII 調査の結果と実験研究の参考事項	10
第三章 第二次研究の作業仮説の研究計画	12
I 作業仮説	12
II 研究領域	12
III 研究対象	12
IV 研究期間	12
V 研究方法	12
第四章 実験研究	14
I 実験研究の目的	14
II 実験研究の概要	14
III 条件の統制	14
IV 評価測定	15
V 実験的学習指導	18
VI 実験結果とその考察	42
第五章 資 料	49
第六章 結 論	77
I 文字文章題の指導について	77
II 第二次研究仮説の実証と次年度の課題	80
III 本年度の研究方法の反省 — 比較群法について	80
・ 参 考 文 献	82

第一章 総論

I 第一次研究（昭和36年度）の概要

全国教育研究所連盟では、「算数数学科の学習における思考力の形成とその指導に関する研究」という題目で、児童生徒の算数数学科の学習における思考の様態を明かにし、その力を伸ばすための学習指導はどうあるべきかという研究を、3か年計画で開始した。研究紀要第29集は、その第一次研究として、当研究所が分担実施したものの報告であった。

第一次研究の目的は、児童生徒が算数数学科の問題に立ち向かった場合に、どのように思考するものなのか、換言すれば、算数数学科の問題解決における児童生徒の思考過程、特に児童生徒がどのような場合につまずき、どのような契機でそれを打開するのかを具体的に究明した。

それによって、児童生徒に育てるべき数学的思考とは、具体的には何であるかを明らかにし第二次研究の目的である望ましい指導法に対する仮説設定の根拠が得られたのである。このように第一次研究、すなわち紀要第29集で報告した研究は、児童生徒の思考の過程や様態をありのままにみることをねらったもので指導法の改善を直接の目的としたものではなかった。したがって指導法については、第二次の研究の結果に待たなければならないわけであったが、第一次研究も、つぎの段階では、指導法の問題に進むことを予想したものであり、なおまた、この紀要を読まれる方々の多くは小中高校の教師であり、指導法の改善に最も強い関心を持っておられるであろうことなどを考え、研究の過程で考えさせられた指導上の問題にも、ふれてきたのであった。

II 第一次研究の成果——思考の様態について

第一次研究の目標である「算数数学科の問題を解決することができ、算数数学科を理解することができるような数学的思考とは具体的には何であるか」を研究した成果については、紀要第29集に詳細に示したのであるが、ここにその要点を記しておく。

1. 思考は既有経験を前提とし、それによって制約される。
 - ・ 問題場面を理解できるだけの生活経験、前提となる知識技能等が必要なことは当然であるがそれらの知識技能が構造づけられ体制化されていることが、見とおしの成立を容易にする。
 - ・ また概念操作の方法、思考の方向も既有経験に制約される。
2. 思考活動は、一応の、または部分的の見とおし——予想の成立から始まる。
 - ・ 最初に問題の確認がある。既有の反応と問題すなわち対象との間の矛盾の自覚 問題意識が思考を推し進めるエネルギーである。
 - ・ 初めに、一応の、または部分的の見とおしを立てる。ここに思考の中心的工作がみられる。
 - ・ 初めから全体の見とおしが成立するというより、部分的の、または一応の見とおしで処理、操作をしてみる。その結果を足場にして、つぎの見とおしを立てる。予想——試行——予想の修正またはつぎの段階の予想。
3. 思考は目標に導かれて発展する。
 - ・ 一応の、または部分的な見とおしによる処理の結果は、目標によって意味づけられ、目標に つながらないと判断された場合は、その結果がすてられ、予想の修正または観点の変更が行な

われる。

- ・ その結果に論理的な意味づけができず、目標につながらないと知りながら、予想を修正したり観点を変更して新しい見とおしが成立しない場合、それが思考の行きづまりである。
- 4 児童生徒は、初めの見とおしや処理の結果に、こだわる傾向が強い。
- 5 問題の構造を洞察し、関係を把握することは、数学的な観点に立って問題に対処することによってのみ可能である。観点が異なれば同一の問題でも異なった構造のものとして把握され、したがって解決の方法も異なってくる。
- 6 算数数学の問題解決には、それにふさわしい方法があり、それによって見とおしの成立が可能になる。
- 7 児童生徒の思考が方向づけられ、観点が統一されていない場合は、たとえ目で見えるような具体的な姿で対象が提示されても、関係を把握することはできない。思考の発展は見られず、授業は混乱する。
- 8 思考は、行為の、概念の世界への引き写しである。抽象的な概念の操作ができるまでになっていない場合は、具体的な行為またはその表象で考える。

Ⅲ 第二次研究（昭和37、38年度）の仮説

思考を高めることを目的とする授業は、次の原則によって組織されなければならないであろう。

- 1 算数数学科の指導は、数学的な方法や観点を身につけさせることを目標として行なわれなければならない。
- 2 数学的な思考の力は、数学を学習する過程において、かつ、それによってのみ育てられる。
- 3 教師の説明は、数学的な思考の過程にしたがって、行なわれなければならない。
 - ・ たとえば「こうすればよい」というのではなく、どうして「こうすればよい」という見とおしが成立したかを、理解させなければならない。
- 4 教師は、児童生徒が数学的な観点から問題に立ち向かい数学的な方法で処理するよう、その思考を方向づけなければならない。
- 5 児童生徒が問題解決に成功し、または失敗した決定的な原因が、このような数学的な観点からこのような数学的な方法で処理したか否かにあることを、児童生徒に自覚させなければならない。
- 6 児童生徒の知識技能が、体制化され構造づけられるよう指導しなければならない。

数学的な思考の観点や方法は、成熟または自然の成長によって身につくものでなく、指導しなければならないものとする。たとえ自然の成長や成熟によって可能であるとしても、それをまっぴらしたのでは、人類が経験したと同様に、数千年の歳月を要するであろう。

ところで、具体的な数学的思考の観点や方法は、それぞれ教材の本質、今後児童生徒にどのような数学の学習を期待するかという将来の見とおし、および児童生徒の心理的発達段階をふまえて、検討を進めていかなければならないものであろう。

この点については、第二次以降の研究における授業の実践とその観察分析の作業の過程で、そのような観点や方法を身につけさせる指導法とともに、具体的な研究を積み重ねていきたいと思う。

Ⅳ 第二次研究の作業仮説（昭和37年度の研究）とその意義

作業仮説

文字式をつかって解く文章題がわかりにくいときは、文字をかんだ数字におきかえて考えるとよい。

思考を高めることを目的とする算数数学科の指導は、数学的な思考の方法や観点を身につけさせることを目標として行なわれなければならないと思われるが、思考が、抽象的な概念の操作でできるまでになっていない場合は、具体的な行為または表象で考えることによって、問題解決のおおきな手がかりとなるようである。このことは、算数から数学にかわって、代数、幾何をとりあつかり中学では特に研究しなければならないものと思われる。ある調査（資料2P 61）によると、「小学生は算数が一番好きのようであるが、中学生になるときらいになり、特に義務教育9か年で中学一年生が一番数学がきらいである。」ということは、この調査が、どの程度たしかであるかは別として、事実、中学生は、一般的にいって、数学は得意でないようである。その理由はいろいろ考えられるが、一つは、生徒の心理的発達段階に即応しない指導があるからではなからうか。本年はそこに研究の焦点を小さくしぼり、深いメスを入れることによって、第二次研究仮説をできるだけ多く実証したいと試みた。この作業仮説の研究は、直接的には次のことを目的としている。

実証的資料の作成

文字式をつかって解く文章題の文字を数字におきかえて、指導する操作は、よい方法であるといわれているし、たゞそのようにして指導が行なわれているであろうが、この指導法を実験的に研究し、その機能を明らかにし、学習の効果を測定することにより、この指導法の機能と効果についての実証的資料を作成すること。

第二章 文字式をつかって解く文章題の 困難度の検証（予備調査）

文字式をつかって解く文章題を文字文章題，数字式をつかってとく文章題を数字文章題と，この
紀要では仮称する。

文字文章題が，むずかしいといわれているが，それは，数学文章題と比較してのことであると思
われる。この研究も，たしかに，文字文章題はむずかしいということから出発しなければならない
と考えられるので，作業仮説を実証する前に，この予備調査から始めることにした。

I 予備調査の目的

1. 文字文章題が数字文章題よりむずかしいという実証
2. どのようにむずかしいかの調査
3. この調査の結果を本研究，ならびに学習指導上の参考とする。

II 調査の対象，群の作成

1. 調査の対象 中学校三年生 198名
2. 等質群の作成 知能，学力を基準にして，文字群99名，数字群99名ずつの等質の二つの
群を作成する。（資料3P 61）

III 調査の領域（調査問題の内容）問題の作成

1. 調査の領域 本研究と同一の文字文章題（計算・割合・計量）
2. 問題の作成 次の40題の文章題を作成した。
文字文章題 (A₁)を10題，(B₁)を10題あわせて20題
(資料1P 49)
数字文章題 (A₁₁)を10題，(B₁₁)を10題あわせて20題
(資料1P 53)
(A₁)，(B₁)の文章題は，それぞれ(A₁₁)，(B₁₁)の文章題に，1問対1問に対
応しているが，問題の条件に，文字と数字のちがいがあがる。

IV 調査の方法

文字群に文字文章題を，数字群に数字文章題のテストを実施し，結果を集計，検証したのが次の
図表である。

V 図 表

図表 1

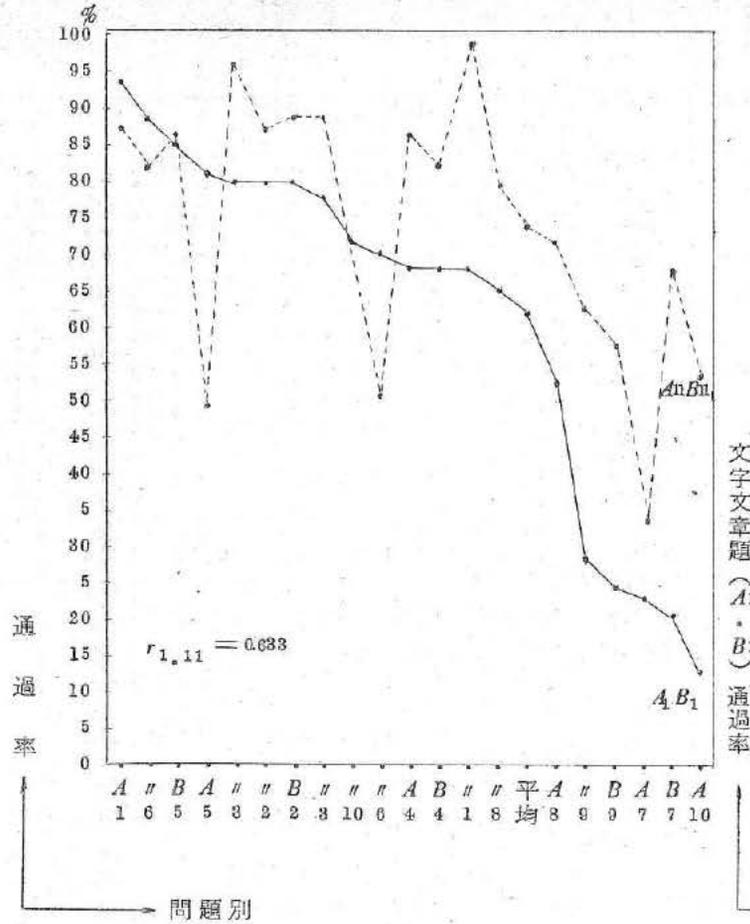
数字文章題と文字文章題の得点の有意差検定と通過率比較表

$$\begin{pmatrix} r_{1.11} = 0.633 \\ r_{1.11-1} = -0.086 \end{pmatrix}$$

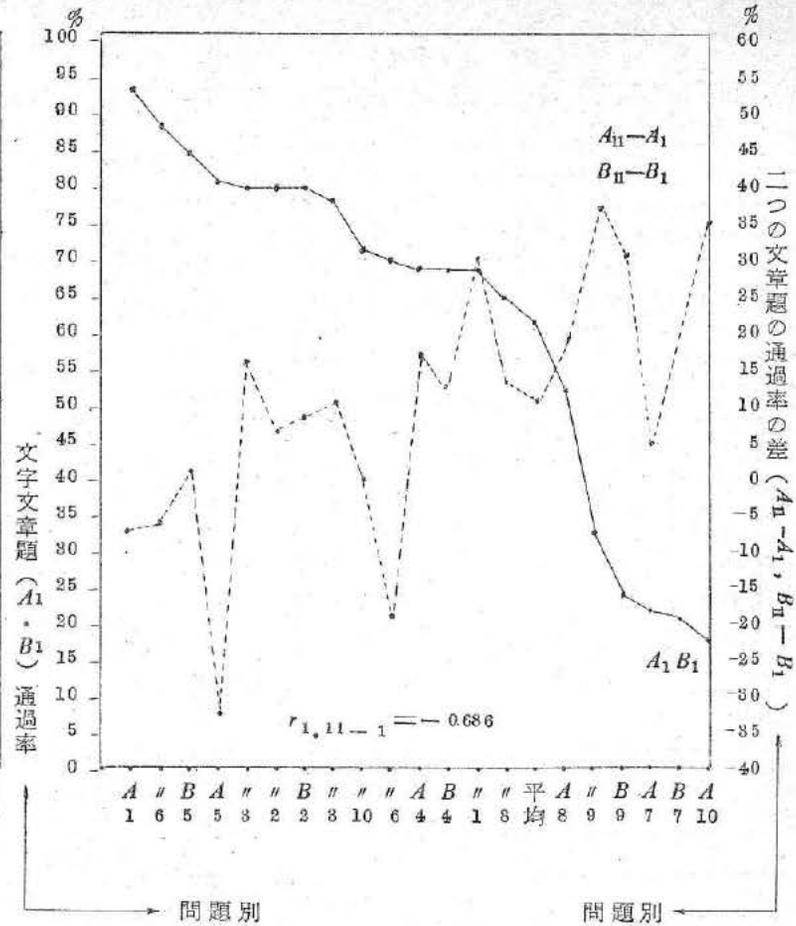
文字 文章題 の 通過率 の高 順位	得 点 数				問 題 番 号	文 字 文 章 題	$df=1$		通 過 率													
	数 字 文 章 題	問 題 番 号	A ₁₁	A ₁			$\chi^2_{0.01} = 6.635$	有 意 差	問 題 別			難 易 別										
			B ₁₁	B ₁					A ₁₁	A ₁	A ₁₁ -A ₁	三 段 階			二 段 階							
			(数字群) 00人	(文字群) 00人								A ₁₁	A ₁	A ₁₁ -A ₁	A ₁₁	A ₁	A ₁₁ -A ₁					
1	A ₁₁	1	86	93	1	A ₁	(2853)		80.9	93.9	- 70											
2	A ₁₁	0	81	87	0	A ₁	(1414)		81.8	87.9	- 61											
3	B ₁₁	5	85	84	5	B ₁	(0043)		85.0	84.8	11											
4	A ₁₁	5	48	80	5	A ₁	(22620)	○○	46.5	60.8	- 823											
5	A ₁₁	8	95	79	3	A ₁	12183	××	96.0	79.8	162	830	830.8	- 008								
6	A ₁₁	2	80	79	2	A ₁	1782		80.9	79.8	71											
7	B ₁₁	2	88	79	2	B ₁	8254		80.9	78.8	91											
8	B ₁₁	3	88	77	3	B ₁	4400		88.9	77.8	111											
9	B ₁₁	10	71	71	10	B ₁	0000		71.7	71.7	00											
10	B ₁₁	0	50	69	0	B ₁	(2604)	○○	50.5	69.7	- 192											
11	A ₁₁	4	85	68	4	A ₁	9323	××	85.9	68.7	172											
12	B ₁₁	4	81	68	4	B ₁	4588	×	81.8	68.7	181	770.6	6623	10.83								
13	B ₁₁	1	98	68	1	B ₁	33547	××	99.0	68.7	303											
14	B ₁₁	8	78	64	8	B ₁	4877	×	78.8	64.5	14.8											
15	A ₁₁	8	71	51	8	A ₁	8544	××	71.7	51.5	202											
16	A ₁₁	9	64	28	9	A ₁	26213	××	84.8	28.8	563											
17	B ₁₁	9	54	24	9	B ₁	25390	××	54.5	24.2	303											
18	A ₁₁	7	29	23	7	A ₁	0989	×	29.8	23.2	61	5465	2202	3293								
19	B ₁₁	7	77	21	7	B ₁	63246	××	77.8	21.9	56.6											
20	A ₁₁	10	48	13	10	A ₁	28024	××	48.5	13.1	35.4											
			1468	1226					66081	××	73.9	61.9	120	73.9	61.9	120	73.9	61.9	120			

(資料 4 P 63)

図表2 数字文章題と文字文章題の通過率比較図
(A_{11}, B_{11}) (A_1, B_1)



図表3 数字文章題と文字文章題の通過率の差の比較図



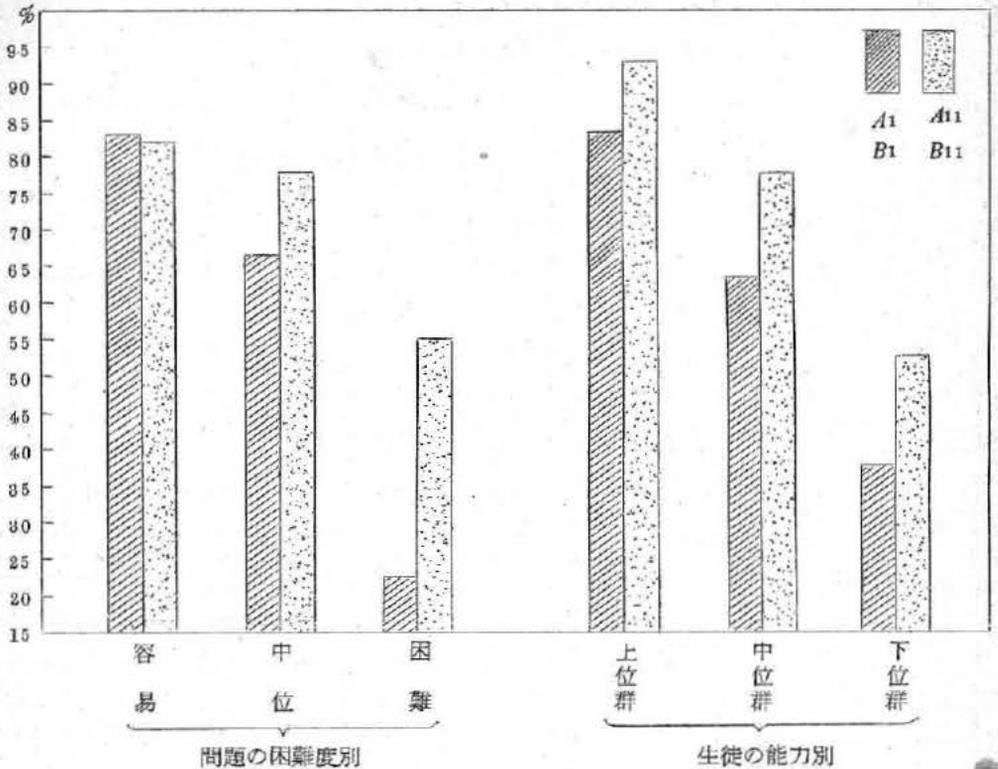
図表4 数字文章題と文字文章題との能力別の

得点差の有意差検定と通過率比較表

比較 種別	五 段 階 の 学 力	数字群 (M)			文字群 (N)			三 段 階 の 学 力	数字群 (M)			文字群 (N)			df = 1			
		人 数	A ₁₁	A ₁	人 数	A ₁	B ₁		人 数	人 数	A ₁₁	A ₁	人 数	人 数	χ ²	有 意 差	χ _{0.01} ²	= 0.635
			B ₁₁	B ₁		B ₁₁	B ₁				χ _{0.05} ²	= 2.841						
			3組 4組	1組 2組		3組 4組	1組 2組											
得 点 の 有 意 差	5	9	174	142	8		上	33	607	500	30		18947	××				
	4	24	488	358	22													
	3	33	513	510	40		中	33	513		40		33688	××				
	2	20	233	174	21		下	33	343	216	29		27043	××				
	1	13	110	42	8													
	計	99	1463	1220	99			99	1463	1226	99		65081	××				
通 過 率 の 比 較			(M ₁)	(N ₁)					(M ₂)	(N ₂)			(M ₁ -N ₁)	(M ₂ -N ₂)				
	5	9	9667	8875	8		上	33	9197	8333	30		792	864				
	4	24	9021	8136	22								835					
	3	33	7773	6375	40		中	33	7773	6375	40		1398	1398				
	2	20	5825	4143	21		下	33	5197	3724	29		1632	1473				
	1	13	4231	2625	8								1306					
計	99	7390	6190	99			99	7390	6190	99		1200	1200					

備考 このテストは、選択法を用いているので、2群の通過率を比較する場合は、選択法の欠陥はあらわれないが、比較しなくて、単独に、一群の通過率を調査するときは、資料7 (P 63)を参考にしなければならない。

図表5 問題の困難度別，生徒の能力別の通過率一覧図



図表の説明

図表1

- (1) χ^2 テストのらん 括弧のあるのは，逆に文字文章題の通過率が高いもの
 \times 印は5%， $\times\times$ 印は1%の有意水準で有意差のあるもの
 \circ 印は，逆に，文字文章題の通過率が高く，1%で有意差あり。
- (2) $r_{1,11}$ は，A1, B1の問題の得点と，A11, B11の問題の得点の相関関係（資料4 P63）
 $r_{1,11-1}$ は，A1, B1の問題の得点と，A11, B11よりA1, B1を引いた得点の差との相関関係
- (3) 問題の順位は，文字文章題（A1, B1）の通過率の高さによって定められてある。

図表2

- (1) 実線は文字文章題，点線は数字文章題の通過率である。
- (2) $r_{1,11}$ は，A1, B1の得点とA11, B11の得点との相関
- (3) 問題別のらんで， $\frac{A}{1}$ とあるのは，A1とA11の問題の1番という意味である。

図表3

- (1) 実線は文字文章題（A1, B1）の通過率である。
- (2) 点線は，数字文章題と文字文章題の，それぞれ対応する問題の通過率の差をあらわしたものである。つまり， $A11-A1$ 又は $B11-B1$ を意味するのは，A11（数字文章題）の1番の通過率と，それに対応するA1（文字文章題）の1番の通過率の差である。

- (3) 点線の通過率は右側のパーセントであるが、当然、マイナスが出てくる。

図表 4

- (1) 図表の上段は得点数，下段は得点の百分率である。問題数は1人20題であるから100%の正答なら，20かける人数倍の得点になるわけである。
 (2) 五段階の学力は学校の評価である。

図表 5

- (1) 図表 1、図表 4 をまとめたものである。

VI 調査の結果の解釈

1. 一般的な解釈

この調査によって，次のことが一般的にいわれると思われる。

- (1) 文字文章題は数字文章題よりも，たしかにむずかしい。(1%の危険率で有意差あり。)
 (2) 文字文章題と数字文章題の通過率の差は，
 ・ 困難度の高い問題ほど大きい。($r_{1,11-1} = -0.686$)
 但し，やさしい問題(通過率が70%以上)は，文字文章題の通過率は数字文章題の通過率より高い。(20.2%~40.8%)
 ・ 生徒の能力別では，上位群より中位群，中位群より下位群が大きい。
 (差は，上位群 8.64%，中位群 13.98%，下位群 14.73%)
 (3) 文字文章題の通過率に差がある。(93.9%→13.1%) (資料 8 P 70)
 (4) むずかしい文字文章題は，数字文章題でもむずかしい。(相関係数 0.633)

