

研究紀要 第29集

算数・数学科の問題解決における
思考過程とその指導

1962

新潟県立教育研究所

ま え が き

学力と学習指導の問題は、いつの時代においても、学校教育の中心的な課題であり、切実な問題であるが、戦後の世界諸国の対立や、科学の急速な発達に伴ない、今日児童生徒の学力を向上させようとする志向は、現代という新しい特殊な歴史的時点において、一つの世界的動きとなっている。わが国最近の教育課程の改訂にも、この点が伺えるのである。

戦前の知識本位の学習、戦後の経験学習、最近の系統学習と、学習指導も目まぐるしく変遷をしているが、この辺でもう一度、学習指導というものを