2. 特殊な場合の解釈

この調査では，(A₁₁-A₁) または，(B₁₁-B₁) が，マイナスになっているもの(数字文章題の通過率が高い。)が，4題あるが，そのなかで有意な差のある2題を，とりだして分析してみる。(〇〇印のある問題)

- ・ A₁₁の5番とA₁の5番

⑤の問題の通過率の比較(問題は資料1 P 53)

生徒の能力別	A ₁₁	A ₁	A ₁₁ -A ₁
上位群	6.97	100.0	-93.03
中位群	60.6	90.0	-29.4
下位群	15.2	48.8	-33.6
計	48.5	80.8	-32.3

直方体の体積を求める問題で正答は，A₁₁は， $24 \times 5 \times 6 \times 7$ ，A₁は， $24abc$

B11の6番とB1の6番

⑥の問題の通過率の比較（問題は資料1P54）

生徒の能力別	B11	B1	B11-B1
上位群	93.9	100.0	-6.1
中位群	54.5	82.5	-28.0
下位群	3.0	20.7	-17.7
計	50.5	68.7	-18.2

おうぎ形の面積を求める問題で正答は、B11は、 12π 、B1は、 $\frac{r^2\pi}{3}$ である。

以上は、2題とも、公式をそのまま活用すればよい問題で、公式をよく記憶しており、文字の使用にもなれておいて、文字文章題の方が、わかりやすかったものと思われる。

また、問題自身に疑問があった。B11の6番は、文章題にも、答にも、 π という文字を使用してあったことである。正答の π という文字の書き方もよくなかった。

Ⅶ 調査の結果と、実験研究の参考事項

以上の調査は、この実験研究に、重要な参考資料をあたえてくれる。

1. 文字文章題において、文字を数字におきかえて指導すると、どのように効果的であろうか。
 - (1) 一般的には、効果的であるといわれるであろう。——数字文章題の通過率は、12%も高く、文字文章題との通過率に有意な差がある。
 - (2) むずかしい問題（30%以下の通過率）には、非常に有効と思われる。——83%通過率が高い
 - (3) やさしい問題（70%以上の通過率）に対する効果は、うたがわしい。——2%通過率が低い
 - (4) 生徒の能力段階別にみると、上位群より中位群、中位群より下位群に、より効果的であると思われる。——それぞれ86.4%、12.98%、14.79%数字文章題の通過率が高くなっている。
2. 文字文章題の練習の段階では、数量関係等の指導がより重要であると考えられる。
 - (1) 文字文章題の通過率に差がある。——93.9%→13.1%
 - (2) むずかしい数字文章題は、文字文章題でもむずかしい。——相関係数0.633
 - (3) (A1)、(B1)の問題は、むずかしい問題ほど、文字使用の規約を、より理解し、よりなれていなければならぬということはない。
 - (4) したがって、文字概念の理解の深さの同一の生徒に、(1)および(2)の結果があるということは、数量関係等の難易に、その理由があると考えられる。（資料8P70）
3. 文字文章題の分類と、その考え方

この文字文章題は、20題で、99人に解答させてあるので、全部で、20題×99（人）＝1980題あるとする。これを3つの群に分類して、一応次のように考える。

(1) A群

文字文章題の正答数1228は、文字文章題としては、やさしい問題であると考えられる。これをA群に属する問題とする。

(2) B群

数字文章題の正答数1468から、文字文章題の正答数1228をひいた237をB群に属する問題として、これは、文字の抵抗をなくすれば解答可能と思われるので、むずかしさが中位の問題とする。

(3) C群

文字文章題の全部の問題1980から、数字文章題の正答数1468をひいた残りの512の問題を、むずかしくて、文字の抵抗をなくしただけでは、解答できないと考えられる。これを、C群に属する問題とする。

以上でのべたことを換言すれば、文字を数字におきかえて考えるという学習態度（心的傾向）は、A群に属する問題はなくてもよい、B群に属する問題はあると解答できる可能性は大きい。C群に属する問題は、それだけでは解答できないということになる。

第三章 第二次研究の作業仮説の研究計画

I 作業仮説

文字式をつかって解く文章題がわかりにくいときは、文字をかたんな数におきかえて考えるとよい。

II 研究領域

1. 文字式をつかって解く文章題
2. 計算、数量関係(割合)、図形(計量)

III 研究対象 中学校二年生

IV 研究期間 昭和37年度

V 研究方法 比較群法による実験的研究法

思考力を向上させる学習指導法は、児童生徒の思考過程を基盤として樹立されたものでなければならぬと考えられる。ここで検証しようとする学習指導法は、作業仮説に基づく意図的な学習指導法と、現在普通一般に行なわれている学習指導法とを、同一条件のもとに学習指導を展開し、児童生徒の学習活動の実際をとらえ、その学習効果を測定して両者を比較し、仮説を検証し、これらの実証的な資料に基づいて思考力を高める学習指導法の理論を構成して、現場での学習指導改善のための参考に供しようとするものである。

1. 研究の順序

- (1) 実験的学習指導を展開するにあたって、実験群と統制群の2群を編成し、2群比較群法による実験的研究を計画する。
- (2) 実験的学習指導開始直前に指導前テスト(予備テスト)を両群ともに実施する。
- (3) 実験群は、仮説に基づく思考力を養成するための意図的な学習指導計画による学習指導法を実施し、統制群は一般に行なわれている普通の学習指導法を展開する。
- (4) 実験的学習指導過程において、生徒の学習過程、特に、思考活動を詳細にとらえる。
- (5) 実験的学習指導終了直後、指導後テスト(終末テスト)を実施し、指導前テスト(予備テスト)と比較することにより、学習の一時的効果を測定する。
- (6) 必要に応じては、把持テストを実施して学習の永続的効果を測定する。
- (7) 実験実施期間中においては、学習指導上の問題点を発見するよう努め、仮説を修正増補してよりよい指導のありかたについて追究し、学習理論構成のための資料収集に努める。

2. 条件の統制

科学的な実験的教育研究法の3要件は、(1)仮説の樹立、(2)条件の統制、(3)合理的な測定方法である。等質の二つ以上の群に、同一の刺激を与えたら同一の反応をするという立場に立って行なわれる。

比較可能な条件を作りあげることが大切であり，時間，場所，教授方法など同一環境におくことが必要条件である。

(1) 等質群の作成

時間，場所，能力などの各因子が等質であることを要する。そのため，
○知能テスト
○学力テスト
○児童の性格，環境調査
○指導前学力テスト（予備テスト）などを実施する。文字文章題のテストの成績を基準とし，他の因子を参考にして普通学級より抽出し等質群を編成する。その際，能力段階別に上中下位群の編成をして，上中下それぞれについての学習効果の測定をして，それぞれの望ましい指導法についての検証をする。

(2) 等質群の有意差検定

実験群，統制群についての有意差検定をする。

3 評価測定

学習指導法についての評価測定は，特に客観的，合理的でなければならない。

(1) 仮説と評価目標

思考力を向上させる望ましい学習指導のありかた

(2) 等価テストの作成

学習効果の測定をするためには，指導前後に行なうテストが等価値でなければならない。

(3) 等価の検定

指導前テスト（予備テスト）と指導後テスト（終末テスト）（把持テスト）の通過率についての有為差検定をする。1問対1問が等価値になることが望ましい。

4 実験的学習指導

(1) 学習指導計画案の作成（実験的学習指導過程の構成）

望ましい学習指導法を構成する。基礎的要素のものについて実験的研究をするための実験的学習指導過程を構成する。（実験群，統制群に分けて二通り作成する。）

(2) 学習指導の展開

実験的学習指導についての観察記録をとる。

(3) 学習指導過程の分析

(4) 資料整理

5 実験結果とその考察

(1) 学習効果の測定

終末テスト（把持テスト）を実施して学習の一時的効果（永続的效果）を測定する。その際，能力段階別に学習効果を測定して，上中下の生徒についての学習指導の反省をする。

(2) 学習効果についての有意差検定

変量分析法による。

(3) 仮説の検討と学習指導上の問題点の発見

授業分析や学習効果の結果より，学習指導上の問題点を発見し，仮説について検討する。

(4) よりよい学習指導のありかたについての追究

（資料5 P 63）

第四章 実験研究

- 実験期間 昭和37年10月
- 実験対象 中学校二年生2学級

I 実験研究の目的

中学校の数学科において、文字文章題はむずかしいといわれているが、この問題解決能力を向上させるに役立つといわれている、文字を数字におきかえて考える方法を実験的に研究し、その機能を明らかにし、学習の効果を測定した実証的資料を作成して、現場での学習指導の参考に供しようとするものである。

II 実験研究の概要

実験学級である中学校二年2学級より、実験群、統制群の2群を編成し、2群比較群法による実験を計画した。

実験群には、問題解決のために、文字を数字におきかえて指導し、困難な問題も図解法をとらない。統制群は、文字を数字に、おきかえなくて指導し、困難な問題は、図解し、時間的余裕をみていろいろの解法を取扱う。この生徒は、文字を数字におきかえて考える指導はうけているし、二年の後期でもあるので、文字の使用には相当なれているものと思われたが、教材としての練習問題26問中、13題は図解によって解く問題にした。教材も中学一年生以下の程度であるので、統制群の授業も中学生二年後期の授業としては、普通一般に行なわれるものと考えられると思う。

両群とも同一の教師が、5時間あて指導した。詳細は実践記録にかかげる。

学習指導の効果測定をするために等価テスト(A1)、(B13)を作成した。

実験の学習指導の開始前に、指導前テスト(A1)を実施し、実験単元終了直後、指導後テスト(B13)を2群とも、同時に同一条件でテストし、生徒の問題解決力を評価した。その結果を学習指導前テスト(A1)と比較することにより、学習の一時的効果を測定したのである。

これらのことについて、順をおって、以下さらに述べることにする。(資料B P 63)

III 条件の統制

科学的な実験的教育研究法の3要件のなかでは、条件の統制ということが重要な意味をもっている。できる限り正確な妥当な結果を得るためには、緻密な効果測定とともに、あたうるかぎりの条件因子の統制を行なわねば、科学的な実験研究はなし得ない。

比較群法の条件の統制は、同一環境(同一時間、同一場所、同一の教授方法など)において、等質の二つ以上の群に、同一の刺激を与えたら、同一の反応をするという立場に立って行なわれるのである。したがって、2群の結果を比較する際に、群の差違が実験のちょっとした手おちや、テストの操作の際に起る偶然誤差か、それとも意味のある差違があるかどうか、十分にたしかめなければならない。

1 等質群の作成

条件統制は、比較可能な条件をつくりあげることである。ここに等質群をいかに作るかが問題

になる。同じ時間で、同じ場所で、同じ能力をもった実験群と統制群は、ほとんど等質の同一因子群をもっていると見てさしつかえない。実験を行なう時には、実験目的にそって、一体何がこの場合最も重要な因子となるであろうかを充分考慮し、決定されなければならない。

この研究では、次に述べるような、編成等質群の方法により、二つの等質群を作成した。

既に編成されている実験協力校の普通学級中学二年生をそのまま抽せんにより、実験群、統制群に切りかえ、次の因子によって等質化を試みた。

- ・ 知能テスト 田研式 中学校用田中B式知能検査
- ・ 学力テスト 教研式 中学E(第5形式)中二用の全国標準診断的学力テスト
- ・ 学校の評価 第一学期の担任教師の五段階評価
- ・ 文字文章題テスト文字文章題25題(問題はA1を10題, A2を10題, A3を5題)
- ・ 生徒の性格, 家庭環境等

2学級より、各組とも文字文章題テストを基準とし、他の因子を参考にして、各30名を抽出して実験の対象とした。実験の指導においては、これらの特別に抽出された生徒を意識的に区別せず、普通の学級の中に普通どおりの学習が、行なわれたのである。

2 有意な差の有無の検定

(1) 標準偏差, 平均の算出

度数分布表から計算する。(例 資料3 P 61)

各群の文字文章題テストの結果は次のとおりである。

区 分	人 数	標 準 偏 差(S)	分 数 (\bar{X})	平 均 (\bar{M})
実 験 群	30	4.59	21.1123	11.4333
統 制 群	30	4.82	23.2457	11.7667

(2) 有意差の検定

Fテスト, tテストを実施した。(例資料3 P 61)

$$F_0 = \frac{23.2457}{21.1123} = 1.101 \quad F_{29}^{30}(0.05) = 1.85 \quad P\{|F| \geq 1.101\} > 0.05$$

$$t_0 = \frac{11.7667 - 11.4333}{\sqrt{\frac{21.1123^2 + 23.2457^2}{30 - 1}}} = 0.2696 \quad df = 30 + 30 - 2 = 58$$

$$t_{0.05} = 1.960 \quad P\{|t| \geq 0.2696\} > 0.05$$

Fテスト, tテストとも危険率5%で差がない。すなわち2群の等質性が証明された訳である。

(3) 知能, 学力テスト, 学校の評価も同様にして等質性を証明した。(資料9 P 73)

IV 評価測定

実験的教育研究において、評価測定は客観的で合理的でなければならない。二つの指導法を比較研究する際に、一体どのような評価をしたらよいであろうか。評価を考える際に、先ずテストの間

題をどうするかが問題である。評価は本来目的的で、第一に評価すべき問題点を明白に意識化しなければならない。問題点は、仮説の上によって立てられるものでなければならない。以下仮説から評価目標への操作・評価計画と運営、及び問題作成、実施と順を追って述べることにする。

1 仮説と評価目標

文字文章題の解決過程において、文字を数字におきかえて考えるということは、抽象的な文字より、より具体的に表現することになり、思考を容易にし、問題の場の構造を読みとり、場面の分析、要素間の関係判断が容易になり、演算決定、関係判断力を伸ばすための論理的思考力が養成されると思われる。

文字の概念は、たんに文字の指導だけで発達するものではなく、問題解決のいろいろの過程において養成され発達すると考えられる。また、文字の概念が発達すれば、どんな難しい問題解決も可能になるということではない。したがって、文字文章題の指導は、文字の指導と文章題そのものの指導が平行してなされなければならないと思うが、文字の導入過程は、文字の指導は重要視されていると思うが、練習過程の文字文章題指導においては、文字指導がおろそかにされているように思う。文字の概念や文字使用の規約が導入の段階でわかったとしても、それはあくまでその導入の段階でわかったのであるということを確認しておかなければならない。文字は文章題のなかの一つの条件であって、文章題が複雑になると、そのわかったはずの文字では、その文章題の構造把握が、困難になるのである。この文字のわかる心理に即応しない、つまり生徒の思考の状態に即応しない指導法が、案外多く行なわれているように思われる。文字を数字におきかえない指導を統制群に実施したのはそのためである。両群とも文字文章題の通過率を高めることが一応の目標である。また評価測定を客観的合理的にするために、選択法をもちいた。

2 等価テストの作成

学習指導の効果を測定するためには(ここでは比較するためには)、学習単元指導前の学力テスト(A1)と指導終了後に実施する学力テスト(B13)とを作成し、(A1)、(B13)が等価値でなければならない。この(A1)、(B13)2種類のテスト問題を作成した方法について述べることにする。

(1) 問題作成の基準

- ・ 領域 計算、数量関係(割合)、図形(計量)に関する文章題
- ・ 基準 小学校四年以上、中学校一年以下(数学文章題を文字文章題に作りかえたものもある。)
- ・ 使用教科書 啓林館、東京書籍、中教出版

(2) 問題数(A1)、(B13)とも各10題とし、1問対1問が等価値になるようにする。

3 等価の検定

予備テストとして、最初(A1)、(B1)(資料1 P49)の問題を作成した。

学習内容が既習内容である。協力学校の中学三年生2学級99名を対象とし、等価検定するための予備テストを実施した。

図表 12 A₁ B₁ テスト等価検定表(第1次)

第1校時	{	A ₁ テスト	3年1組
		B ₁ テスト	3年2組
第2校時	{	A ₁ テスト	3年2組
		B ₁ テスト	3年1組

採点の結果、通過率の有意差検定を行なった。その結果が、右の図表 12 である。

受験生徒の人数	問題 A ₁ B ₁ の番号	問題 A ₁ の正答者数	問題 B ₁ の正答者数	df=1	
				$\chi^2_{0.01} = 6.635$	$\chi^2_{0.05} = 3.841$
99	1	98	68	2.077	××
99	2	79	79	0.00	
99	3	79	77	0.12	
99	4	68	68	0.00	
99	5	80	84	0.57	
99	6	87	70	3.89	××
99	7	23	21	0.12	
99	8	51	64	3.51	
99	9	28	24	0.42	
99	10	18	71	6.956	××
	計	601	626	0.01	

A₁ テスト(1), (6), (10), B₁ テスト(1), (6), (10)はそれぞれ有意差ありと認められたので、以上の6問題を再構成し、B₁₂ テスト(資料1 P 55)として、3年3組4組を対象として、第2次予備テストを実施した。(B₁₂)の1番, 3番, 5番の問題は、(A₁)の1番, 6番, 10番の問題と同一問題である。

(B₁₂)の第2次予備テストの結果が、次の図表 13 である。

図表 13 B₁₂ テスト等価検定表(第2次)

受験生徒の人数	問題 B ₁₂ の番号	左の問題の正答者数	右の問題の正答者数	問題 B ₁₂ の番号	χ^2 テスト
101	1	93	88	2	1.33
101	3	82	85	4	0.66
101	5	17	17	6	0.00

第2次予備テストにより、(B₁₂)の1番と2番, 3番と4番, 5番と6番は等価と検定されたのである。次に(B₁₂)の2番, 4番, 6番を(B₁)の1番, 6番, 10番と入れかえたのが(B₁₃)の問題である。(資料1 P 56)したがって、A₁テストとB₁₃テストは、1問対1問が等価値になり、また問題全体も等価値になったわけである。(資料10 P 73)

V 実験的学習指導

1 学習指導計画

- (1) 指導学年 中学校二年生
- (2) 指導教材 文字文章題（練習教材）
- ・ 領域 計算，数量関係（割合），図形（計量）
 - ・ 基準 小学校四年以上，中学校一年生以下（数字文章題を文字文章題に作りかえたものもある。）
 - ・ 使用教科書 啓林館，東京図書，中教出版
 - ・ 以上を基盤として文字文章題 26 問を選定した。（実践記録に教材明記）
（図解によって解く問題は 26 問中 13 問である。）
（教材には，事後テストに類似の問題を多くとりいれてある。これは，比較群法ではさしつかえないと思われる。）
- (3) 指導者 両群とも同一教師
- (4) 指導時間 各 5 時間
- (5) 時間配当

月 日	曜	校 時	1	2	3	4	5	6
10月17日	水	実験群	①		①			
		統制群	①					①
10月18日	木	実験群		②		③		
		統制群	②		③			
10月19日	金	実験群			④		⑤	
		統制群		④				⑤
10月20日	土	実験群	①					
		統制群	①					

- (6) 指導目標 文字文章題（練習教材）を指導することによって，問題解決力を養い思考力を高める。
- (7) 生徒観 対象の二年生は，文字式，文字文章題の指導を一年有余うけているので，ある程度，文字概念の理解は深まり，文字の使用規約にもなれ，文字文章題の解決力も養われていると思われる。なお，この生徒は，文字を数字におきかえて考える指導をうけている。
- (8) 指導観 文字概念の理解と問題構造の認識とは常に相関連するものである。したがって問題構造がわかれば，その文字も理解がふかまると思われる。（仮説と評価目標の項で詳説した。）
- (9) 指導法 ・ 両群とも問題をよく読ませて，問題の解き方を自分で考えさせノートさせる。

- ・解法をいっしょに考える。
- ・実験群は文字を数字におきかえて，指導する。
- ・統制群は，文字のまま，あるいは，図解して指導する。
- ・時間的余裕をみて問題の別解も指導する。
- ・教材26問のうち図形に関するものが11題あるので，教材の約半分は，図解法をもちいたことになるが，他の教材でも，統制群には可能なものは図解する。

2 実践記録

授業の記録は次の通りである。

第1次，第2次は大要である。

第3次は，詳細に記録した。

第4次，第5次は第3次と同様であるので，教材と解法のみかかげる。

実験群（2年A組）

統制群（2年B組）

10月17日（水）

第3校時（第1次）

第6校時（第1次）

問題① 5円のはがき x 枚と，20円の切手 y 枚の合計はいくらか。

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 5 \text{円} & \begin{array}{c} \text{\scriptsize 5} \\ \parallel \\ x \end{array} \text{枚} & 20 \text{円} & \begin{array}{c} \text{\scriptsize 5} \\ \parallel \\ y \end{array} \text{枚} \\
 \end{array} & | & \begin{array}{cc}
 5 \text{円} & x \text{枚} & 20 \text{円} & y \text{枚} \\
 \end{array} \\
 & & 5 \times x + 20 \times y \\
 & & = 5x + 20y
 \end{array}$$

問題② 40円のかぼちゃ m こ，2円のなす n こで合計いくらになるか。

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 40 \text{円} & \begin{array}{c} \text{\scriptsize 2} \\ \parallel \\ m \end{array} \text{こ} & 2 \text{円} & \begin{array}{c} \text{\scriptsize 10} \\ \parallel \\ n \end{array} \text{こ} \\
 \end{array} & | & \begin{array}{cc}
 40 \text{円} & m \text{こ} & 2 \text{円} & n \text{こ} \\
 \end{array} \\
 & & 40 \times m + 2 \times n \\
 & & 40m + 2n
 \end{array}$$

問題③ 現金 a 円，貯金 b 円ある者が c 円つかった。今いくらもっているか。

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 100 & 50 & 30 \\
 \parallel & \parallel & \parallel \\
 a \text{円} & b \text{円} & c \text{円} \\
 \end{array} & | & \begin{array}{ccc}
 a \text{円} & b \text{円} & c \text{円} \\
 \end{array} \\
 & & a + b - c
 \end{array}$$

問題④ あめ玉 a このもの b こたべて残りを m 人の子供に平等にわけたら子供1人平均いくつあてになるか。

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 10 & 4 & 3 \\
 \parallel & \parallel & \parallel \\
 a \text{こ} & b \text{こ} & m \text{人} \\
 \end{array} & | & \begin{array}{ccc}
 a \text{こ} & b \text{こ} & m \text{人} \\
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (a - b) \div m \\ &= \frac{a - b}{m} \end{aligned}$$

問題⑤ 定価 b 円の品物を 1 割引で売ると売価はいくらか。

$$\begin{array}{r} 100 \\ \parallel \\ b \text{ 円} \end{array}$$

0.9

$$b \times 0.9$$

$$= 0.9b$$

b 円

0.9

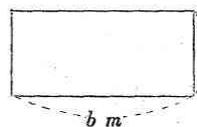
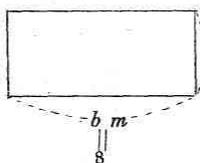
10月18日(木)

第2校時(第2次)

第1校時(第2次)

問題① たてが a m, 横が b m の長方形の面積はいくらか。また周はいくらか。

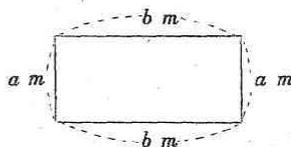
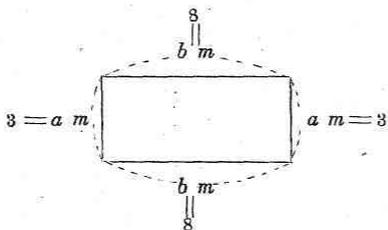
面積



$$a \times b$$

$$= a b$$

周

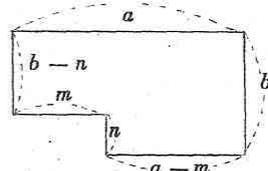
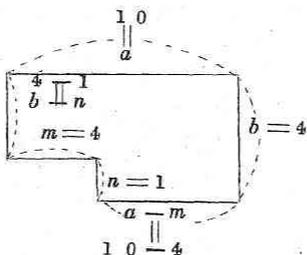
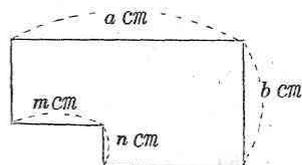


$$a + a + b + b$$

$$= a \times 2 + b \times 2$$

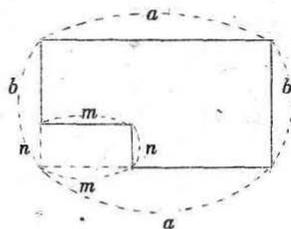
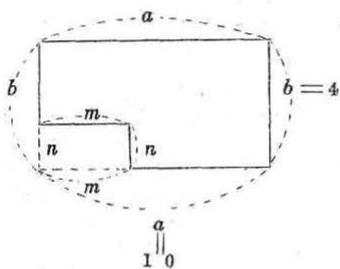
$$= 2(a + b)$$

問題② 右の図の周と面積を求めよ。



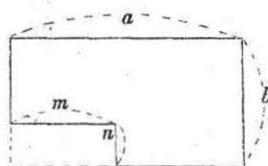
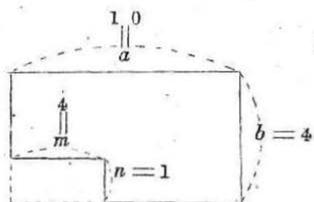
-20-

$$\begin{aligned}
 & a + b - n + m + n + a - m + b \\
 &= a + b + a + b \\
 &= 2a + 2b \\
 &= 2(a + b)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & a + a + b + b \\
 &= 2a + 2b \\
 &= 2(a + b)
 \end{aligned}$$

面積



$$\begin{aligned}
 & a \times b - m \times n \\
 &= ab - mn
 \end{aligned}$$

注 第3次の授業記録の説明

- ・ 最左側の数字は経過時間(分)
- ・ 教師の板書のらんで

$$\begin{array}{l}
 0.9 \\
 \downarrow \\
 0.9x \\
 \downarrow \\
 0.9x - 20
 \end{array}$$

とあるのは、初め0.9と書き、次にx、最後に-20と書いたのである。したがって、板書は0.9x-20としてある。

$$[6a - 8]$$

とあるのは、前の板書の6a-8を利用した意味である。新しく板書したのではない。もし、前の板書にない記号や文字がそのかっこのなかにある時はその時、新しく書き加えたものである。たとえば、

$$\frac{20x}{5} \text{ の次に } \left[\frac{20}{5}x = 4x \text{ (日)} \right]$$

$\frac{20x}{5}$ の板書を利用して約分し、(日)を書き加えた意味で、[]の記号は、板書したのではない。

・ 生徒の活動のらんで

P41 とあるのは教壇に向かって左側から4列目、前から1番目の座席の生徒を意味する。

⊗とあるのは、生徒の思考が、混迷、停滞、だまっている状態を示す。

生徒の座席の記号がなくて、返答のあるのは、指名がなくて、数人が、自由に答えたものである。

統制群 10月18日、木曜、第3校時(10時20分より11時10分まで)第3次

2年B組(生徒数48人)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
5		<ul style="list-style-type: none"> ・プリント配布 ・さあ、これからはじめましょう。 ・①から、P18さん、よんで下さい。 ・もう一人、P17君 	<ul style="list-style-type: none"> ・P18 ① 定価x円の2割引で売って20円そんする品物の原価はいくらか。 ・P17 ① 定価x円の2割引で売って20円そんする品物の原価はいくらか。
7		<ul style="list-style-type: none"> ・はい、ノートをひらいていますか。 ・ノートに①としましてね、答を考えた書いて下さい。 (机間巡視) 	<p>(前列の生徒は何かノートに書いているが正しいのは2, 3人、後列は前列より成績がよいようだ。)</p> <p>(挙手 4, 5人)</p>
8	$0.8x + 20$	<ul style="list-style-type: none"> ・書いた人、手を上げてごらん ・よし、じゃ、えんぴつをおいて ・P58さんかね。 ・こう書いた人、手をあげて ・はい、こちらをむいて、さあ ・定価x円の2割引で売ったというのすから定価のいくらかで売ったわけですか ・そう、定価の2割引で売ったというのですから定価の8割で売ったのですね。 ・8割ですね、定価の8割で売ったか 	<ul style="list-style-type: none"> ・P58 $0.8x + 20$ (挙手 12人) ・$0.8x$ (7,8人の生徒一斉に)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
13	0.9 \downarrow $0.9x$ \downarrow $0.9x - 20$	<p>ら、定価に0.8をかけるね。</p> <ul style="list-style-type: none"> これは(0.8x)はなんですか？ 売価？ 売価ですね。 定価の8割でうったから、定価に0.8をかければ売価ですね。 次に、そんしたか、とくしたか、どうですね？ 売って損したから、それに20円たせば原価ということになるね。 原価というのはなんだ？ 仕入れたもとのねだんですね。 それでは、1割引で20円、いいですか、前の問題と同じような問題をいいますから、 1割引で売ってといたら何割で売ったことになる？ 定価の1割引で売ったら20円得をした商品の原価はいくらになるか。 どうですか？ 売価は？ 20円得したから たせばよいか？ひけばよいか？ これは昨日やりましたけれども、少しめんどろですか。 さあ、その次をやりましょう。 P16さん さあ、その答を書いて下さい。 (机間巡視) 	<ul style="list-style-type: none"> 売価(10人位の生徒一斉に) はい 損した。(一斉) もとのねだん(一斉) (大部分の生徒はわかっている。) 9割 0.9x ひく P16 ② ある数に8をたして、aでわったら8になりました。ある数は何でしょう。 (6, 7人位優秀な生徒がいるようだ。正しく答を書いている。□+8/a=8というように書いている生徒、ぼんやりしている生徒、鉛筆をけずっている生徒、隣の生徒と話している生徒、消しこむで、けしてはかき、けしては書いている生徒)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$6a - 8$ $\begin{array}{r} \square + 8 \\ \downarrow \\ \square + 8 \\ \hline a \end{array}$ $\begin{array}{r} \square + 8 \\ \downarrow \\ \square + 8 \\ \hline a = 6 \end{array}$ $[6a - 8]$ $\begin{array}{r} 20 \\ x \\ \hline \downarrow \\ 20 + 10 \\ x \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> • はい、書いた人手をあげてごらん。 • うーと、P56さん • もう一回 • ほかに？ • みんなそうですか？ • やった人は？ • どういうふうに考えました？ • わったのは、かけて、ひいたのはたして、たしたのはひいて、逆にやっ ていけばいいわけだね。 • 文章にかいてあるのを式にかいてみ ましようかね。 • ある数に8をたして • そしてどうした？ • aでわったら、6になった。 • aでわったら8になったね。 • 6をa倍すれば、この数(□+8) が出てくるね。 • この数(□+8)が出てきますから • これ(6a)から8をひけばよいわ けですね。 • その次は、これと同じような問題だ ね。 • さっきの前の人、P15君だね。 • さあ考えて (机間巡視) • 書いた人？ • P37君かな？ • プラスいくらです？ • ある数から10をひいてx倍したら 	<p>(挙手12人)</p> <ul style="list-style-type: none"> • P56 はい、$6a - 8$ • P56 $6a - 8$ <p>(黙)</p> <p>(挙手、12、3人)</p> <ul style="list-style-type: none"> • わったのはかけた。(2,3人) <ul style="list-style-type: none"> • aでわった。 <ul style="list-style-type: none"> • P15 ある数から10をひいてx倍 したら20になりました。も との数はなんでしょう。 <p>(7、8人挙手、解答している 生徒はもっと多勢いる。)</p> <p>(まだ替っている生徒も7、8 人いる。)</p> $P37 \quad \frac{20}{x} + 10$ $P37 \quad 10$

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$(\square - 10) \times x = 20$	<p>20 になった。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 逆にやっっていけばいいわけですね。 • x 倍したら 20 になったから、x 倍しない前は、20 を x でわればよいわけだね。 • その前は、10 をひいたから、たせばよいね。 • 逆にやっっていけばよいわけですね。 <p>(板書しながら) ある数から 10 をひいて x 倍したら 20 になったから x 倍しない前は、20 を x でわるね その前は 10 をひいたから、10 をたせばよいわけですね。逆にすればよいわけだ。</p> <ul style="list-style-type: none"> • さあ、その次、P12さん • もう1人、P11さん • これも考えてみましょう。さあ、帳面に。 (机間巡視) • はい、えんぴつをおいて • わかった人、手をあげてこらん • P26さん • 4日? • 4日ですか? • ほかに ? • はい。 • 5ぶんの20かける5 • ほかに ? • はい • 5ぶんの20x 	<ul style="list-style-type: none"> • P12 ④ x 人で20日かかる仕事は5人では何日かかるでしょう。 • P11 ④ x 人で20日かかる仕事は5人では何日かかるでしょう。 <p>(正解2, 3割位か?)</p> <p>(挙手 3人)</p> <ul style="list-style-type: none"> • P26 4日 • P26 ⊖ 挙手なし • P13 $\frac{20 \times 5}{x}$ (挙手なし) • P43 (挙手) $\frac{20x}{5}$
	$\frac{20 \times 5}{x}$		
	$\frac{20x}{5}$		

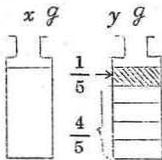
経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動														
	<p>仕事</p> <p>(時間)</p> <table data-bbox="309 850 467 1149"> <tr> <td>人数</td> <td>日数</td> </tr> <tr> <td>2倍</td> <td>$\frac{1}{2}$倍</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{5}$</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{n}$</td> <td>$\frac{1}{n}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{m}$</td> <td>$\frac{1}{m}$</td> </tr> </table> <p>x人 20日 5人 \square日</p> <p>$\left(\begin{array}{l} x \text{人} \times 20 \text{日} \\ 5 \text{人} \times \square \text{日} \end{array} \right)$</p>	人数	日数	2倍	$\frac{1}{2}$ 倍	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{1}{5}$	5	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{m}$	<ul style="list-style-type: none"> • ほかに ? • これと同じ人,手をあげてごらん (挙手3人) • なんもんだいですね。これは仕事の問題ですね,仕事。 • 教室の掃除を小勢より多勢でやった方がどうです? • 早く終わりますね,もっとも多勢でもみんななまけていれば,時間は長くかかる。 • 小勢でもみんな一生けんめいやれば? • みんな一生けんめいやったら,教室なら,多勢してやった方が,早くおわるね。 • 仕事は,みんなそうですね。同じように働くとする時, • 人数が2倍になったら,時間は? • 人数が3倍になったら? • 時間が4倍になったら,人数は? • そうですね,同じ教室を掃除するとか,同じ広さの田畑を耕すという時は,おなじ仕事をするときには,同じ仕事ね,同じ仕事をする時は,人数が2倍,3倍になれば,日数は$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{3}$になる。日数が,4倍や5倍になれば,人数は,$\frac{1}{4}$,$\frac{1}{5}$でいいわけですね。 • 人数がn倍になれば,日数は$\frac{1}{n}$になり,日数がm倍になれば,人数は$\frac{1}{m}$になる。こういう関係をなんといいます? • そうですね,人数と日数は反比例するという。 • (板書しながら)x人で20日かかる仕事は5人では何日かかるでしょう。 • 反比例する時は,これ(x)とこれ(20)かけたの,これ(5)とこれ\squareかけたのはどうだったかね? • そう,等しいですね,一定だ。 • そうだろう。$2 \times \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \times 3, \frac{1}{5} \times 5$ ね 	<ul style="list-style-type: none"> • 早くおわる。 • 早い • $\frac{1}{2}$ • $\frac{1}{3}$ • $\frac{1}{4}$ • 反比例 • 同じ
人数	日数																
2倍	$\frac{1}{2}$ 倍																
3	$\frac{1}{3}$																
$\frac{1}{4}$	4																
$\frac{1}{5}$	5																
$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$																
$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{m}$																

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$x \times 20 = 5 \times \square$ $\frac{20x}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> • $x \times 20$ と、$5 \times \square$ と等しいから（板書しながら）、これは（\square）はどうすればでる？ 	<ul style="list-style-type: none"> • $x \times 20$ を 5 でわる。
		<ul style="list-style-type: none"> • そうですね。 $x \times 20$ を 5 でわる。 • いいですか。人数と日数は反比例するから、人数に日数をかけた数は一定ですね。だから $x \times 20$ と $5 \times \square$ は等しい。これ（\square）を 5 倍したものが、これ（$x \times 20$）だから $x \times 20$ を 5 でわったのが \square ということになるね。 	
		<ul style="list-style-type: none"> • いいかね。 • もう一つ、べつな方法でやってみようかね。 	<p>（だいぶむずかしいようだ）</p>
	x 人 20 日	<ul style="list-style-type: none"> • x 人で 20 日かかるから、1 日ではやるには何人でやればよいということになる？ 	<ul style="list-style-type: none"> • $x \times 20$
	$x \times 20$ ^(A) 1 日	<ul style="list-style-type: none"> • そう、$x \times 20$ 人ですね、これをのべ人数といいますね。 	
	1 人 $20 \times x$ ^(B)	<ul style="list-style-type: none"> • 1 人でやると何日かかることになる？ 	<ul style="list-style-type: none"> • $20 \times x$
		<ul style="list-style-type: none"> • そうですね。これはのべ日数ですね。 	
		<ul style="list-style-type: none"> • 1 人してやると $20 \times x$ 日かかるから 5 人してやったら 	<ul style="list-style-type: none"> • $20 \times x$ を 5 でわる。
	$\frac{20x}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> • そうですね。 $20 \times x$ 日を 5 でわる。 	
	\downarrow	<ul style="list-style-type: none"> • $4x$ 日かかるということになる。 	
	$\frac{20x}{5} = 4x$	<ul style="list-style-type: none"> • 答は、等しいわけですね。 	
		<ul style="list-style-type: none"> • その次、5 ばん 	
		<ul style="list-style-type: none"> • P28 さん、よんで下さい。 	<ul style="list-style-type: none"> • P28
		<ul style="list-style-type: none"> • もう 1 人、その前の人 	<ul style="list-style-type: none"> ⑤ 1 個 a 円のなし 7 個のねだんは、りんご 10 個のねだんと同じです。りんご 1 個のねだんは、何円でしょう。
			<ul style="list-style-type: none"> • P27 ⑤ 1 個 a 円のなし 7 個のねだんは、りんご 10 個のねだんと同じです。りんご 1 個のねだんは何円でしょう。

30

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
33	$\frac{7a}{10}$ $7a$	<ul style="list-style-type: none"> • そろ。それも答をノートにかいてもらいましょう。 (机間巡視) • はい。かいた人? • P64君 • ころやった人(板書の$\frac{7a}{10}$を指して) • ほかにないか? • みんなころか(板書の$\frac{7a}{10}$を指して) • ほかの人はわからなかったかね。 • 1こa円のなし7このねだんは、いくらか。 • 7このねだんは? • 7かけるaですね。(7aと板書しながら) • 1こa円のなし7このねだんは、それはどうだったかね? • そろ。りんご10このねだんと同じだから、これ(7a)を10でわれば、りんご1このねだんということになるね。 • それでは、その次、さっきよんでいただいた前、 • もう1人 • さあ、もう1回よんでみてゆっくり考えてみましょう。 	<ul style="list-style-type: none"> (挙手9人) • P64 $\frac{7a}{10}$ (挙手7人) (挙手なし) • はい。(半数位の生徒) ⊗ • 7a • りんご10このねだんと同じ • P26 ⑥ 薬品がはいっているびんの重さをはかったらxgあった。つぎに薬品の$\frac{1}{5}$を使った後びんの重さをはかったらygになった。残っている薬品の重さはいくらか。 • P25 ⑥ 薬品がはいっているびんの重さをはかったらxgあった。つぎに薬品の$\frac{1}{5}$を使った後びんの重さをはかったらygになった。残っている薬品の重さはいくらか。

38



(机間巡視)

- はい。やった人、手をあげてこらん
- 先生といっしょにやりましょう。
- 先生が、もういっかいよんでみますから。
- 薬品がはいっているびんの重さをはかったら $x g$ あった。つぎに薬品の $\frac{1}{5}$ を使ったら
- 薬品の $\frac{1}{5}$ を使ったからあとに薬品はいくら残っている？
- $\frac{4}{5}$ ですね。
- つぎに薬品の $\frac{1}{5}$ 使ったあとびんの重さをはかったら
- びんのなかには薬品がはいっていませんか？
- はいっているね。どれだけ？
- びんの重さをはかったら $y g$ あった
- $y g$
- 残っている薬品の重さはいくらか。
- こちら(板書の $x g$ を指して)と、こちら(板書の $y g$ を指して)と、どちらが重い？
- こちら($x g$)が重い。こちら($y g$)がかかる。
- どうしてこちら($x g$)が重い？
- どうして？
- そう。薬品を $\frac{1}{5}$ つかったね。 $\frac{1}{5}$ つかってしまったからかるくなったね。
- どれだけかるくなった？
- どの $\frac{1}{5}$ ですか？
- x の $\frac{1}{5}$ かるくなったのですか？
- どうです？
- つかったのは、何をつかったのですか？
- 薬品をつかったんだね。
- どれだけつかったね？
- なんの $\frac{1}{5}$ ですか？
- x の $\frac{1}{5}$ 分の 1 でないね
- つかった後、びんの重さをはかった

(挙手なし)

• $\frac{4}{5}$

• はいっている。
• $\frac{4}{5}$

• $x g$ が重い。

• $x g$ あったのを $\frac{1}{5}$ つかったから

• $\frac{1}{5}$
• x の $\frac{1}{5}$

• (✖)
(○)

• 薬品

• $\frac{1}{5}$
• 薬品の $\frac{1}{5}$

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$x - y$	<p>ら y g になった。</p> <ul style="list-style-type: none"> • どれだけかなくなった? • そう。 x g ひく y g ですね。 • これ $(x - y)$ は、薬品のどれだけです? • 薬品の $\frac{1}{5}$ が x g ひく y g ですね。 • 残っている薬品の重さはいくらか? • そうですね、 $\frac{1}{5}$ が $x - y$ なんだから残っている $\frac{4}{5}$ は $x - y$ を 4 倍したものです。 	<ul style="list-style-type: none"> • $x - y$ • 薬品の $\frac{1}{5}$ • $4(x - y)$
48		<ul style="list-style-type: none"> • むずかしかったね? • 7番, P24さん, よんで下さい。 	<ul style="list-style-type: none"> • P24
	<p>m人</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • 男女あわせて m 人いるね • 残っている男女あわせて n 人になりました。 • 残っている女は何人でしょう。 • こちら (n 人) が少く, こちら (m 人) が多いね。 • なぜ? • この (図解の $m - n$ のところ) ところはいくらです? 	<ul style="list-style-type: none"> • ⑦ 男女あわせて m 人いる。女の $\frac{1}{5}$ が中食の用意にいきました。残っている人数は男女あわせて n 人になりました。残っている女は何人でしょう。 • 女の人が $\frac{1}{5}$ 中食の用意にいつてしまったから
50	$m - n$	<ul style="list-style-type: none"> • そう。 $m - n$ 人ですね。 • これは女の? • 残っている女は? • 残っている女は? 	<ul style="list-style-type: none"> • $m - n$ • $\frac{1}{5}$ • $\frac{4}{5}$ • $4(m - n)$
52	$[4(m - n)]$	<ul style="list-style-type: none"> • そうですね。 • おわりにしましょう。 	

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
4	<p>$0.8x - 20$</p> <p>$0.8x + 20$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・1枚ずつプリントをくばって下さい。 ・それではノートを出して ・P65君, 1番をよんで下さい。 ・もう1人, P17君 ・よし, それでは答をノートにかいて下さい。 (机間巡視) ・えんぴつをおいて, ・さあ, できた人? ・P38さん ・このようにかいた人? ・ほかに? ・P63君 ・そのほか? ・このように($0.8x + 20$)かいた人? ・定価の2割引で売るということは, 定価の何割で売ることだ? ・定価というのはわかりますね? ・定価の8割で売ったわけです。 ・定価に8割をかければ, これ(板書の$0.8x$)は? ・売価ですね。 ・定価の8割で売った, 売価ですね。 	<ul style="list-style-type: none"> ・P65 ① 定価x円の2割引で売って20円そんする品物の原価はいくらか。 ・P17 ① 定価x円の2割引で売って20円そんする品物の原価はいくらか。 (前列には全く考えていない生徒が2人, 隣の生徒と, 問題と関係ないと思われる話をしているのが1組, 他は一匙けんめい鉛筆をもって, 考えているもの, ノートに書いているもの, 正答は少い。) (挙手6, 7人) ・P38 $0.8x - 20$ (挙手6, 7人) ・P63 $0.8x + 20$ (挙手なし) (挙手10人) ・8割で売る ・はい ・売価(2, 3人一斉)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
9	0.7 \downarrow $0.7x$ \downarrow $0.7x - 20$	<ul style="list-style-type: none"> ・原価というのは仕入れたねだんですね ・原価は、これ($0.8x$)より20円高いのか? 安いのか? ・そしたら、20円たすのか、ひくのか? ・そう、原価は20円それより高いから、20円たせばよいわけだ。 ・この式($0.8x + 20$)がいいわけですね。 ・この式($0.8x - 20$)は、どういうときだ? ・そうですね、原価より20円得をしたときは、売価から20円ひけば原価が出てくる。 ・それでは、3割引で売ったら、売価は定価の何割で売ったことになる? ・定価の3割引で売ったら20円得をした商品の原価はいくらか。 ・どうですか? ・売価は? ・20円とくしたんだから ・どうだ? ・そうですね。 ・前の時間のように、x円を100円なら、100円として考えてみて下さい。 (机間巡視) ・さあ、その次をやりましょう。 ・P16さん、2番よんで下さい。 ・やって下さい。 (机間巡視) ・できた人、手をあげてごらん? ・P27君 	<ul style="list-style-type: none"> ・20円高い ・たす ・20円もうけたとき ・7割 ⊙ ・$0.7x$ ・ひく。 (生徒は記帳し、考える。) ・P16 ② ある数に8をたして、aでわったら6になりました。ある数は何でしょう。 (正答者は窓側1列に2, 3人いる。$\frac{\square + 8}{a} = 6$とノートしている生徒、ぼんやりしている生徒、書いては消し、書いては消している生徒大部分はねっしんに考えている。) (挙手4人)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
15	$6a - 8$ $\begin{array}{r} \square + 8 \\ \downarrow \\ \square + 8 \\ \hline a \\ \downarrow \\ \square + 8 = 6 \\ \hline a \end{array}$ $6a$ \downarrow $6a - 8$ $\left(\frac{\square + 8}{a} = 6 \right)$ ② $\{ 6a - 8 \}$	<ul style="list-style-type: none"> • そうやった人? • ある数に8をたしてaでわったら6になりました。ある数はなんででしょう。 • ある数に8をたして • そしてどうした? • aでわったら6になった。 • aでわったら6になったから、この数(□+8)は6をa倍すればよい。 • 6をa倍すればこの数(□+8)になる。 • この数(6a)から8をひけば、この数(□)になるね。 • これ(a)が文字のためよくわからなかったら、これ(a)を、簡単な数、たとえば、2とおきかえて考えてみましょう。 • □+8を2でわったら6になったから6を2倍すれば、この数(□+8)になりますね。 • いくらだ? • 6を2倍して12ですね。 • この数(□)は8をたしたらいくらになった? • 8をたしたら12になったから12から8をひけばよいね。 • そういうふうを考える。 • aでわったら6になったから6をa倍(6aを指して)する。 • 8をたしたら、こう(6a)なったから、8をひく。 • 逆にやっっていけばよいわけですね。 • 次、その前の人、よんで下さい。 	<ul style="list-style-type: none"> • P27 • 6a - 8 (挙手14人) • aでわった。 • 12 • 12 • P15 ③ ある数から10をひいてx倍したら20になりました。もとの数はなんででしょう。

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
16	$\frac{20}{x} + 10$ $\square - 10$ \downarrow $(\square - 10) \times x$ \downarrow $(\square - 10) \times x = 20$ $\frac{20}{x}$ \downarrow $\frac{20}{x} + 10$ $\left(\begin{array}{cc} (\square - 10) \times x = 20 \\ \parallel \quad \parallel \\ 4 \quad 5 \end{array} \right)$	<ul style="list-style-type: none"> • さあ、考えて、 (机間巡視) • はい、できた人? • P22さん • P23君 • プラスいくら? • この通り($\frac{20}{x} + 10$)やった人? • よし • ある数から10をひいて • x倍したら • 20になったから • x倍したら20になったから、x倍しない前は? • xを20でわればよいわけですね。 • その前は10をひいたんだから10をたせばよいね。 • xという文字があって、この問題がよくわからない場合は、xのかわりにかんたんな数、5なら5とおいてみて考えてみましょう。 • 5倍したら20になったから、5倍しない前はこの数($\square - 10$)はいくらになる? • そう。20を5でわって4ですね。 • 10をひいたらいくらになった? • P63君 • 4ですね。 • 10をひいたら4になったからこの数(\square)は、10をたせばよいわけだ。 • x倍した20になったから、20をxでわる。10をひいたら$\frac{10}{x}$になったから10をたす。 	<ul style="list-style-type: none"> (挙手5人) Ⓢ • P23 $\frac{20}{x} + 10$ • P23 10 (挙手5人) • xを20でわればよい。 • 4 Ⓢ • P63 4

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$\frac{20x}{5}$ x 人 \rightarrow 20 日 $\parallel \nearrow$ 4 人 5 人 \rightarrow \square 日 1 人 20×4 (日) 1 日 20×4 (人) $\frac{20 \times 4}{5}$ $20 \times x$ (日)	<ul style="list-style-type: none"> • 逆にやってみればよい。 • 文字があつてよくわからない場合は文字をかんな数におきかえて考えるとわかりやすいでしょう。 • はい、その次、P14さん • もう1人、P15君 • これも考えてみましょう。さあ、ノートに。 (机間巡視) • はい、やめて、 • わかった人? • はい。 • そうかいた人? • これはなかなかめんどろですね。わからない時は文字を数でおきかえて考えてみましょう。 • x 人を何人にしますか? • x 人で20日かかる。 • 4人で20日かかる。 • 5人でしたら何日かかる。 • これならわかるかね。 • 1人してこの仕事をやったら何日かかる? • そう。これをのべ日数といいますね。 • 1日でやるには、何人でやればよい? • これをのべ人数といいますね。 • 1人してやれば 20×4 日かかるから、5人してやれば? • そうですね。 • x 人でやると20日かかるから、1人でやるとのべ日数は? • 5人してやれば? 	<ul style="list-style-type: none"> • P14 ④ x 人で20日かかる仕事は、5人では何日かかるでしょう。 • P15 ④ x 人で20日かかる仕事は5人では何日かかるでしょう。 (正解7, 8人か?) (挙手5人) • P44 $\frac{20x}{5}$ (挙手3人) • 4人 • $\frac{4 \times 20}{5}$ • $20 \text{日} \times 4 = 80 \text{日}$ • $4 \text{人} \times 20 = 80 \text{人}$ • $20 \times 4 \div 5$ • $20 \text{日} \times x$ • それを5でわる。

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
	$\frac{20 \times x}{5} = \frac{20x}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> • そうですね。 • その次、よんで下さい。P13 君 • もう1人 P12さん • そろ。はい、書いてみて下さい。 (机間巡視) 	<ul style="list-style-type: none"> • P13 ⑤ 1こa円のなし7このねだんは、りんご10このねだんと同じです。りんご1このねだんは何円でしょう。 • P12 ⑥ 1こa円のなし7このねだんは、りんご10このねだんと同じです。りんご1このねだんは何円でしょう。
29	$\frac{7a}{10}$	<ul style="list-style-type: none"> • やめて。さあ、できた人? • P38さん • いくら? • ほかに? • P44さん • 10ぶんの7a • 7aというのは? 	<ul style="list-style-type: none"> (挙手4人) • P38 $7a+50$ • P38 (黙) • P44 $\frac{7a}{10}$ • なし7このねだん(数人)
30		<ul style="list-style-type: none"> • なし7このねだんですね • これがりんご10このねだんと同じ というのだから10でわればよい。 • a円を10円なら10円としてノートにやってみて下さい。 	<ul style="list-style-type: none"> (生徒記帳しながら考える。)
34		<ul style="list-style-type: none"> • その次、6ばん、P11君 • さあ、考えてみて下さい。 (机間巡視) • はい。やった人、手を上げてごらん。 • 先生といっしょにやりましょう。 • 先生が、もう1回よんでみますから。 • 薬品がはいっているびんの重さをはかったらxgあった。つぎに薬品の 	<ul style="list-style-type: none"> • P11 ⑥ 薬品がはいっているびんの重さをはかったらxgあった。つぎに薬品の$\frac{1}{5}$を使った後、びんの重さをはかったらygになった。残っている薬品の重さはいくらか。 (挙手なし)

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動
41	$4(120-100)$ $[x-y]$ $[4(x-y)]$ 男 男 女 女 女 m 人 n 人 $\frac{1}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> 残っている薬品は$\frac{4}{5}$あるわけですね 残っている薬品の目方は、どうすればよい? そうですね、$\frac{1}{5}$が20gだから、$\frac{4}{5}$は、それを4倍すればよい。 xgあるのを$\frac{1}{5}$つかったからygになった。何g少なくなったかね? そう、xgからygひいた$x-y$gだけ少なくなったわけですね。 それは、薬品のどれだけの目方ですか? 薬品の残っている量は? だから残っている薬品の重さは? そうですね、$x-y$を4倍したものです。 これが、$\frac{1}{7}$だったらどうですか? P63君 そうですね。xからyをひいたのを4倍すればよいわけですね。 その次 はい、よんで下さい。 そう。男女あわせてm人いるね。ところが、女の$\frac{1}{5}$が中食の用意にいった。 これ(m人、n人)は、男か?女か? そう。男女あわせた人数ですね。 女の$\frac{1}{5}$が中食の用意に行ったから残っている人数はn人になった。 これ(n人)は残っている男と女の人数ですね。 残っている女は何人でしょう。 さあ、みんな考えてみましょう。さっきと同じ要領で、 (机間巡視) 	<ul style="list-style-type: none"> 4倍すればよい。 $x-y$ $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$ $4(x-y)$ P63 6倍すればよい。 P27 ① 男女あわせm人いる。女の$\frac{1}{5}$が中食の用意にいきましたので、残っている人数は男女あわせてn人になりました。残っている女は何人でしょう。 男も女もいる。

経過時間	教師の板書	教師の活動	生徒の活動															
43	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 5px;">男</td> <td style="padding: 5px;">男</td> <td style="padding: 5px;">女</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">女</td> <td style="padding: 5px;">女</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">m人</td> <td style="padding: 5px;">n人</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{5}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">50人</td> <td style="padding: 5px;">45人</td> <td style="padding: 5px;">5人</td> </tr> </table>	男	男	女	女	女		m 人	n 人	$\frac{1}{5}$				50人	45人	5人	<ul style="list-style-type: none"> ・はい、やった人? ・P67君 ・さつきと同じですね。 ・これを50人とする。 ・女の$\frac{1}{5}$がへったので、何人へったにしたらよいかね?これ45人にしてみるかね。男女あわせて50人いました。女の$\frac{1}{5}$が中食の用意にいった。45人になってしまった。中食の用意にいったから人数は少なくなってしまわうわけですね。 ・50人から45人ひいたのは? ・残っている女は? ・$\frac{1}{5}$が5人だから$\frac{4}{5}$は? ・女の$\frac{1}{5}$が5人だから、4倍すれば残っている女の数になるわけですね。 ・男女あわせてm人いた。ところが、女の$\frac{1}{5}$が中食の用意にいったからn人になった。少なくなった人数は? ・残っている女は$\frac{4}{5}$だからそれ($m-n$)を4倍すればよいね。 ・男女あわせてm人いました。女の$\frac{1}{3}$が中食の用意に行ったので残っている人数はn人になった。残っている女は何人か? ・そうですね。 ・おわりにしましょう。 	<p>(数人 挙手)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・P67 4 · ($m - n$) ・女の$\frac{1}{5}$ ・$\frac{4}{5}$ ・5人を4倍する。 ・$m - n$ ・2 ($m - n$)
男	男	女																
女	女																	
m 人	n 人	$\frac{1}{5}$																
50人	45人	5人																
51																		

10月19日(金)

(以降は同様であるので、文字による解法のみをかかげる。)

第3校時(第4次)
(実験群)

第2校時(第4次)
(統制群)

問題① タンクの注水口から P 分間注水したら注水する前より q cm高くなりました。1分間平均何cm高くなったでしょう。

q cm P 分

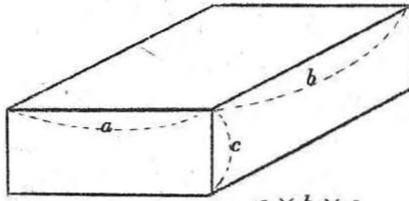
$$\frac{q \div P}{P}$$

問題② 10位の数字が a 、1位の数字が b である二けたの数をあらわすのに、 ab とすれば、 $a \times b$ を意味するから不適当である。この数は $10a + b$ であらわすか

よい。それでは、10位の数字が m 、1位の数字が n である2けたの数はどうあらわされるか。

10位	1位
m	n
$10 \times m + n$	
$10m + n$	

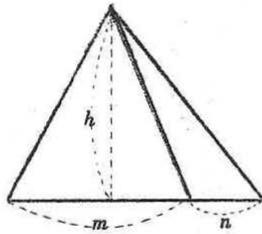
問題③ 縦、横、高さが、それぞれ a cm、 b cm、 c cmの直方体の体積を求めよ。



$$a \times b \times c$$

$$= a b c$$

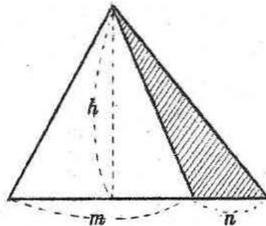
問題④ 底辺が m cm、高さが、 h cmの三角形の底辺を n cmだけ大きくしたら面積はどれだけになるか。また面積はどれだけ大きくなるか。



$$(m+n) \times h \div 2$$

$$= \frac{h(m+n)}{2}$$

面積はどれだけ大きくなるか。



$$n \times h \div 2$$

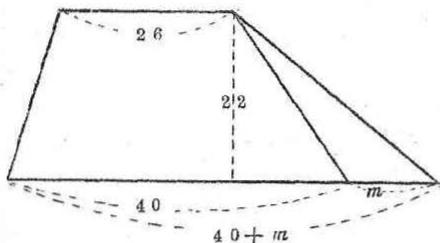
$$= \frac{h n}{2}$$

10月19日(金)

第5校時(第5次)
(実験群)

第6校時(第5次)
(統制群)

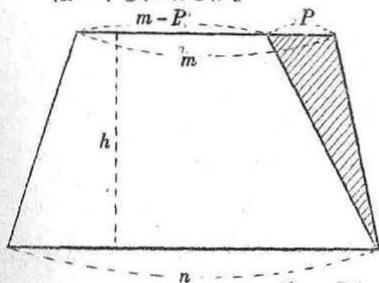
問題① 高さ2.2cm, 上底2.6cm, 下底4.0cmの台形の下底を m cm長くしたら面積はどれだけになるか。



$$(2.6 + 4.0 + m) \times 2.2 \div 2$$

$$= (6.6 + m) \times 1.1$$

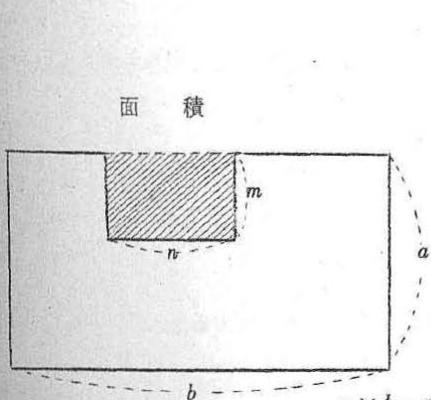
問題② 高さが h cm, 上底が m cm, 下底が n cmの台形の上底を P cmみじくしたら面積はいくらになるか。



$$(m - P + n) \times h \div 2$$

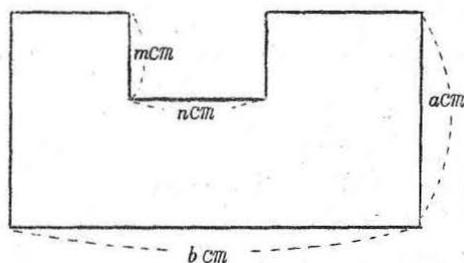
$$= \frac{h(m - P + n)}{2}$$

問題③ 右の図の面積と周を求めよ。

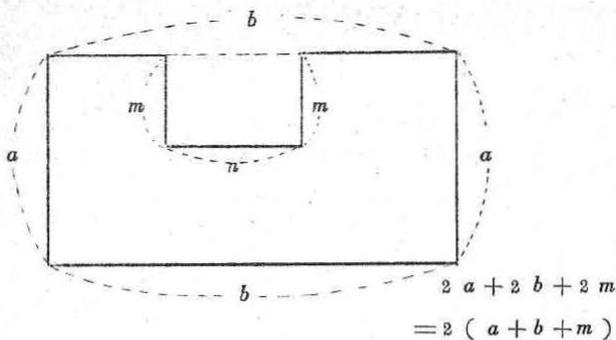


$$a \times b - m \times n$$

$$= a b - m n$$



周



問題④ a 円の商品を2割もうけて売りました。もうけはいくらでしょう。又、売価はいくらでしょう。

もうけ	a 円	0.2
	$a \times 0.2 = 0.2a$	
売 価	$a \times (1 + 0.2)$	
	$= a \times 1.2$	
	$= 1.2a$	

3 指導後の反省

- (1) 生徒の個性，能力がよくわからないこともあって，最初に問題を読ませ，生徒に解答を考えさせてノートに記録させた。これは生徒を理解することに大いに役立った。
- (2) 教材の領域が広いので，一つ一つの問題をわからせるのに苦労した。基礎学力の弱い生徒に基礎から教えることは，ほとんどできなかった。
- (3) 数学的用語についての理解が，ふじゅうぶんで，題意の理解や，立式の際に種々困難を感じていたようである。
- (4) 両群を公平に指導することはなかなか困難であった。しかし授業時間全体を考えると，両群を平等に指導したように思われる。

VI 実験結果とその考察

1 実験結果とその考察

実験群と統制群の指導前後におけるテストの結果は次の図表の通りである。

図表 14 実験群の指導前後学力テスト集計表 (○印正答 ×印誤答)

能力別	生徒氏名	指導後テスト B_{13} の問題番号										B_{13}	指導前テスト A_1 の問題番号										A_1	$(B_{13}-A_1)(B_{13}-A_1)^2$	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
上位群	あ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	○	○	×	○	○	○	○	○	○	9	1	1
	い	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	○	○	○	○	○	○	○	×	×	8	2	4
	う	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	○	○	○	○	×	×	○	×	7	3	9	
	え	×	○	○	○	○	○	○	○	○	×	8	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	2	4	
	お	○	○	×	×	○	○	○	○	×	×	6	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	0	0	
	か	○	○	○	×	○	○	○	○	○	×	8	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	2	4	
	き	○	○	○	×	○	×	○	○	○	×	7	○	×	○	×	○	×	×	○	×	5	2	4	
	く	○	○	○	○	○	○	○	○	○	×	9	○	○	○	×	○	×	×	×	×	5	4	16	
	け	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	9	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	3	9	
こ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	○	○	○	○	○	×	○	○	9	1	1		
計	9	10	9	7	10	9	10	9	9	5	87	10	9	10	7	10	10	3	2	4	2	67	20	50	
中位群	さ	○	○	○	○	×	○	○	○	○	9	○	○	○	×	○	×	×	×	×	×	5	4	16	
	し	○	○	○	○	○	○	○	×	○	×	×	7	○	○	○	×	○	×	○	×	×	6	1	1
	す	○	○	○	○	×	×	×	×	×	○	5	○	○	○	○	×	×	×	○	×	5	0	0	
	せ	×	○	×	○	○	○	×	×	×	○	5	○	○	○	○	×	×	×	×	×	4	1	1	
	そ	○	○	○	×	×	×	×	×	×	○	4	○	×	×	○	×	×	×	×	×	2	2	4	
	た	○	○	×	○	○	○	○	○	×	○	8	○	×	○	×	×	×	○	×	×	×	3	5	25
	ち	×	○	×	○	○	×	×	○	×	×	4	○	×	○	○	×	×	×	×	×	×	3	1	1
	つ	○	○	○	○	○	○	×	×	×	○	7	○	×	×	×	○	×	×	×	×	×	2	5	25
	て	○	○	×	×	×	○	×	×	×	○	4	○	○	○	○	×	×	×	×	×	×	4	0	0
と	○	○	×	○	○	○	○	○	×	×	8	○	×	○	○	×	×	×	×	×	×	3	5	25	
計	8	10	5	8	6	7	3	5	2	7	61	10	5	8	6	3	2	1	1	1	0	37	24	98	
下位群	な	○	○	×	○	○	○	○	○	×	×	7	×	×	×	○	○	×	×	×	×	×	2	5	25
	に	×	×	×	×	×	×	×	○	×	×	1	○	×	×	×	×	×	×	×	○	2	-1	1	
	ぬ	○	×	×	○	×	×	○	×	○	×	4	○	×	×	×	×	×	○	○	×	3	1	1	
	ね	×	○	×	×	○	×	×	×	×	×	3	×	×	○	×	×	○	×	×	×	2	1	1	
	の	×	○	×	○	×	×	×	×	×	×	2	○	×	×	×	○	×	×	×	×	2	0	0	
	は	○	×	×	○	○	×	×	×	×	×	4	○	×	×	×	×	×	×	×	×	1	2	4	
	ひ	×	○	×	×	×	×	×	×	×	×	1	×	×	○	×	×	×	×	×	×	2	-1	1	
	ふ	○	×	○	×	○	○	×	○	×	×	5	×	○	×	×	×	○	×	×	×	×	2	3	9
	へ	○	×	×	○	○	○	×	×	×	×	4	×	×	×	×	○	×	×	×	×	×	1	3	9
ほ	○	×	×	○	×	○	×	○	×	×	4	○	×	×	○	×	×	×	×	×	×	2	2	4	
計	6	4	1	6	5	6	2	4	1	0	34	5	1	2	2	3	1	1	1	1	1	19	15	55	
合計	23	24	15	20	21	22	15	18	12	12	182	25	15	20	15	15	15	5	4	6	3	123	59	203	

図表 15

統制群の指導前後学力テスト集計表

(○印正答 ×印誤答)

能力別	生徒氏名	指導後テスト B13 の問題番号										B ₁₃	指導前テスト A1 の問題番号										A ₁	(B ₁₃ -A ₁)	(B ₁₃ -A ₁) ²
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
上位群	ア	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	○	○	○	○	○	×	×	×	7	3	9	
	イ	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	9	○	○	○	○	○	○	×	×	×	7	2	4	
	ウ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	10	○	×	○	○	○	○	○	×	○	×	7	3	9
	エ	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	9	○	○	○	○	○	×	○	×	×	7	2	4	
	オ	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	9	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	3	9	
	カ	○	○	○	×	×	○	○	○	○	×	7	○	○	○	○	○	○	×	○	×	8	-1	1	
	キ	○	○	×	×	×	×	×	×	×	×	2	○	○	○	×	×	○	×	×	×	4	-2	4	
	ク	○	○	×	○	○	○	×	○	×	×	6	○	○	×	○	○	○	×	×	×	6	0	0	
	ケ	○	○	×	○	○	○	○	×	○	×	7	○	○	○	×	○	○	×	×	×	6	1	1	
	コ	○	○	×	○	○	○	○	○	×	○	8	○	○	○	×	×	○	×	○	×	5	3	9	
計		10	10	6	8	8	9	8	8	4	6	77	10	9	9	8	7	10	6	2	2	0	63	14	50
中位群	サ	○	×	○	×	○	×	×	○	×	○	5	×	×	○	×	×	×	×	○	○	×	3	2	4
	シ	○	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	○	×	○	○	○	×	×	○	×	6	0	0	
	ス	○	○	×	×	×	○	×	×	○	○	5	○	○	○	○	○	×	×	×	×	6	-1	1	
	セ	○	×	×	×	×	○	×	○	×	×	3	○	×	○	×	○	×	○	×	×	5	-2	4	
	ソ	○	○	○	×	○	○	×	×	×	×	5	○	×	×	○	○	×	×	×	×	4	1	1	
	タ	○	○	×	×	○	×	○	×	○	○	6	○	×	×	○	○	×	×	×	×	4	2	4	
	チ	○	○	×	○	○	○	×	×	×	×	5	○	×	○	×	○	×	×	×	×	4	1	1	
	ツ	○	○	○	×	○	○	×	×	×	×	6	○	○	○	×	○	×	×	×	×	5	1	1	
	テ	○	○	×	×	○	○	×	×	×	○	5	○	×	○	×	×	×	×	×	○	4	1	1	
	ト	○	○	×	○	○	○	○	×	○	×	7	○	×	×	○	○	×	×	×	×	4	3	9	
計		10	8	4	3	8	8	8	2	3	4	53	9	2	7	6	7	9	0	2	2	1	45	8	21
下位群	ナ	×	○	×	×	○	○	○	○	×	×	5	○	×	○	×	×	○	×	×	×	4	1	1	
	ニ	○	×	×	×	×	×	×	×	×	×	1	○	×	×	×	×	○	×	×	×	2	-1	1	
	ヌ	×	×	○	×	×	○	×	×	×	×	2	×	×	○	×	×	○	×	×	×	3	-1	1	
	ネ	×	○	×	×	○	×	×	×	○	×	3	×	×	○	×	×	×	×	○	×	2	1	1	
	ノ	○	○	×	○	○	○	×	×	×	×	6	○	○	○	○	○	×	×	×	×	7	-1	1	
	ハ	×	×	×	×	×	×	○	○	×	×	2	×	○	○	×	×	×	×	×	×	2	0	0	
	ヒ	○	○	×	○	×	○	×	×	×	×	5	○	×	○	×	×	×	×	×	×	3	2	4	
	フ	○	○	×	○	○	×	×	×	×	×	4	×	×	○	○	×	×	×	×	×	3	1	1	
	ヘ	○	×	×	×	×	×	×	×	×	×	1	○	×	×	×	×	×	×	×	×	1	0	0	
	ホ	×	×	×	×	○	×	×	×	×	×	1	×	○	×	×	×	×	×	×	×	2	-1	1	
計		5	5	1	2	5	5	2	3	2	0	30	5	3	7	1	3	5	3	1	1	0	29	1	11
合計		25	23	11	13	21	22	13	13	9	10	160	24	14	23	15	17	24	9	5	5	1	137	23	82

図表 16

実験群と統制群の指導前後におけるテストの平均通過率および学習の一時的効果の比較

区 分	知能偏差値	標準学力テスト偏差値	テスト B13	テスト A1	学習の一時効果
実 験 群	47.3	38.5	60.7	41.0	12.0
統 制 群	45.8	37.4	53.3	45.7	0

学習の一時効果 = 実験群 (B13 - A1) - 統制群 (B13 - A1)

(百分率で計算したのと、得点で計算して百分率になおしたのでは多少違うことがある)

図表 17

実験群と統制群の指導前後におけるテストの平均通過率、および学習の一時効果の比較
(能力別)

区 分	能力段階	知能偏差値	学 力	文字式テスト	テスト B13	テスト A1	B13 - A1	学習の一時効果
実験群	上	56.5	4.1	16.8	87.0	67.0	20.0	6.0
	中	45.9	3.0	11.2	61.0	37.0	24.0	16.0
	下	39.5	2.1	6.3	34.0	19.0	15.0	14.0
統制群	上	52.8	3.7	17.5	77.0	63.0	14.0	0
	中	44.6	2.9	11.3	53.0	45.0	8.0	0
	下	40.1	2.2	6.5	30.0	29.0	1.0	0

図表 18

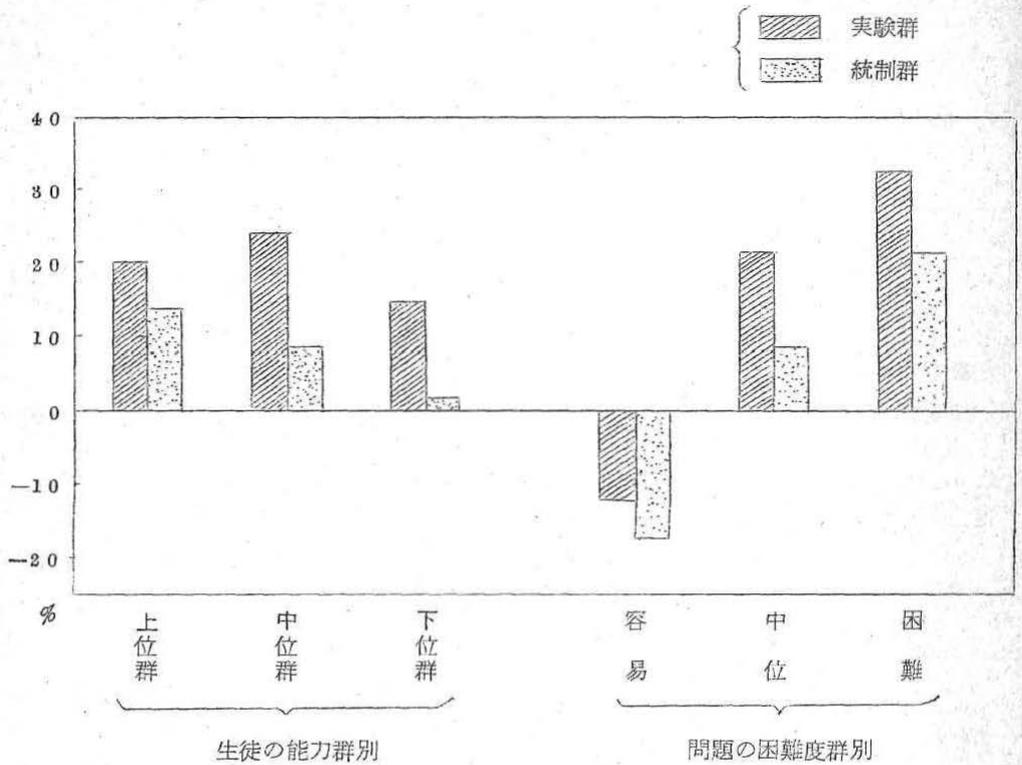
実験群と統制群の指導前後におけるテストの平均通過率および学習の一時効果の比較
(問題別、難易別)

困難度	問題番号	実 験 群			統 制 群			難 易 別 実験群 (統制群)			学習の一時効果 実(B13-A1) - 統(B13-A1)	
		B13	A1	B13-A1	B13	A1	B13-A1	B13	A1	B13-A1	問題別	難易別
容易	1	76.7	83.3	-6.7	83.3	80.0	3.3	63.3 (60.0)	75.0 (78.3)	-11.7 (-18.3)	-10.0	6.7
	3	50.0	66.7	-16.7	36.7	76.7	-40.0				23.3	
中位	6	73.3	50.0	23.3	73.3	80.0	-6.7				8.0	15.0
	5	70.0	50.0	20.0	70.0	56.7	13.3	72.5	50.0	22.5	6.7	
	4	66.7	50.0	16.7	43.3	50.0	-6.7	(65.8)	(58.3)	(7.5)	23.3	
困難	2	80.0	50.0	30.0	76.7	46.7	30.0				0.0	11.7
	9	40.0	20.0	20.0	30.0	16.7	13.3				6.7	
	7	50.0	16.7	33.3	43.3	30.0	13.3	47.5	15.0	32.5	20.0	
	8	60.0	13.3	46.7	43.3	16.7	26.7	(37.5)	(16.7)	(20.8)	20.0	
	10	40.0	10.0	30.0	33.3	3.3	30.0				0.0	
	計	60.7	41.0	19.7	53.3	45.7	7.7	60.7 (53.3)	41.0 (45.7)	19.7 (7.6)	12.0	12.0

(資料 11 P 74)

図表19

学習の一時的効果 ($B_{13} - A_1$) 比較図



2 有意な差違の有無の検定

実験結果についての、実験群と統制群の間に有意な差のあることの検定には、指導前テスト(A_1)と指導後テスト(B_{13})の得点の差による変量分析法を適用した。

	Σx	Σx^2	N
実験群	59	203	30
統制群	23	82	30
	82	285	60

$$\text{全変動} = (\Sigma \Sigma x^2) - \frac{(\Sigma \Sigma x)^2}{\Sigma N} = 285 - \frac{82^2}{60} = 172.93$$

$$\text{級間変動} = \frac{1}{N} \{ (\Sigma x_1)^2 + (\Sigma x_2)^2 \} - \frac{(\Sigma \Sigma x)^2}{\Sigma N} = \frac{1}{30} (59^2 + 23^2) - \frac{82^2}{60} = 21.60$$

$$\text{級内変動} = \text{全変動} - \text{級間変動} = 172.93 - 21.60 = 151.33$$

要因	変動	自由度	不偏分散	分散比
級間変動	2 1.6 0	2-1	2 1.6 0	$F_0 = \frac{2 1.6 0}{2.6 1} = 8.2 8$
級内変動	1 5 1.3 3	6 0-2	2.6 1	
全変動	1 7 2.9 3	6 0-1		

$$F_{55}^1(0.01) = 7.12$$

$$P\{|F| \geq 8.28\} < 0.01$$

よって、危険率1%で有意差ありと認められた。このことから、実験群と統制群との間には、有意の差があることが明らかにされたので、実験群の指導法についての学習効果が、認められた訳である。よってその指導法は、効果的であったという結論に導くことができるのである。

3 結果の考察

実験の結果については、次のように解釈しなければならないと思う。

解釈Ⅰ この実験においては、

- (1) 文字文章題において文字を数字におきかえて指導したことは、効果的であったといわれる。
(1%の危険率で有意差あり。)
- (2) この学習の一時的効果は、
 - ・ 生徒の能力群別には、中倍群(16.0%)、下位群(14.0%)、上位群(6.0%)の順に大きい。
 - ・ 問題の困難度を三段階にわけると、容易な問題は効果が一番少く(6.7%)、中位の問題は最も効果が大きく(15.0%)、困難の問題の効果(11.7%)は、それについている。但し、容易の問題の効果は分析研究しなければならない。

解釈Ⅱ 一般的解釈

- (1) この実験授業よりも、文字を指導するによりよい指導法が、統制群にあると(有るか無いかは別として、理論的には)文字を数字におきかえて指導すればよいことは、一般的にはいわれない。
- (2) 文字を数字におきかえて指導するしかたに、この実験授業よりよい方法があったとしても、さしつかえない。(実験群の授業がまずかったとしても仮説は立証されたということ。)
- (3) 教材間の相関は高いと思われるので、中学校の数学全領域に一般的には、仮説は立証されたといわれるであろう。
- (4) 実験対象の生徒と同一程度の知能・学力のクラスならこの仮説は正しい。

解釈Ⅲ 指導上

一般的には、学習指導は、解釈Ⅰ、解釈Ⅱを了解して行なわれなければならないと思うが、特殊的には、この研究資料から次のことが考えられると思う。但し、資料が少ないことと、実証してないことから、どの程度、たしかなものか、もっと具体的には、どうなるのかは、次の研究をまたなければならない。

- (1) 作図してから文字を数字におきかえた指導はいっそう有効であろう。
- (2) やさしい問題(クラスで70%以上解答できる問題)は数字におきかえると、正答率はさがることがある。(資料の分析が必要)

(3) 統制群には、学習の一時的効果でマイナスが多い。(実験群に2人、統制群は8人、しかも、統制群には下位群に4人)。今後の実証的研究が必要である。

(第一回実験研究の概要 資料12 P 75)

第五章 資料

資料 1

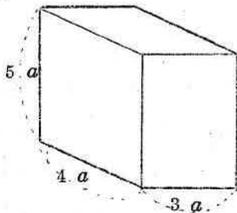
A1

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

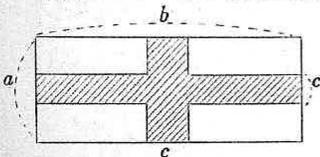
書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけないでよい。

- ① 500円札で1個 a 円の品物を3個買った。おつりはいくらか。
 答 1. $500+3a$ 2. $3a-500$ 3. $500 \times 3 - a$ 4. $500 - 3a$
- ② 10冊のノートを買うのに、はじめ30円のノート4冊を買い、そのほかは1冊 x 円のノートを買った。代金は全部でいくらか。
 答 1. $30 \times 4 + 10x$ 2. $30 \times 10 + 4x$ 3. $30 \times 6 + x$ 4. $30 \times 4 + 6x$
- ③ x 人の子供に、りんごを2個ずつあたえたら y 個余った。はじめあったりんごの数はいくらか。
 答 1. $2x+y$ 2. $2x-y$ 3. $\frac{x}{2}+y$ 4. $\frac{x}{2}-y$
- ④ 16kmある道のりを $a \frac{\text{km}}{\text{時}}$ の速さで2時間30分歩いた。残りの道のりはいくらか。
 答 1. $16-150a$ 2. $16+25a$ 3. $16-25a$ 4. $\frac{16}{a}-25$
- ⑤ 縦が $a \text{ cm}$ 、横が $b \text{ cm}$ 、高さが $c \text{ cm}$ の直方体の縦の長さを2倍に、横の長さを3倍に、高さを4倍にすれば、その体積はいくらになるか。
 答 1. $2a+3b+4c$ 2. $7abc$ 3. $24abc$ 4. $\frac{24}{abc}$
- ⑥ 高さが $h \text{ cm}$ 、上底 $a \text{ cm}$ 、下底 $b \text{ cm}$ の台形の上底を $c \text{ cm}$ みじかくしたら面積はいくらになるか。
 答 1. $\frac{h(a+b-c)}{2}$ 2. $\frac{hc}{2}$ 3. $h(a+b-c)$ 4. $\frac{h(a+b+c)}{2}$
- ⑦ 高さ16cm、上底12cm、下底20cmの台形の下底を $b \text{ cm}$ 長くしたら面積はどれだけ広がるか。
 答 1. $8(32+b)$ 2. $8h$ 3. $16h$ 4. $8(32-b)$
- ⑧ 縦、横、高さが、それぞれ $3a \text{ cm}$ 、 $4a \text{ cm}$ 、 $5a \text{ cm}$ の直方体がある。この直方体の表面積を求めよ。



- 答 1. $47a$ 2. $94a^2$ 3. $94a^3$ 4. $60a^2$

- ⑨ 長方形の土地を下の図のように道路で同じ大きさの4つの部分に区切るとき、その1つの部分の周を a 、 b 、 c を用いた式で書き表わせ。



- 答 1. $a+b-2c$ 2. $\frac{a+b-2c}{2}$
 3. $a+b-\frac{c}{2}$ 4. $2(a+b)-4c$

- ⑩ 薬品がはいっているびんの重さをはかったら A ｇあった。つぎに薬品の $\frac{1}{3}$ を使った後、びんの重さをはかったら B ｇになった。残っている薬品の重さを表わす式をつくれ。

答 1. $2(A-B)$ 2. $\frac{2A}{3}$ 3. $(A-B) \times \frac{2}{3}$ 4. $\frac{A-B}{3}$

B1

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけなくてよい。

- ① S 頁の本を t 日間で読んだ。平均すると 1 日何ページ読んだことになるか。

答 1. $S t$ 2. $\frac{S}{t}$ 3. $\frac{t}{S}$ 4. $S - t$

- ② 10 位の数字が a 、1 位の数字が b である 2 けたの数をあらわすのに ab とすれば $a \times b$ を意味するから不適当である。たとえば 45 は $4 \times 10 + 5$ とかけるように、この数は $10a + b$ であらわすかよい。それでは、100 位の数字が a 、10 位の数字が b 、1 位の数字が c である 3 けたの数はどうあらわされるか。

答 1. $a+10b+100c$ 2. $10a+100b+c$ 3. $100c+b+a$ 4. $100a+10b+c$

- ③④ タンクの注水口から水を入れると、水面が毎分 a m ずつ高くなり、注水をやめて出すと毎分 b m ずつ低くなるとする。つぎの問に答えよ。

- ③ m 分間注水すると水面はどれだけ高くなるか。

答 1. $\frac{a}{m}$ 2. mb 3. ma 4. $a-b$

- ④ m 分間注水してから、 n 分間水を出す、水面は注水する前よりどれだけ高くなるか。(a は b より、 m は n より大きいとする。)

答 1. $ma - na$ 2. $na - mb$ 3. $ma - nb$ 4. $m(a-b)$

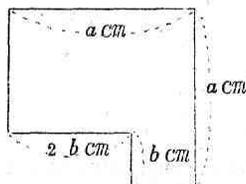
- ⑤ 縦、横、高さが、それぞれ $3a$ cm 、 $4a$ cm 、 $5a$ cm の直方体の体積を求めよ。

答 1. $12a^3$ 2. $3a+4a+5a$ 3. $60a^3$ 4. $180a$

- ⑥ 半径 r cm 、中心角 120° のおうぎ形の面積を求めよ。(円周率 π をつかってあらわせ)

答 1. $\frac{r^2 \pi}{3}$ 2. $\frac{3r^2}{\pi}$ 3. $\frac{3\pi}{r^2}$ 4. $\frac{r^2 \pi}{9}$

- ⑦⑧ 下の図の周と面積を求めよ。



答 { ⑦ 周 { 1. $4a - 3b$ 2. $4a$
3. $2a + 4b$ 4. $4ab$
⑧ 面積 { 1. a^2 2. $2a^2b^2$
3. $2(a^2 - b^2)$ 4. $a^2 - 2b^2$

- ⑨ 底辺が a cm 、高さが h cm の三角形の底辺を b cm だけ小さくしたら面積はどれだけせまくなるか式であらわせ。但し a は b より大きい。

答 1. $\frac{bh}{2}$ 2. $\frac{h(a-b)}{2}$ 3. $\frac{h(a+b)}{2}$ 4. bh

- ⑩ 学級生徒会で、はじめ3つの意見A, B, Cに賛成した人は、それぞれa人ずつであった。さらに議論したあとでふたたび調べたところAからB, BからC, CからAに意見の変わった人はそれぞれb人, c人, d人であった。A, B, Cに賛成する人は、それぞれ何人になったか。

答 1. $\begin{cases} a-b \\ a-c \\ a-d \end{cases}$ 2. $\begin{cases} a+d \\ a+b \\ a+d \end{cases}$ 3. $\begin{cases} a-b+d \\ a+b-c \\ a+c-d \end{cases}$ 4. $\begin{cases} a+b-d \\ a-b+c \\ a-c+d \end{cases}$

A10

中学校第3学年 組 番 氏名

--	--

書き方 別紙の解答の例のように次の問題をとけ。答に単位をつけなくてよい。
式はかかなくてもよい。

- ① 500円札で1個a円の品物を3個買った。おつりはいくらか。

答 _____

- ② 10冊のノートを買うのに、はじめ30円のノート4冊を買い、その外は1冊x円のノートを買った。代金は全部でいくらか。

答 _____

- ③ x人の子供に、りんごを2個ずつあたえたらy個余った。はじめあったりんごの数はいくらか。

答 _____

- ④ 16Kmある道のりを $a \frac{\text{Km}}{\text{時}}$ の速さで2時間30分歩いた。残りの道のりはいくらか。

答 _____

- ⑤ 縦がacm, 横がbcm, 高さがccmの直方体の縦の長さを2倍に, 横の長さを3倍に, 高さを4倍にすればその体積はいくらになるか。

答 _____

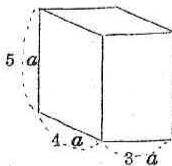
- ⑥ 高さがhcm, 上底acm, 下底bcmの台形の上底をccmみじかくしたら面積はいくらになるか。

答 _____

- ⑦ 高さ16cm, 上底13cm, 下底20cmの台形の下底をbcm長くしたら面積はどれだけ広がるか。

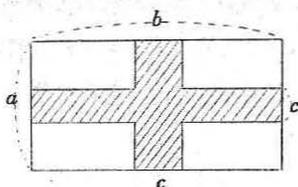
答 _____

- ⑧ 縦, 横, 高さが, それぞれ3acm, 4acm, 5acmの直方体がある。この直方体の表面積を求めよ。



答 _____

- ⑨ 長方形の土地を下の図のように道路で同じ大きさの4つの部分に区切るときその1つの部分の周をa, b, cを用いた式で書き表わせ。



- ⑩ 薬品がはいっているびんの重さをはかったら A g あった。つぎに薬品の $\frac{1}{3}$ を使った後、びんの重さをはかったら B g になった。残っている薬品の重さをあらわす式をつくれ。

答 _____

答 _____

別紙 解答の例

例 ① 甲の体重は a Kg で乙の体重は、甲よりかるくて b Kg です。甲は乙よりいくら重いか。

答 $a - b$

例 ② リンゴ n 個の目方が W g です。このリンゴの大きさがみんな同じだとすると、このリンゴ 5 個の目方はいくらか。

答 $\frac{W}{n} \times 5$ 又は $\frac{5W}{n}$

B 10

中学校第 3 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 別紙の解答の例のように次の問題をとけ。答に単位をつけなくてよい。式はかかなくてもよい。

- ① S 頁の本を t 日間で読んだ。平均すると 1 日何頁読んだことになるか。

答 _____

- ② 10 位の数字が a 、1 位の数字が b である 2 けたの数をあらわすのに $a b$ とすれば $a \times b$ を意味するから不適当である。たとえば 45 は $4 \times 10 + 5$ とかけるように、この数は $10a + b$ であらわすかよい。それでは、100 位の数字が a 、10 位の数字が b 、1 位の数字が c である 3 けたの数はどうあらわされるか。

答 _____

- ③④ タンクの注水口から水を入れると、水面が毎分 a m ずつ高くなり、注水をやめて出すと毎分 b m ずつ低くなるとする。つぎの間に答えよ。

③ m 分間注水すると水面はどれだけ高くなるか。

④ m 分間注水してから n 分間水を出す、水面は注水する前よりどれだけ高くなるか。(a は b より、 m は n より大きいとする。)

答 _____

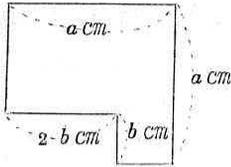
⑤ 縦, 横, 高さが, それぞれ $3 a \text{ cm}$, $4 a \text{ cm}$, $5 a \text{ cm}$ の直方体の体積を求めよ。

答

⑥ 半径 $r \text{ cm}$, 中心角 120° のおうぎ形の面積を求めよ。(円周率 π をつかってあらわせ)

答

⑦⑧ 下の図の周と面積を求めよ。



答 { ⑦ 周
⑧ 面積

⑨ 底辺が $a \text{ cm}$, 高さが $h \text{ cm}$ の三角形の底辺を $b \text{ cm}$ だけ小さくしたら面積はどれだけせまくなるか。式であらわせ。但し a は b より大きい。

答

⑩ 学級生徒会で, はじめ 3 つの意見 A, B, C に賛成した人は, それぞれ a 人ずつであった。さらに議論したあとでふたたび調べたところ, A から B, B から C, C から A に意見の変わった人は, それぞれ b 人, c 人, d 人であった。 A, B, C に賛成する人は, それぞれ何人になったか。

答

A11

中学校第 3 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答えは式の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけなくてよい。

① 500 円札で 1 個 100 円の品物を 3 個買った。おつりはいくらか。

- 答 1. $500 + 100 \times 3$ 2. $100 \times 3 - 500$ 3. $500 \times 3 - 100$
4. $500 - 100 \times 3$

② 10 冊のノートを買うのに, はじめ 30 円のノートを 4 冊買い, その外は, 1 冊 20 円のノートを買った。代金は全部でいくらか。

- 答 1. $30 \times 4 + 20 \times 10$ 2. $30 \times 10 + 20 \times 4$ 3. $30 \times 6 + 20$ 4. $30 \times 4 + 20 \times 6$

③ 5 人の子供に, りんご 2 個ずつあたえたら 3 個余った。はじめあったりんごの数はいくらか。

- 答 1. $2 \times 5 + 3$ 2. $2 \times 5 - 3$ 3. $\frac{5}{2} + 3$ 4. $\frac{5}{2} - 3$

④ 16 Km ある道のりを 4 Km/時 の速さで 2 時 30 分歩いた。残りの道のりはいくらか。

- 答 1. $16 - 150 \times 4$ 2. $16 + 40 \times 2.5$ 3. $16 - 4 \times 2.5$ 4. $\frac{16}{4} - 2.5$

⑤ 縦が 5 cm, 横が 6 cm, 高さが 7 cm の直方体の縦の長さを 2 倍に, 横の長さを 3 倍に, 高さを 4 倍にすれば, その体積はいくらになるか。

答 1. $5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 4$ 2. $9 \times 5 \times 6 \times 7$ 3. $24 \times 5 \times 6 \times 7$ 4. $\frac{24}{5 \times 6 \times 7}$

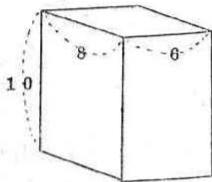
⑥ 高さが6cm, 上底5cm, 下底4cmの台形の上底を3cmみじかくしたら面積はいくらになるか。

答 1. $\frac{6(5+4-3)}{2}$ 2. $\frac{6 \times 3}{2}$ 3. $6(5+4-3)$ 4. $\frac{6(5+4+3)}{2}$

⑦ 高さ16cm上底12cm, 下底20cmの台形の下底を5cm長くしたら面積はどれだけ広がるか。

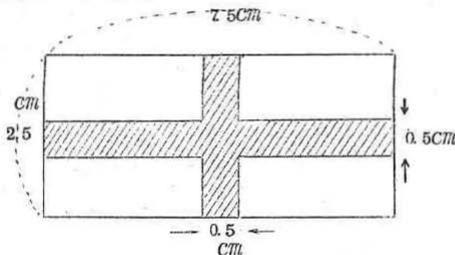
答 1. $8(32+5)$ 2. 8×5 3. 16×5 4. $8(32-5)$

⑧ 縦, 横, 高さが, それぞれ6cm, 8cm, 10cmの直方体がある。この直方体の表面積を求めよ。



答 1. $2(10 \times 8 + 8 \times 6 + 10 \times 6)$ 2. $3 \times 10(8+6) + 6 \times 8$
3. $8 \times 6 \times 10$ 4. $2 \times 6(10+8) + 10 \times 8$

⑨ 長方形の土地を下の図のように道路で同じ大きさの4つの部分に区切るとき, その1つの部分の周はいくらか。



答 1. 8.5 2. 9
3. 4.5 4. 4

⑩ 薬品がはいっているびんの重さをはかたら200gあった。つぎに薬品の $\frac{1}{3}$ を使後, びんの重さをはかたら190gになった。残っている薬品の重さはいくらか。

答 1. 140 2. 33.33 3. 46.67 4. 23.33

B₁₁

中学校第3学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答又は式の番号を○でかこんで下さい。単位はつげなくてよい。

① 50頁の本を10日間で読んだ。平均すると1日何頁読んだことになるか。

答 1. 500 2. 5 3. $\frac{1}{5}$ 4. 40

② 2けたの数, たとえば45は $4 \times 10 + 5$ とあらわすことができる。それでは100位の数字が6, 10位の数字が7, 1位の数字が8である3けたの数はどうあらわされるか。

答 1. $6+7 \times 10+8 \times 100$ 2. $10 \times 6+7 \times 100+8$ 3. $100 \times 6+10 \times 7+8$

4. $100 \times 8 + 10 \times 7 + 6$

③④ タンクの注水口から水を入れると、水面が毎分 10cm ずつ高くなり、注水をやめて出すと毎分 4cm ずつ低くなるとする。つぎの間に答えよ。

③ 5分間注水すると水面はどれだけ高くなるか。

答 1. 2 2. 20 3. 50 4. 5

④ 9分間注水してから3分間水を出すと、水面は注水する前よりどれだけ高くなるか。

答 1. 78 2. 2 3. 60 4. 540

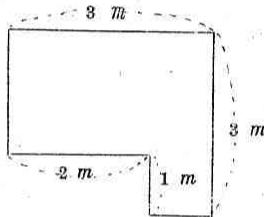
⑤ 縦、横、高さが、それぞれ 3cm 、 4cm 、 5cm の直方体の体積を求めよ。

答 1. 60 2. 12 3. 17 4. 94

⑥ 半径 6cm 、中心角 120° のおうぎ形の面積を求めよ。円周率 π をつかってあらわせ。

答 1. 12π 2. $\frac{108}{\pi}$ 3. $\frac{\pi}{12}$ 4. 4π

⑦⑧ 下の図の周と面積を求めよ。



答 { ⑦ 週 1. 9 2. 12 3. 10
 4. 14
 ⑧ 面積 1. 9 2. 18 3. 16
 4. 7

⑨ 底辺が 10cm 、高さが 8cm の三角形の底辺を 3cm だけ小さくしたら面積はどれだけせまくなるか。

答 1. $\frac{3 \times 8}{2}$ 2. $\frac{8(8-3)}{2}$ 3. $\frac{8(8+3)}{2}$ 4. 3×8

⑩ 学級生徒会で、はじめ3つの意見 A 、 B 、 C に賛成した人は、それぞれ15人ずつであった。さらに議論したあとでふたたび調べたところ、 A から B 、 B から C 、 C から A に意見の変った人は、それぞれ4人、3人、2人であった。 A 、 B 、 C に賛成する人は、それぞれ何人になったか。

答 1. $\begin{cases} 15-4 \\ 15-3 \\ 15-2 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 15+2 \\ 15+4 \\ 15+3 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 15-4+2 \\ 15+4-3 \\ 15+3-2 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 15+4-2 \\ 15-4+3 \\ 15-3+2 \end{cases}$

B₁₂

中学校第3学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答を○でかこんで下さい。単位はつけなくてよい。

① 500円札で1個 a 円の品物を3個買った。おつりはいくらか。

答 1. $500+3a$ 2. $3a-500$ 3. $500 \times 3 - a$ 4. $500-3a$

② 400頁の本を1日 b 頁ずつよんだ。まだ何頁残っているか。

答 1. $400 + 4b$ 2. $4b - 400$ 3. $400 \times 3 - b$ 4. $400 - 4b$

③ 高さが h cm, 上底 a cm, 下底 b cmの台形の上底を c cmみじかくしたら面積はいくらか。

答 1. $\frac{h(a+b-c)}{2}$ 2. $\frac{hc}{2}$ 3. $h(a+b-c)$ 4. $\frac{a+b+c}{2}$

④ 高さが h cm, 上底 a cm, 下底 b cmの台形の下底を c cmながくしたら面積はいくらになるか。

答 1. $\frac{h(a+b+c)}{2}$ 2. $\frac{hc}{2}$ 3. $h(a+b+c)$ 4. $\frac{h(a+b-c)}{2}$

⑤ 薬品がはいっているびんの重さをはかったら A gあった。つぎに薬品の $\frac{1}{3}$ を使った後, びんの重さをはかったら B gになった。残っている薬品の重さをあらわす式をつくれ。

答 1. $2(A-B)$ 2. $\frac{2A}{2} - B$ 3. $(A-B) \times \frac{2}{3}$ 4. $\frac{A-B}{3}$

⑥ 現金と貯金をあわせて M 円ある人が, 現金の $\frac{1}{4}$ をつかったら, 現金と貯金をあわせて, N 円になった。残っている現金はいくらか。

答 1. $3(M-N)$ 2. $\frac{3M}{4} - N$ 3. $(M-N) \times \frac{3}{4}$ 4. $\frac{M-N}{3}$

B 13

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけなくてよい。

① 400頁の本を1日 b 頁ずつ4日よんだ。まだ何頁残っているか。

答 1. $400 + 4b$ 2. $4b - 400$ 3. $400 \times 3 - b$ 4. $400 - 4b$

② 10位の数字が a , 1位の数字が b である2けたの数をあらわすのに a とすれば $a \times b$ を意味するから不適当である。たとえば45は $4 \times 10 + 5$ とかけるように, この数は $10a + b$ であらわすがよい。それでは, 100位の数字が a , 10位の数字が b , 1位の数字が c である3けたの数はどうあらわされるか。

答 1. $a + 10b + 100c$ 2. $10a + 100b + c$ 3. $100c + b + a$ 4. $100a + 10b + c$

③④ タンクの注水口から水を入れると, 水面が毎分 a m ずつ高くなり, 注水をやめて出すと毎分 b m ずつ低くなる。つぎの間に答えよ。

③ m 分間注水すると水面はどれだけ高くなるか。

答 1. $\frac{a}{m}$ 2. mb 3. ma 4. $a - b$

④ m 分間注水してから, n 分間水を出す, 水面は注水する前よりどれだけ高くなるか。(a は b より, m は n より大きいとする。)

答 1. $ma - na$ 2. $na - mb$ 3. $ma - nb$ 4. $m(a - b)$

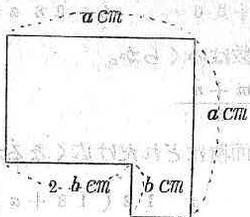
⑤ 縦, 横, 高さが, それぞれ $3a$ cm, $4a$ cm, $5a$ cmの直方体の体積を求めよ。

答 1. $12a^3$ 2. $3a + 4a + 5a$ 3. $60a^3$ 4. $180a$

⑥ 高さが h cm, 上底 a cm, 下底 b cmの台形の下底を c cmながくしたら面積はいくらになるか。

答 1. $\frac{h(a+b+c)}{2}$ 2. $\frac{hc}{2}$ 3. $h(a+b+c)$ 4. $\frac{h(a+b-c)}{2}$

⑦⑧ 下の図の周と面積を求めよ。



- ⑦ 周
- | | | | |
|----|-----------|----|-------|
| 1. | $4a - 3a$ | 2. | $4a$ |
| 3. | $2a + 4b$ | 4. | $4ab$ |
- ⑧ 面積
- | | | | |
|----|----------------|----|--------------|
| 1. | a^2 | 2. | $2a^2b^2$ |
| 3. | $2(a^2 - b^2)$ | 4. | $a^2 - 2b^2$ |

⑨ 底辺が a cm、高さが h cm の三角形の底辺を b cm だけ小さくしたら面積はどれだけ小さくなるか。但し a は b より大きい。

- 答 1. $\frac{bh}{2}$ 2. $\frac{h(a-b)}{2}$ 3. $\frac{h(a+b)}{2}$ 4. bh

⑩ 現金と貯金をあわせて M 円ある人が、現金の $\frac{1}{4}$ をつかったら、現金と貯金をあわせて N 円になった。残っている現金はいくらか。

- 答 1. $3(M-N)$ 2. $\frac{3M}{4} - N$ 3. $(M-N) \times \frac{3}{4}$ 4. $\frac{M-N}{3}$

A₂

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけなくてよい。

① 兄は x 円、妹は y 円持っている。2 人の所持金の合計額はいくらか。

- 答 1. $x - y$ 2. $x + y$ 3. xy 4. $\frac{x}{y}$

② 重さ a Kg のものを重さ b g のはこにつめると、全体の重さは何 Kg になるか。

- 答 1. $a + b$ 2. $1000a + b$ 3. $a + \frac{b}{1000}$ 4. $\frac{a+b}{1000}$

③ P 円持っていた人が q 円もうけたが r 円つかってしまった。今、いくらもっているか。

- 答 1. $P + q + r$ 2. $P - q - r$ 3. $P + q - r$ 4. $P - q + r$

④ 10 冊 m 円のノートは、1 冊のねだんは平均いくらか。

- 答 1. $\frac{m}{10}$ 2. $10 - m$ 3. $10m$ 4. $\frac{10}{m}$

⑤ 1 つ a 円のみかんを、 b と買った。代金をいくら払ったか。

- 答 1. $a + b$ 2. ab 3. $\frac{a}{b}$ 4. $\frac{b}{a}$

⑥ 姉は x 円の布地を買い、妹は姉の $\frac{1}{2}$ より 150 円高い布地を買った。妹の布地はいくらか。

- 答 1. $x + 150$ 2. $x + 75$ 3. $\frac{x}{2} - 150$ 4. $\frac{x}{2} + 150$

⑦ 原価 A 円の品物を 2 割もつけて売ると売価はいくらになるか。

- 答 1. $A \times 1.2$ 2. $A \times 0.2$ 3. $A \times 0.8$ 4. $\frac{A}{1.2}$

⑧ 定価 a 円の 2 割引で売ったら 30 円損をした。原価はいくらか。

答 1. $0.8a - 30$ 2. $1.2a - 30$ 3. $a + 30$ 4. $0.8a + 30$

⑨ ある数を m で割ったら、商が 5、余りが n であった。ある数はいくらか。

答 1. $5m + n$ 2. $5m - n$ 3. $m + \frac{n}{5}$ 4. $\frac{m+n}{5}$

⑩ 底辺 18 cm、高さ 12 cm の三角形の底辺を a cm 長くしたら面積はどれだけ広がるか。

答 1. $12a$ 2. $6a$ 3. $6(18+a)$ 4. $12(18+a)$

B₂

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。答に単位はつけなくてよい。

① 勇君は父から m 円、母から n 円もらった。いくらもっていることになるか。

答 1. $m - n$ 2. $m + n$ 3. mn 4. $\frac{m}{n}$

② 良子さんは、自宅から海まで P km バスに乗り、 q m 歩いた。自宅から海まで何 km あるでしょう。

答 1. $P + q$ 2. $P + \frac{q}{1000}$ 3. $1000P + q$ 4. $\frac{P+q}{1000}$

③ x kg の体重の人が y kg 増加し、それから z kg 減った。今の体重はいくらか。

答 1. $x + y + z$ 2. $x - y - z$ 3. $x + y - z$ 4. $x - y + z$

④ みかん 12 こで a 円であった。平均 1 ついくらになるか。

答 1. $12 - a$ 2. $12a$ 3. $\frac{a}{12}$ 4. $\frac{12}{a}$

⑤ 毎時 V km の速さで m 時間歩いた。道のりはいくらか。

答 1. $V + m$ 2. $\frac{V}{m}$ 3. $\frac{m}{V}$ 4. mV

⑥ 兄の体重は a kg で弟は兄の $\frac{1}{2}$ より 25 kg 重い。弟の体重はいくらか。

答 1. $a + 25$ 2. $a - 25$ 3. $\frac{a}{2} - 25$ 4. $\frac{a}{2} + 25$

⑦ 定価 B 円の品物を 1 割引で売った。売価はいくらか。

答 1. $B \times 0.9$ 2. $B \times 0.1$ 3. $B \times 1.1$ 4. $\frac{B}{0.9}$

⑧ 定価 a 円の 8 割で売って 20 円のもうけがある品物の原価はいくらか。

答 1. $0.8a + 20$ 2. $1.2a - 20$ 3. $a - 20$ 4. $0.8a - 20$

⑨ りんごを x 人に同じようにわけてやったら 1 人 4 個宛あたり、 y 個余った。りんごはいくつあったでしょう。

答 1. $4x + y$ 2. $4x - y$ 3. $4(x + y)$ 4. $4(x - y)$

⑩ 高さ 16 cm、上底 12 cm、下底 20 cm の台形の底辺を b cm 長くしたら面積はどれだけ広がるか。

答 1. $16b$ 2. $8b$ 3. $8(32 + b)$ 4. $16(32 + b)$

A₂₁

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答又は式の番号を○でかこんで下さい。答の単位はつけなくてよい。

① 兄は100円,妹は50円持っている。2人の所持金の合計額はいくらか。

答 1. $100+50$ 2. $100-50$ 3. 100×50 4. $\frac{100}{50}$

② 重さ2Kgのものを重さ300gのはこにつめると,全体の重さは何Kgになるか。

答 1. $2+300$ 2. $2000+300$ 3. $2+\frac{300}{1000}$ 4. $2+\frac{300}{100}$

③ 5万円持っている人が2万円もうけたが,1万円つかってしまった。今いくらもっているか。

答 1. $5+2+1$ 2. $5-2-1$ 3. $5+2-1$ 4. $5-2+1$

④ 10冊200円のノートは,1冊のねだんは平均いくらか。

答 1. $\frac{200}{10}$ 2. $200-10$ 3. 200×10 4. $\frac{10}{200}$

⑤ 1つ20円のみかんを4こ買った。代金をいくら払ったか。

答 1. $20+5$ 2. 20×4 3. $\frac{20}{4}$ 4. $\frac{4}{20}$ ⑥ 姉は500円の布地を買い,妹は姉の $\frac{1}{2}$ より150円高い布地を買った。妹の布地はいくらか。答 1. $500+150$ 2. $500+\frac{150}{2}$ 3. $\frac{500}{2}-150$ 4. $\frac{500}{2}+150$

⑦ 原価100円の品物を2割もうけて売ると売値はいくらになるか。

答 1. 100×1.2 2. 100×0.2 3. 100×0.8 4. $\frac{100}{1.2}$

⑧ 定価100円の2割引で売ったら30円損をした。原価はいくらか。

答 1. $100 \times 0.8+30$ 2. $100 \times 1.2-30$ 3. $100+30$
4. $100 \times 0.8-30$

⑨ ある数を10で割ったら商が5,余りが4であった。ある数はいくらか。

答 1. $5 \times 10+4$ 2. $5 \times 10-4$ 3. $10+\frac{4}{5}$ 4. $\frac{10+4}{5}$

⑩ 底辺18cm,高さ12cmの三角形の底辺を5cm長くしたら面積はどれだけ広がるか。

答 1. 12×5 2. $\frac{12 \times 5}{2}$ 3. $\frac{12(18+5)}{2}$ 4. $12(18+5)$ B₂₁

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答又は式を○でかこんで下さい。答の単位はつけなくてよい。

① 勇君は父から100円,母から50円もらった。いくらもっていることになるか。

答 1. $100-50$ 2. $100+50$ 3. 100×50 4. $\frac{100}{50}$

② 良子さんは、自宅から海まで5 Kmバスに乗り500 m歩いた。自宅から海まで何Kmあるでしょう。

答 1. $5 + 500$ 2. $5 + \frac{500}{1000}$ 3. $1000 \times 5 + 500$ 4. $\frac{5 + 500}{1000}$

③ 60 Kgの体重の人が2 Kg増加し、それから1 Kg減った。今の体重はいくらか。

答 1. $60 + 2 + 1$ 2. $60 - 2 - 1$ 3. $60 + 2 - 1$ 4. $60 - 2 + 1$

④ みかん12こで120円であった。平均1ついくらになるか。

答 1. $120 - 12$ 2. 120×12 3. $\frac{120}{12}$ 4. $\frac{12}{120}$

⑤ 毎時6 Kmの速さで4時間歩くと、いくら歩くことになるか。

答 1. $6 + 4$ 2. $\frac{6}{4}$ 3. $\frac{4}{6}$ 4. 6×4

⑥ 兄の体重は60 Kgで弟は兄の $\frac{1}{2}$ より25 Kg重い。弟の体重はいくらか。

答 1. $60 + 25$ 2. $60 - 25$ 3. $\frac{60}{2} - 25$ 4. $\frac{60}{2} + 25$

⑦ 定価100円の品物を1割引で売った。売価はいくらか。

答 1. 100×0.9 2. 100×0.1 3. 100×1.1 4. $\frac{100}{0.9}$

⑧ 定価100円の8割で売って20円のもうけがある品物の原価はいくらか。

答 1. $100 \times 0.8 + 20$ 2. $12 \times 100 - 20$ 3. $100 - 20$
4. $100 \times 0.8 - 20$

⑨ りんごを10人に同じようにわけてやったら1人4個宛あたり、3個余った。りんごはいくつあったでしょうか。

答 1. $4 \times 10 + 3$ 2. $4 \times 10 - 3$ 3. $4(10 + 3)$ 4. $4(10 - 3)$

⑩ 高さ16 cm、上底12 cm、下底20 cmの台形の下底を5 cm長くしたら面積はどれだけ広がるか。

答 1. 16×5 2. $\frac{16 \times 5}{2}$ 3. $\frac{16(12 + 20 + 5)}{2}$ 4. $16(12 + 20 + 5)$

A₃

中学校第 学年 組 番 氏名

--	--

書き方 正しい答の番号を○でかこんで下さい。単位はつけなくてよい。

① まき運びをしました。いさんは5回、ぼくは4回運びました。どちらも1回にaそくずつ運びました。2人で何ぞく運べたでしょう。

答 1. $4 \times 5 \times a$ 2. $4 + 5 + a$ 3. $(4 + 5) a$ 4. $\frac{4 + 5}{a}$

② たてがa m、よこがb mの長方形の畑があります。この畑のまわりは何mでしょう。

答 1 $a+b$ 2 $2(a+b)$ 3 $2ab$ 4 ab

③ 畑からとってきたトマトを a こずつはこにつめたら, 15 はこできて, 7 ここのりました。ト
マトは何こあったのでしょうか。

答 1 $15a-7$ 2 $15+a+7$ 3 $15-7a$ 4 $15a+7$

④ 35 人が b 日間働いて, あれ地をならしました。30 人だったら何日かにかかったでしょうか。

答 1 $\frac{30b}{35}$ 2 $\frac{35b}{30}$ 3 $(35-30)b$ 4 $\frac{35 \times 30}{b}$

⑤ ある数に 7 をたして, m でわったら 5 になりました。ある数は何でしょう。

答 1 $5m+7$ 2 $\frac{5}{m}-7$ 3 $5m-7$ 4 $\frac{m}{5}-7$

資料 2

教育心理学講座 10, 教学学習の心理 (P168—福島羊吉郎氏) 金子書房

資料 3

文字群と数字群の等質群作成

教研式中学 E (第五形式) 中三用の全国標準診断的学力テストの成績により中学三年生で等質群
を編成した。

文字群(1)—3 年 1 組 2 組 99 人

評価段階	度数			
X	f	$x=X-3$	fx	fx^2
1	0	-2	0	0
2	41	-1	-41	41
3	31	0	0	0
4	20	1	20	20
5	7	2	14	28
	$\Sigma f = 99$	$\Sigma fx = -7$	$\Sigma fx^2 = 89$	

$$S_1^2 = \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \right)^2 = \frac{89}{99} - \left(\frac{-7}{99} \right)^2 = 0.89399$$

$$M_1 = M' + \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = 3 + \frac{-7}{99} = 2.9293$$

$$S_1 = 0.9454$$

数字群②) — 3年3組4組99人

文字群と同様にして

$$S_2^2 = 0.94236 \quad M_2 = 2.869$$

$$F_0 = \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{0.94236}{0.89399} \div 1.054 \quad F_{100}^{100}(0.05) = 1.39$$

$$P\{|F| \geq 1.054\} > 0.05 \quad 5\% \text{の危険率で有意差なし}$$

$$t_0 = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n-1}}} = \frac{2.9293 - 2.869}{\sqrt{\frac{0.89399 + 0.94236}{99-1}}} = 0.387$$

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 99 + 99 - 2 = 196$$

$$df = \infty \quad t_{0.05} = 1.960$$

$$P\{|t| \geq 0.387\} > 0.05 \quad 5\% \text{の危険率で有意差なし}$$

学力偏差値

$$\text{文字群} \quad S_1 = 9.423 \quad S_1^2 = 88.8022 \quad M_1 = 4.816$$

$$\text{数字群} \quad S_2 = 9.948 \quad S_2^2 = 98.9622 \quad M_2 = 4.792$$

分散 (Fテスト), 平均 (tテスト) とともに5%の危険率で有意差なし。

知能偏差値

$$\text{文字群} \quad S_1^2 = 8.05106 \quad M_1 = 4.74545$$

$$\text{数字群} \quad S_2^2 = 8.75252 \quad M_2 = 4.99999$$

分散 (Fテスト), 平均 (tテスト) とともに5%の危険率で有意差なし。

以上によって, 文字群と数字群は等質であるといわれる。

このFテスト, tテストは, 両群とも同数の場合であって, 数が違うときは次の公式による。

$$F = \frac{u_1^2}{u_2^2} = \frac{S_1^2 \times \frac{n_1}{n_1-1}}{S_2^2 \times \frac{n_2}{n_2-1}}$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$M_1, M_2 \dots \dots$ 標本1標本2の平均
 $n_1, n_2 \dots \dots$ 標本1標本2の大きさ
 自由度 $\dots \dots \dots n_1 + n_2 - 2$

資料 4

カイ自乗 (χ^2) テストの公式

正答者数	A	C	A+C
誤答者数 不答者数	B	D	B+D
	A+B	C+D	A+B+C+D=N

$$\chi^2 = \frac{N(AD-BC)^2}{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}$$

ピアソンの相関係数

$$r = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

相関係数の大きさとその解釈

相 関 係 数	解釈(積極的, 消極的)
±0.00 ~ ±0.20	相関がほとんどない
±0.20 ~ ±0.40	相関が低い
±0.40 ~ ±0.70	かなり相関がある。
±0.70 ~ ±0.90	高い相関がある。
±0.90 ~ ±1.00	非常に高い相関がある。

資料 5 実施計画は、全国教育研究所連盟昭和37年度共同研究実施要領による。

資料 6 実験研究には、神奈川県立教育研究所の研究報告第14集、算数数学科における問題解決指導の研究——文章題における図解・作図指導に関する実験的研究を中心にして——を参考にさせていただいた。

資料 7 選択法の妥当性の調査

この研究では、テストの解答形式として四肢選択法を採用したので、その妥当性を検討した。中三の99人と51人で等質群を編成し、A1B1とA10B16の問題各20題宛でテストした結果

中位群より下位群が大きい。(上位群 5.5%, 中位群 2.2.3%, 下位群 2.8.2%) ③比較群法では
 選択法をつかってさしつかえない。(相関関係が高い。 $r_{1.10} = 0.858$
 $r_{1修正} = 0.866$)
 但し単に通過率をみる場合は、この調査の結果を参考にして判断しなければならない。

図表6 選択法と短答法の得点の有意差検定と通過率

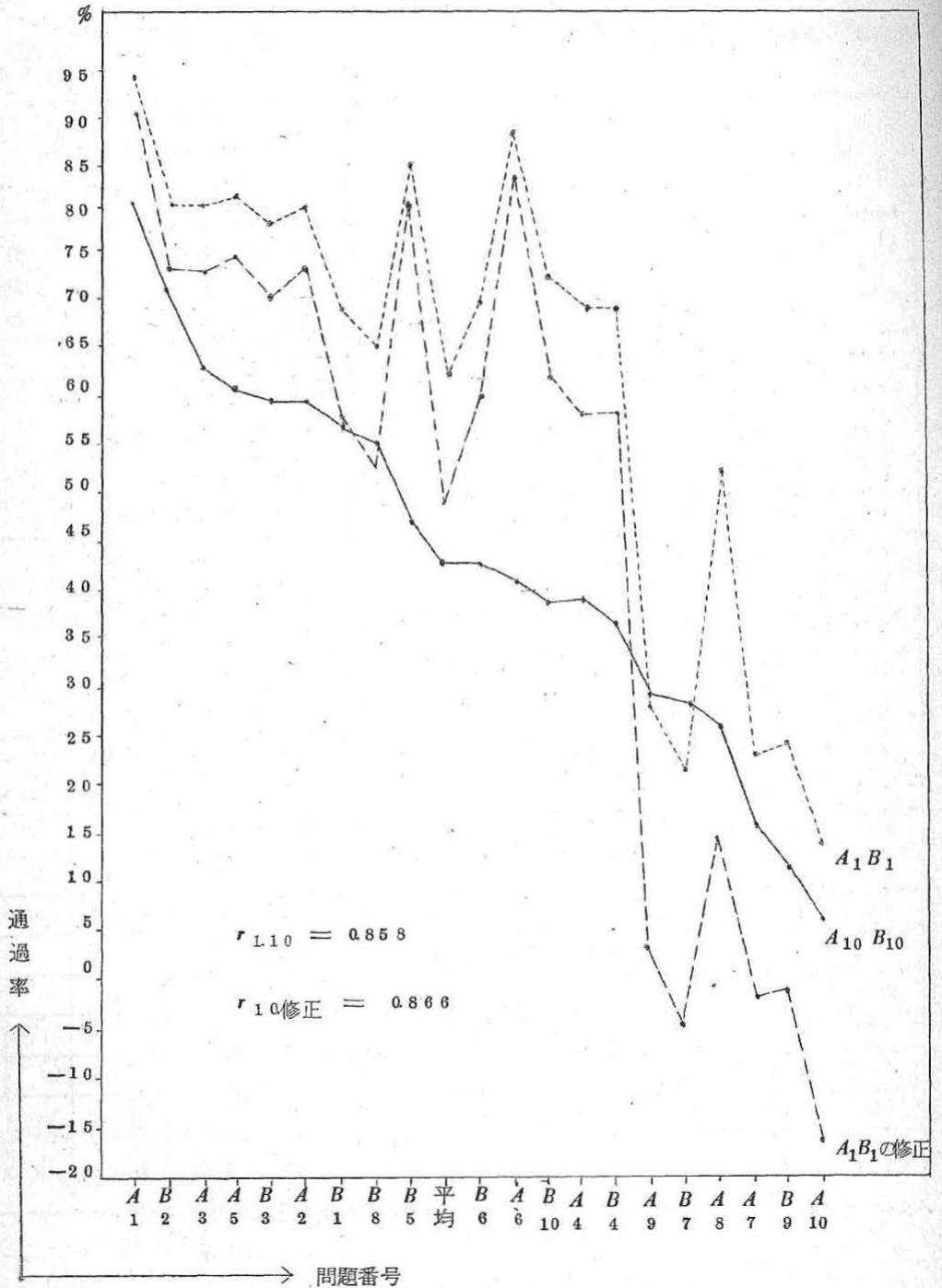
$$r_{110} = 0.858$$

$$r_{11-10} = 0.672$$

通 過 率			難 易 別			$S = R - \frac{99-R}{4-1}$ A_1, B_1			
A_1 B_1	A_{10} B_{10}	差 $A_1 - A_{10}$ $B_1 - B_{10}$	$A_1 B_1$	$A_{10} B_{10}$	差 $A_1 - A_{10}$ $B_1 - B_{10}$	正 答 数	通 過 率	z^2	有 意 差
9.3.9	8.2.4	1.1.5				9.1.0	9.1.9	3.0.6.5	
7.9.8	7.0.6	9.2				7.2.3	7.3.0	0.0.7.6	
7.9.8	6.2.7	1.7.1				7.2.3	7.3.0	1.5.6.4	
8.0.8	6.0.8	2.0.0	8.0.0.9	6.4.4.8	1.5.6.6	7.3.7	7.4.4	3.1.2.5	
7.7.8	5.8.8	1.9.0				6.9.7	7.0.4	2.1.3.9	
7.9.8	5.8.8	2.1.0				7.2.3	7.3.0	2.9.3.0	
6.8.7	5.6.9	1.1.8				5.7.7	5.8.3	0.0.4.1	
6.4.5	5.4.9	9.6				5.2.3	5.2.8	0.0.7.6	
8.4.8	4.7.1	3.7.7				7.9.0	7.8.3	1.6.7.6.9	× ×
6.9.7	4.3.1	2.6.6				5.9.0	5.9.6	3.6.7.1	
8.7.9	4.1.2	4.6.7	7.3.7.4	4.3.1.4	3.0.6	8.3.0	8.3.8	2.8.5.6.0	× ×
7.1.7	3.9.2	3.2.5				6.1.7	6.2.3	7.4.4.4	× ×
6.8.7	3.9.2	2.9.5				5.7.7	5.8.3	5.0.6	×
6.8.7	3.7.3	3.1.4				5.7.7	5.8.3	6.1.3.1	×
2.8.3	2.9.4	-1.1				4.3	4.3	19.5.8.7	× ×
2.1.2	2.7.5	-6.3				-5.0	-5.1	-	
5.1.5	2.5.5	2.6.0				1.5.0	1.5.2	2.3.7	
2.3.2	1.3.7	9.5	2.6.9.4	1.6.2.5	1.0.6.9	-2.3	-2.3	-	
2.4.2	1.1.8	1.2.4				-1.0	-1.0	-	
1.3.1	5.9	7.2				-1.5.6	-1.5.3	-	
6.1.9	4.3.3	1.8.6				9.7.4.7	4.9.2	9.4.3.1	× ×

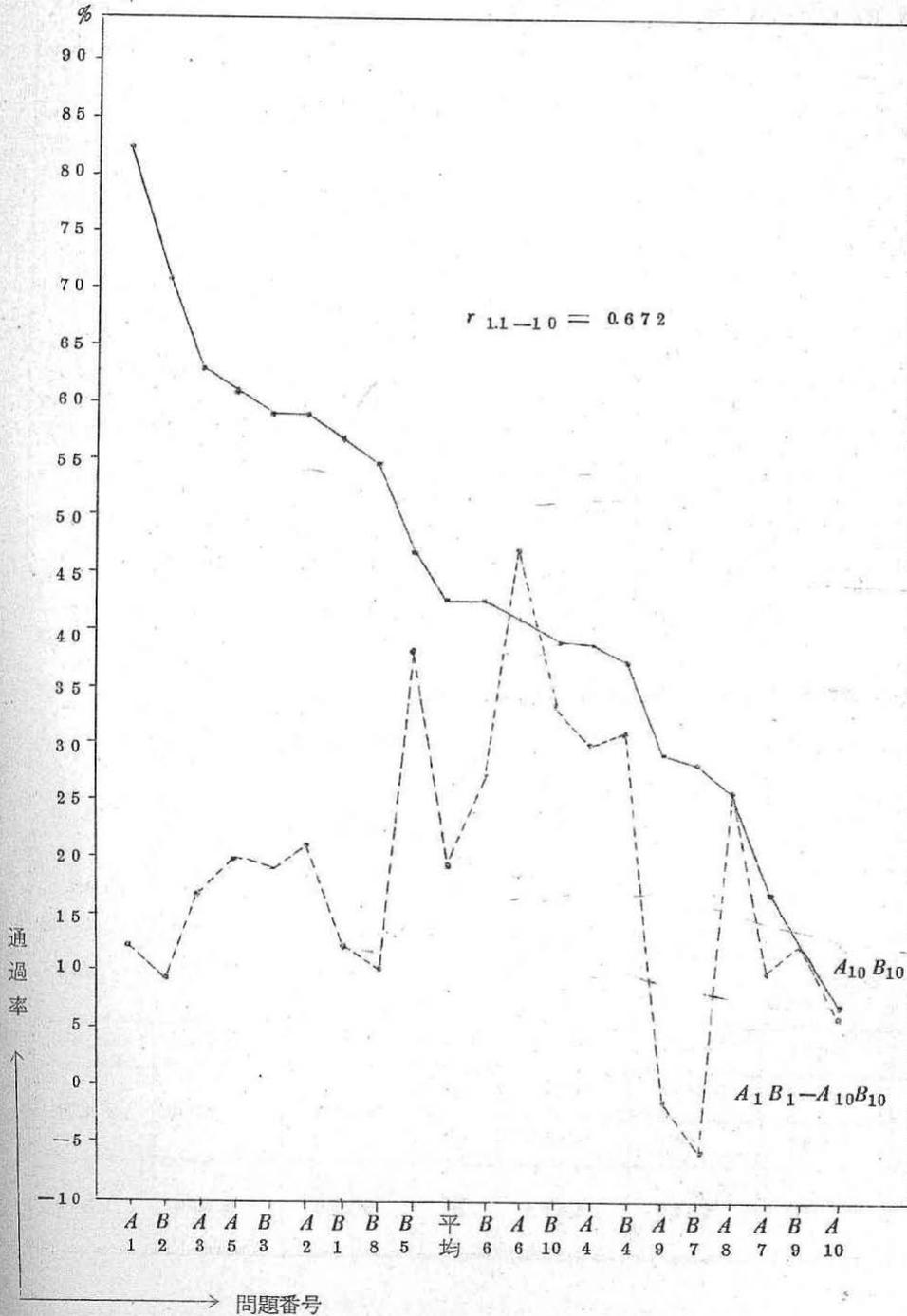
図表 7

選択法 ($A_1 B_1$) と短答法 ($A_{10} B_{10}$) の通過率比較表



図表 8

選択法と短答法の差 ($A_1 B_1 - A_{10} B_{10}$) と、短答法 ($A_{10} B_{10}$) の通過率比較表



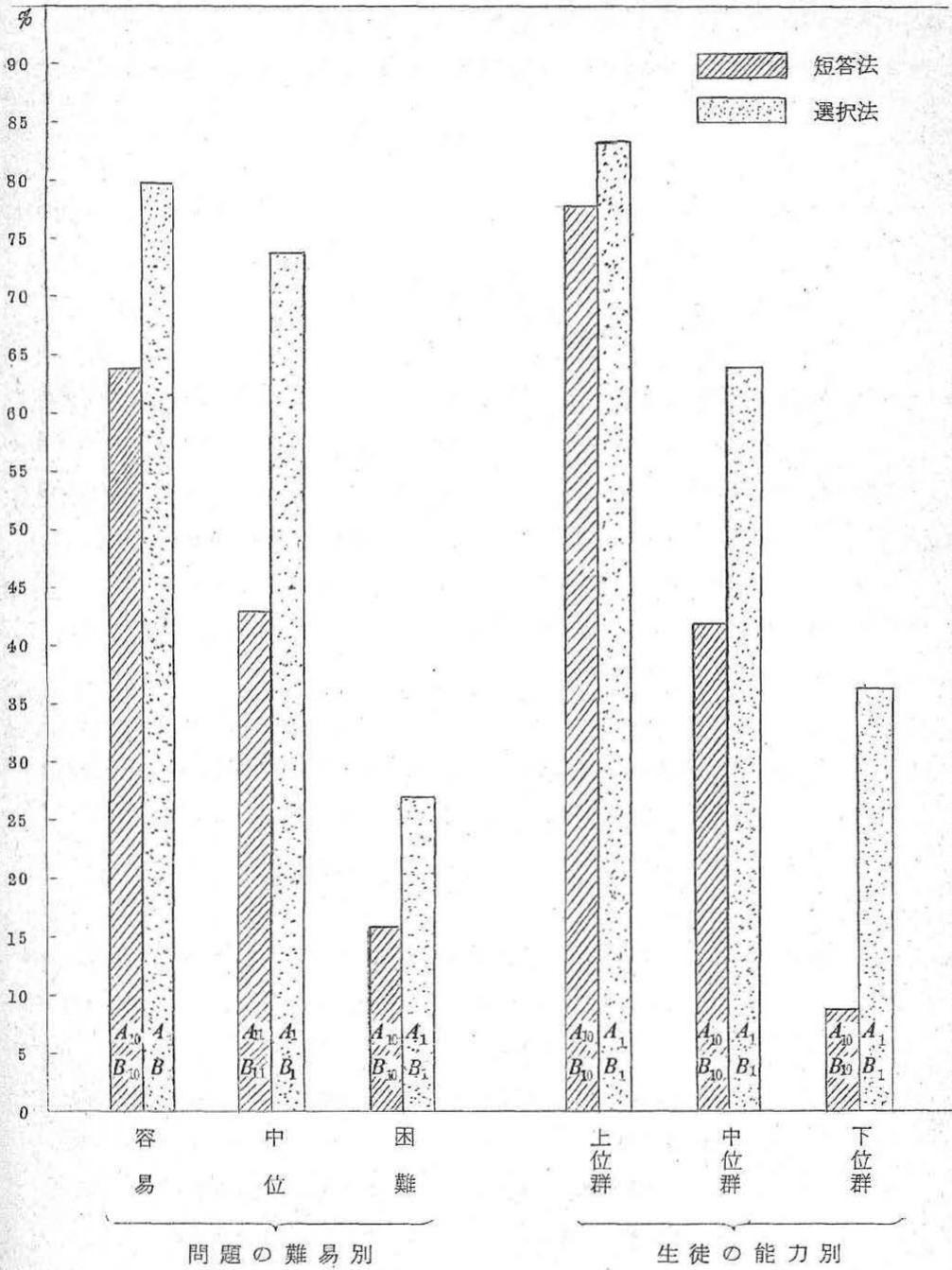
図表9 選択法と短答法の得点の能力別有意差検定表

学力 (五段階)	選択法		短答法		学力 (三階層)	選択法		短答法		$df = 1$ $z^{2.0.01} = 6.635$ $z^{2.0.05} = 3.841$		
	人 数	A_1 B_1	A_{10} B_{10}	人 数		人 数	A_1 B_1	A_{10} B_{10}	人 数	z^2	有意差 0.01××	0.05 ×
		3年3組 3年4組	3年5組				3年3組 3年4組	3年5組				
	計	99	1226	442		51	計	99	1226	442	51	94080
5	8	142	103	6	上位	30	500	249	10	4203	×	
4	22	358	146	10								
3	40	510	166	20	中位	40	510	166	20	53562	××	
2	21	174	26	10	下位	29	216	27	15	78897	××	
1	8	42	1	5								

図表10 選択法と短答法の通過率の能力別比較表

学力 (五段階)	選択法 (1)	短答法 (2)	差 (1)-(2)	学力 (三階層)	選択法 (3)	短答法 (4)	差 (3)-(4)
5	8875	8583	292	上位	8338	7781	553
4	8136	7300	836				
3	6375	4150	2225	中位	6375	4150	2225
2	4143	1300	2843	下位	3724	900	2824
1	2625	100	2525				
計	6192	4333	1859	計	6192	4333	1859

図表 1 1 選択法と短答法の難易別・能力別通過率比較表



資料 8 やさしい順にならべた文字文章題 (A_1 , B_1)

どのような文章題が、やさしいか、又は、むずかしいか、比較、検討に便利のためかかける。

順 通 問
位 過 題
率 名

1. 939 A_1 ① 500円札で1個 a 円の品物を3個買った。おつりはいくらか。
 答 1. $500+3a$ 2. $3a-500$ 3. $500 \times 3 - a$
 4. $500-3a$
2. 879 A_1 ⑥ 高さが h cm, 上底 a cm, 下底 b cm の台形の上底を c cm みじかくしたら面積はいくらになるか。
 答 1. $\frac{h(a+b-c)}{2}$ 2. $\frac{hc}{2}$ 3. $h(a+b-c)$
 4. $\frac{h(a+b+c)}{2}$
3. 848 B_1 ⑤ 縦, 横, 高さが, それぞれ $3a$ cm, $4a$ cm, $5a$ cm の直方体の体積を求めよ。
 答 1. $12a^3$ 2. $3a+4a+5a$ 3. $60a^3$ 4. $180a$
4. 808 A_1 ⑤ 縦が a cm, 横が b cm, 高さが c cm の直方体の縦の長さを2倍にし, 横の長さを3倍に, 高さを4倍にすれば, その体積はいくらになるか。
 答 1. $2a+3b+4c$ 2. $7abc$ 3. $24abc$ 4. $\frac{24}{abc}$
5. 798 A_1 ③ x 人の子供に, りんごを2個ずつあたえたら y 個余った。はじめあったりんごの数はいくらか。
 答 1. $2x+y$ 2. $2x-y$ 3. $\frac{x}{2}+y$ 4. $\frac{x}{2}-y$
6. 798 B_1 ② 10冊のノートを買うのに, はじめ30円のノート4冊買い, そのほかは1冊 x 円のノートを買った。代金は全部でいくらか。
 答 1. $30 \times 4 + 10x$ 2. $30 \times 10 + 4x$ 3. $30 \times 6 + x$
 4. $30 \times 4 + 6x$
7. 798 B_1 ② 10位の数字が a , 1位の数字が b である2けたの数をあらわすのに, a b とすれば $a \times b$ を意味するから不適當である。たとえば45は $4 \times 10 + 5$ とかけるように, この数は $10a + b$ であらわすがい。それでは, 100位の数字が a , 10位の数字が b , 1位の数字が c である3けたの数はどうあらわされるか。
 答 1. $a+10b+100c$ 2. $10a+100b+c$
 3. $100c+b+a$ 4. $100a+10b+c$
8. 778 B_1 ③ タンクの注水口から水を入れると, 水面が毎分 a m ずつ高くなり, 注水をやめて出すと毎分 b m ずつ低くなるとする。つぎの問に答えよ。
 ③ m 分間注水すると水面はどれだけ高くなるか。

答 1. $\frac{a}{m}$ 2. mb 3. ma 4. $a-b$

9. 7. 1. 7. B₁ ⑩ 学級生徒会で、はじめ3つの意見A, B, Cに賛成した人は、それぞれa人ずつであった。さらに議論したあとでふたたび調べたところAからB, BからC, CからAに意見の変わった人は、それぞれb人, c人, d人であった。A, B, Cに賛成する人は、それぞれ何人になったか。

答 1.
$$\begin{cases} a-b \\ a-c \\ a-d \end{cases} \quad 2. \begin{cases} a+d \\ a+b \\ a+d \end{cases} \quad 3. \begin{cases} a-b+d \\ a+b-c \\ a+c-d \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} a+b-d \\ a-b+c \\ a-c+d \end{cases}$$

1. 0. 6. 9. 7. B₁ ⑥ 半径 r cm, 中心角 120° のおうぎ形の面積を求めよ。(円周率 π をつかってあらわせ。)

答 1. $\frac{r^2\pi}{3}$ 2. $\frac{3r^2}{\pi}$ 3. $\frac{3\pi}{r^2}$ 4. $\frac{r^2\pi}{9}$

1. 1. 6. 8. 7. A₁ ④ 16kmある道のりを a km/時の速さで2時間30分歩いた。残りの道のりはいくらか。

答 1. $16-150a$ 2. $16+25a$ 3. $16-25a$
4. $\frac{16}{a}-25$

1. 2. 6. 8. 7. B₁ ④ タンクの注水口から水を入れると、水面が毎分 a mずつ高くなり、注水をやめて出すと毎分 b mずつ低くなるとする。つぎの間に答えよ。

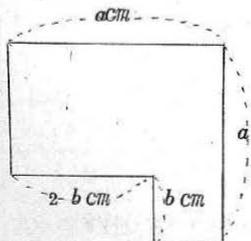
- ④ m 分間注水してから、 n 分間水を出すと、水面は注水する前よりどれだけ高くなるか。(a は b より、 m は n より大きいとする。)

答 1. $ma-na$ 2. $na-mb$ 3. $ma-nb$ 4. $m(a-b)$

1. 3. 6. 8. 7. B₁ ① S 頁の本を t 日間で読んだ。平均すると1日何ページ読んだことになるか。

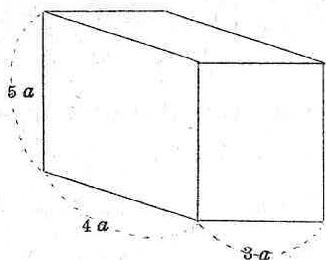
答 1. St 2. $\frac{S}{t}$ 3. $\frac{t}{S}$ 4. $S-t$

1. 4. 6. 4. 5. B₁ ⑧ 下の図の(周と)面積を求めよ。



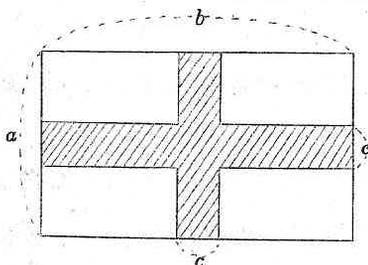
答 1. a^2 2. $2a^2b^2$
3. $2(a^2-b^2)$ 4. a^2-2b^2

15. 515 A_1 ⑧ 縦, 横, 高さがそれぞれ $3a\text{cm}$, $4a\text{cm}$, $5a\text{cm}$ の直方体がある。この直方体の表面積を求めよ。



- 答 1. $47a$ 2. $94a^2$ 3. $94a^3$
4. $60a^2$

16. 283 A_1 ⑨ 長方形の土地を下の図のように道路で同じ大きさの4つの部分に区切るとき, その1つの部分の周を a , b , c を用いた式で書き表わせ。



- 答 1. $a + b - 2c$ 2. $\frac{a + b - 2c}{2}$
3. $a + b - \frac{c}{2}$ 4. $2(a + b) - 4c$

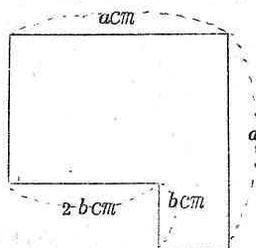
17. 242 B_1 ⑩ 底辺が $a\text{cm}$, 高さが $h\text{cm}$ の三角形の底辺を $b\text{cm}$ だけ小さくしたら面積はどれだけせまくなるか式であらわせ。但し a は b より大きい。

- 答 1. $\frac{bh}{2}$ 2. $\frac{h(a-b)}{2}$ 3. $\frac{h(a+b)}{2}$ 4. bh

18. 232 A_1 ⑦ 高さ 16cm , 上底 12cm , 下底 20cm の台形の下底を $b\text{cm}$ 長くしたら面積はどれだけ広がるか。

- 答 1. $8(32 + b)$ 2. $8b$ 3. $16b$ 4. $8(32 - b)$

19. 212 B_1 ⑦ 下の図の周(と面積)を求めよ。



- 答 1. $4a - 3b$ 2. $4a$
3. $2a + 4b$ 4. $4ab$

20. 181 A_1 ⑩ 薬品がはいっているびんの重さをはかったら $A\text{g}$ あった。つぎに薬品の $\frac{1}{3}$ を使った後, びんの重さをはかったら $B\text{g}$ になった。残っている薬品の重さを表わす式をつくれ。

- 答 1. $2(A - B)$ 2. $\frac{2A}{3} - B$ 3. $(A - B) \times \frac{2}{3}$ 4. $\frac{A - B}{3}$

資料 9 実験群と統制群の比較

種 別	区 分	人 数	標準偏差(S)	分散 (S ²)	平 均 (M)
知 能	実 験 群	30	1.065	1.1348	4.73
	統 制 群	30	8.42	70.94	4.58
学 校 の 評 価	実 験 群	30	1.06	1.13	3.07
	統 制 群	30	0.98	0.96	2.90
標 準 テ ス ト (学 力 偏 差 値)	実 験 群	30	6.63	43.98	3.85
	統 制 群	30	5.64	31.77	3.74
標 準 テ ス ト (五 段 階 評 価)	実 験 群	30	0.77	0.59	1.73
	統 制 群	30	0.68	0.46	1.73

資料 10 A₁ B₁₃ テスト等価検定表

生 徒 数	問 題 番 号	正 答 者 数		df = 1 x ² _{0.05} = 3.841	有 意 差	正 答 率		C.R. 5% 1.96
		A ₁	B ₁₃			A ₁	B ₁₃	
		101	1			93	88	
99	2	79	79	0.000	//	79.8	79.8	0.18
99	3	79	77	0.121	//	79.8	77.78	0.34
99	4	68	68	0.000	//	68.69	68.69	0.15
99	5	80	84	0.568	//	80.81	84.85	0.78
101	6	89	85	0.663	//	88.12	84.16	0.81
99	7	23	21	0.117	//	23.23	21.21	0.34
99	8	51	64	1.753	//	51.52	64.65	1.87
99	9	28	24	0.417	//	28.28	24.24	0.65
101	10	17	17	0.000	//	16.83	16.83	0.19
計		607	607	0.000	//	60.94	60.94	0.00

- 備考 1. 図表6と図表7をまとめたものである。
2. 臨界比(C.R.)でも等価テストした。

公式

但し, $P_1 = \frac{a}{n_1}$, $P_2 = \frac{c}{n_2}$

$$C.R. = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{PQ\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$P = \frac{a+c}{n_1+n_2}$$

$$Q = \frac{b+d}{n_1+n_2}$$

$n_1 = n_2$ の場合

$$C.R. = \frac{\sqrt{2n}(a-c)}{\sqrt{(a+c)(b+d)}}$$

	実験群	統制群
正答者数 ○	a	c
誤答者数 } 不能者数 } ×	b	d
	a + b = n ₁	c + d = n ₂

資料 11 参考事項 問題の困難度を(A1)の順に並べたものの得点表である。

図表20 実験群と統制群の指導前後におけるテストの得点および学習の一時的効果
(問題別・難易別)

困難度	問題番号	実験群			統制群			難易別 実験群(統制群)		学習の一時的効果 実(B13-A1)-統(B13-A1)	
		B13	A1	B13-A1	B13	A1	B13-A1	B13	A1	問題別	難易別
容易	1	23	25	-2	25	24	1	38 (36)	45 (47)	-3	4
	3	15	20	-5	11	23	-12			7	
中位	6	22	15	7	22	24	-2	87 (79)	60 (70)	9	18
	5	21	15	6	21	17	4			2	
	4	20	15	5	13	15	-2			7	
	2	24	15	9	23	14	9			0	
困難	9	12	6	6	9	5	4	57 (45)	18 (20)	2	14
	7	15	5	10	13	9	4			6	
	8	18	4	14	13	5	8			6	
	10	12	3	9	10	1	9			0	
	計	182	123	59	160	137	23	182 (160)	123 (137)	36	36

資料 12

第一回実験研究の概要

紀要にかかげてある実験研究は、第二回実験研究である。第一回実験研究は第二回実験研究とほとんど同じ要領であるが、違うところ、参考になった点のみをかかげておきたいと思う。

- 1 指導時間 実験群、統制群ともわずか2時間ずつであった。
- 2 教材

	第 一 次	第 二 次
実 験 群	(A ₂)(A ₂₁)	(B ₂)(B ₂₁)
統 制 群	(A ₂)	(B ₂)

備考 (A₂), (B₂), (A₂₁), (B₂₁) は資料 I (P) にあり。

3 指導法

実験群は、A₂, B₂ (文字文章題) を、A₂₁, B₂₁ (数字文章題) に対応させて指導した。

統制群は、A₂, B₂ を、そのまま、指導した。

4 実験指導の成績

図表21 第一回実験における指導前後の得点並びに正答率表

問題 番号	得 点							正 答 率			
	実 験 群			統 制 群			効果 (1)-(2)	実 験 群		統 制 群	
	B13	A1	B13-A1 (1)	B13	A1	B13-A1 (2)		B13	A1	B13	A1
1	27	28	-1	26	27	-1	0	90.0	93.3	86.7	90.0
2	24	23	1	27	21	6	-5	80.0	76.7	90.0	70.0
3	25	24	1	26	24	2	-1	83.3	80.0	86.7	80.0
4	25	17	8	23	22	1	7	83.3	56.7	76.7	73.3
5	26	20	6	23	22	1	5	86.7	66.7	76.7	73.3
6	23	25	-2	24	27	-3	1	76.7	83.3	80.0	90.0
7	11	5	6	6	6	0	6	36.7	16.7	20.0	20.0
8	21	14	7	22	15	7	0	70.0	46.7	73.3	50.0
9	10	8	2	14	6	8	-6	33.0	26.7	46.7	20.0
10	6	4	2	5	3	2	0	20.0	13.3	16.7	10.0
	198	168	30	196	173	23	7	66.0	56.0	65.3	57.7

5 有意な差違の有無の検定

実験結果についての、実験群と統制群の間に有意な差のあることの検定には、指導前テスト(A)と、指導後テスト(B13)の差による変量分析法を適用したが、有意差はなかった。したがって実験群の指導法が、統制群のそれより効果的であるとはいわれない。

6 指導後の反省

- (1) 指導時間数が少なすぎた。
- (2) 教材がおおすぎて、指導がじゅうぶんできなかった。
- (3) 実験群は、数字文章題のとりあつかいに時間を要しただけ、文字文章題の指導の時間が少なくなった。

7 文字文章題の解法を困難にする条件の再確認

- | | | |
|--|---|---|
| <ol style="list-style-type: none">(1) 文字概念の理解の不足(2) 文字使用の規約に慣れていない。(3) 数字文章題解決力の不足 | } | 練習過程においては、文字概念の理解と、文字文章題の解決力は、相互に関係しあって、向上するものとおもわれる。 |
|--|---|---|

第六章 結 語

I 文字文章題の指導について

1 文字の概念の理解が深まるということの意味

数量の概念を理解するということは、どのようなことなのか、先に考えてみる。われわれ大人は $2+3=5$ ということがすぐわかる。これは記号としての数字で数の操作ができるからである。児童が、記号の数字だけの操作で計算ができるまでには段階のあることは、よく知られているとおりである。2 という数は、リンゴ2つのことであり、オハジキ2つのことであって、対象の2つのリンゴと数字の2が結びついているのである。それが過去の経験によって、ナシ2つに結びついたりミカン2つに結びついたのであるが、この一対一の対応の経験の積みかさねによって、対象語としての2から、抽象的な2の概念が発達するのである。たす(加法)場合でも、具体的な経験によってたす(加法)場合の多くの代表的場面で、たすことの意味をわからせなければならない。オハジキ2つはいつているふくろのなかに、オハジキ3つ入れたから、ふくろのなかには、オハジキ5つになったというのが、 $2+3$ は、5ということなのである。大人は、加減法の区別は、わかりきっていることであっても、こどもには、なぜひくのか、たすのかということはわからない。この一対一の対応の経験の積みかさねによって、単なる記号だけの操作によって、計算もやれるようになると考える。

文字の概念の理解が深まったということも、記号としての文字の操作だけで、計算も立式もできるようになり、文字文章題もとけるようになるということであろう。

文字は数字より抽象的であって、やはり一段と低次な、具体的な、数字と結びつける経験をつみかさねることによって、ついに、記号としての文字の操作もできるようになると思われる。しかし数字の計算のときは、加減乗除の記号(数学の規約)の運用と関連して、数概念の発達をみたように、文字概念の深まりも、加減乗除はもちろんのこと、文字使用の規約を理解し、それになれる過程において、ともども発達するものと思われる。ただ、数字の場合は、対象が、具体物又は、半具体物で物理的なものであって、文字の場合は、それが、抽象的な数字としての記号であるということの違いがある。記号は、約束であるから、言葉による説明が当然必要になるのであるが、その説明をしてわからせる方法として、数字に結びつけて、わからせる方法をつみかさねなければならないのであろうと考えられる。文字が、定数をあらわしているときは当然であるが、未知数、変数の場合も一定の数字におきかえて考えることによって、その文字の性質が、いっそうはつきりし、したがって、数量関係の把握もできるようになると思う。そうすることが、児童生徒の心理発達段階に即応した指導法ということになるであろう。その経験の積みかさねによって記号としての数字の操作で数の計算や数字文章題が解けたように単なる記号として文字で文字式の操作もわかり文字文章題もとけるようになると思われる。

わからない(解答不能)文字文章題の文字を数字におきかえて考えたらわかった(予備調査B群の問題)ということとは、どう解釈したらよいか。これは、文字より一段、具体的な数字におきかえたため問題構造の把握が容易になったからであろう。数量関係を一段と具体的な段階にひきおろしたからである。文字概念の理解が深まったのではない。したがって、いつも、数字におきかえて考える傾

向を養成すると、そのたびに数字におきかえて、抽象的に考えないから、抽象的思考が発達しないのではないかという反論があり得る。これは、予備調査や実験研究の結果を考察すれば、生徒は、数字におきかえることが、ややこしくなれば、簡単な道を通るのは、理の当然である。ただ、そこまで発達していない生徒は、おきかえの経験をつみかさねることによって、数理がわかり、数理がわかることによって文字概念も発達してくるであろうと思うのである。

次に、数概念の深まりだけで、数字文章題がとけないように、文字の概念の理解の深まりだけで文字文章題が、とけるようにならないということも当然である。このことは、予備調査でも、はっきりしていると思う。つまり、予備調査におけるC群の文章題は、ややそれに近い問題のように思われる。数字文章題でも、とけなかった問題であるから、数量関係が、複雑すぎたことや、文字使用になれなかったこと。文字の立式が困難であったことなど考えられる。

そこで、次に、文字文章題をわからせるには、どのように指導するかについて述べる。

それにはまず、生徒は文字を使用するようになって、どんなところに抵抗があるかを、あらかじめ知っておくことが、指導する上で大切なことである。

2 文字のどんなところに抵抗を感じるか。

生徒は、文字の意味、機能、文字使用上の諸規約を理解すること。特に式が、演算の手順を示すと同時に、その結果得られる一つの数量を示すものであることへの理解、文字を用いて数量の関係を表わすこと、関係を等式に表わすことなどに抵抗を感じるようである。

(1) 文字の抽象性と文字の意味

文字は個々の具体的な数の特性をこえた数一般の本質を象徴すると同時に、同一の文字が、変数、定数、既知数のいずれとも考えられることもあって、この高度の抽象性のために、生徒はなかなか文字を理解できない。

たとえば、「円の半径 r 、周の長さを l とすると、 l と r の関係は $l = 2\pi r$ である。」という場合は、 π は特定の数量であり、 l と r は任意の数を表わしている。しかし生徒は、 l も r も自分には値がわかっていないがある定数だと感じているのではなからうか。ところで、 r を与えられたとき l を求めるとか、 l を知って r を求めるという場合は、一つは既知の定数となり、一つは未知の定数となる。また、「 l は r に比例する。」という場合は、 l も r も変数となる。

(2) 文字の代数的規約

- \times の省略 $5 \times a = 5a$, $a \times b = ab$, $3 \times (b+c) = 3(b+c)$
 $(a+b) \times (c+d) = (a+b)(c+d)$
- \div の省略 $m \div n = \frac{m}{n}$, $m \div 3 = \frac{m}{3}$, $(m+n) \div (p+q) = \frac{m+n}{p+q}$
- 数字を文字の前におく, $x \times 3 = 3x$ $2 \times y \times 3 = 6y$
- 累乗の形でかく, $a \times a = a^2$, $b \times b \times b = b^3$
- 文字はアルファベット順に書く。

(3) 文字を用いて数、量の関係や等式を表わすこと。

「120%の a % を式に示せ。」

「円の半径 r 、周の長さを l とすると、 l と r の関係を等式であらわせ。」

3 文字の指導法 一 文字導入の扱い方

文字の3つの用法(定数, 変数, 未知数)のうち, 変数から導入するのはよくない。

(1) 未知数→式の計算→方程式→文章題

この方式は, 必要感や興味をもたせやすいように考えるが, 綿密な系統の樹立が重要。

(2) 数量関係を文字式で表わしたのから→文字式の計算

この方式は多くの教科書が扱っていると思うが, 文字使用の便利さをよくわからせることが必要で代数教材に興味をもたせるには, この導入段階が重要になる。

この段階では, 文字を数字におきかえて指導することが特に必要で, 多くの教科書は, よく考えてつくられてあるようである。ただむずかしい場合は, 一つ一つ具体的な場面に結びつけて指導しなければならぬということである。

例 単位の換算

$$a\% \rightarrow \frac{1}{100}a, \text{ 又は } 0.01a \qquad a\text{g} \rightarrow \frac{1}{1000}a\text{Kg}, \text{ 又は } 0.001a\text{kg} \quad \text{等}$$

4 数字文章題の指導法

文章題の指導法は, この研究の研究目標であり, したがって, 実証しなければならない重要な仮説も含んでいるが, 次の項につらなる関係上, ここでは, 概念的に, 普通いわれていることを簡条書につらねておく。

(1) 問題の場をとらえることの指導

国語的よみ, 数学的よみの指導, 生活経験の重視

(2) 問題の構造をつかませる指導

条件をとらえること, 関係判断をすることの指導

(3) 観点をたてることの指導

算法の決定, 立式, 計算, 観点の変更

(4) 吟味する態度をつくることの指導

検算, 思考過程の反省

(問題の構造化, 数学的観点については, 次年度研究したいと考えている。)

5 文字文章題の指導について

文字文章題指導は, 数字文章題指導法で述べたこと以外に, 文字を含むという特有の性質から考えなければならないことがある。その一つが, 文字を数字におきかえることの指導で, この実験研究の結果は先にも述べたとおりである。しかし, この解釈をつぎのようにまとめておくと, これは統計的には多少の拡張解釈はまぬかれないと思う。

(1) 文字文章題の文字を数字におきかえて指導することは一般的には, 効果的である。

(2) その効果は, クラスの中位以下の生徒に大きい。

(3) クラスの正答率50%以下程度の問題なら, この方法は有効であろう。

(4) クラスの正答率70%以上程度の問題なら, この方法は疑問がある。

(5) 文字を数字におきかえないで, 文字のまま指導すると, 下位群には, 前よりわからなくなるおそれのあることもある。

Ⅱ 第二次研究仮説の実証と次年度の課題

この作業仮説の実証は、直接的には、この実証資料の提供ではあったが、また、そのことが、第二次研究仮説の実証にならなければならない。

第一次研究で、算数、数学の問題を解決することができ、算数数学を理解することが、できるような数学的思考とは、具体的にはどのようなものであるかを明かにし、その心理発達段階をふまえて教材の本質や今後児童生徒にどのような数学の学習を期待するかという将来の見とおしによって、指導の方法は考えなければならないと立言した。(これは第二次研究仮説の1つである。)

この作業仮説をとりあげた理由は、前に述べたとおりであるし、またこの数字におきかえて考える考え方も、心理発達に即した方法であるわけである。ただここでは、すべての数学的方法や操作の効果を比較実証することはできない。ただ一つのことを比較実証したにすぎないが、これによって心理発達に即応しなければならないという一つの研究仮説を不完全ではあるが実証したと考えるのである。

第3年次は、第二次研究仮説の数学的な観点を身につけさせること、児童生徒の知識、技能を構造化することを中心に実証的に研究したいと思っている。

なお第3年次は、以上の実証研究とともに、第2年次研究第3年次の実証的研究を基礎にして算数数学の学習指導理論の構成をする予定である。

Ⅲ 本年度の研究方法の反省—比較群法について

1 等質群の作成について

はたして、等質群をつくること、できるかという疑問がある。これは、国語科、社会科などは別に考えとしても、算数数学科のように、論理的思考を中軸とする知能教科においては、学習の一次的効果測定をする程度の実験研究なら可能のように思われる。この実験は、文字文章題の問題解決の学力がねらいであるから、文字文章題のテストを基準にして等質群を作成した。それに、学校の評価、知能偏差値、標準学力テスト(偏差値と五段階評価)と5つの資料、家庭環境、生徒の性格等を参考にした。

生徒には幾何が得意なものと、代数が得意なものがあるようである。前者を直観型、後者を理論型とすると、このことも等質化には考慮しなければならないわけであろうが、しかし、代数的教材をとりあつかうときは、代数的教材を基準にして等質化すればよいのではなからうか。

2 学習効果の比較について

2つ、またはそれ以上の学習指導法の学習効果を比較して、1つの指導法が、すぐれているという結論をだすことは、すこぶる困難のことである。したがって、われわれは、自己の経験や、先覚者の研究を参考にして、日々の学習指導に精進しているわけである。比較群法によって、実験的研究する場合は、焦点を小さくしぼらざるを得ないのではなからうか。小さくしぼったとしても、この研究にもみられるとおり、一般的に解釈することは、簡単なことではない。まして、異なる因子を多くもった指導法を比較する場合はいっそう多くの困難をともなうと思う。把持テストを実施し

て学習の永続効果を測定することは一層困難である。しかし、実証的に研究した確かな資料を基礎にして、学習指導の改善をはかることは、非常に重要なことと考える。

3. 実験授業について

とくに、統制群の授業は、少なくとも普通に行なわれている授業でなければならないと思う。

旧制中学ならりっぱな授業であっても、新制中学では必ずしも、そうとはいわれない。それは、能力差が、新制中学は非常に大きいということである。教師は、中位群以下の生徒が、わからないことを知っていても、やむを得ず上位群中心に授業を進めていることもあると思うが、これは、あとから穴うめを考えているからさしつかえないとしても、教師が、生徒のわからないのをわかると誤解して、授業を進めていることが、多いのではなからうか。特に新制中学の数学の授業には、そのようなことが多いと思われる。数学的な概念、法則などは、言葉でいわれたり、式でかかれたりしたところで、本当に理解しているのかどうか、わからないことが多い。いちいち重要な具体的な場結びついた指導がなされてはじめてわかるということになると思う。

文字文章題には、文字を数字におきかえなくてもわからせることのできる問題もあるわけであるから、この統制群の授業は、このクラスの学力であれば、この程度の問題なら、文字のまま指導してもわからせることができると判断した教師の授業ということにならなければならないと思うし、また、そのような授業が多いとみなければならない。文字指導は、1つの例であって、算数、数学の授業には、不消化の概念法則が多くつかわれているのではなからうか。

統制群の授業は以上の意味で、普通に行なわれている授業とみたのである。

実験群の授業は、一般によいといわれている指導であるから、実験的におこなってもさしつかえないと思う。

この研究を実施するにあたり、協力校としてご協力をいただいたつぎの学校の職員ならびに生徒に深く感謝の意を表するとともに、算数、数学教育に関心をもたれる方々のご批判と、今後の研究に対する御協力を切にお願いする次第である。

研究協力校 西蒲原郡西川町立曾郷中学校
新潟市立中野小屋中学校

なお、この研究の第1年次は、前研究員（現、西蒲原郡吉田町立吉田中学校長）山野井嘉瑞氏の担当されたものであって、第2年次の研究は、同氏の助言指導によるところも多く、ここに厚く謝意を表したい。（研究担当者 研究員 大森忠勢）

参 考 文 献

この研究には多くの文献を参考にさせていただいた。おもなものをかかげて感謝の意を表す。

- | | | |
|--|------------|---------------|
| 研究報告第14集 算数，数学科における問題解決指導の研究 | | 神奈川県立教育研究所 |
| 文章題における図解，作問指導に関する実験的研究を中心として | | |
| 教育と心理のための推計学（旧版） | 岩原信九郎 | 世界社 |
| 教育と心理のための推計学（新版） | 岩原信九郎 | 日本文化科学社 |
| テストの作成と分析 | D・C・アドキンズ | 人事院任用局試験第二課訳編 |
| 実験的教育研究法 | 海後勝雄 | 明治図書 |
| バーローの数表 | 森山出版編集部 | 森山出版 |
| 数学学習の心理（教育心理学講座10） | | 金子書房 |
| 算数科の教育心理（児童心理選書8） | | 金子書房 |
| 算数の学習心理 | 波多野完治 | 牧書店 |
| 数と式の新しい指導 | 長妻克亘 | 明治図書 |
| 現代数学の考え方 | 遠山 啓 | 明治図書 |
| 授業分析 | ザンコフ著矢川徳光訳 | 明治図書 |
| 現代論理学入門 | 沢田允茂 | 岩波新書 |
| 算数，数学科学習指導要領（小，中，高各編） | | 文部省 |
| 37年度共同研究実施要領 | | 全国教育研究所連盟 |
| 研究紀要第24集 学力と学習指導（数学科編） | | 新潟県立教育研究所 |
| 研究紀要第29集 算数，数学科の問題解における思考過程とその指導（1962） | | 新潟県立教育研究所 |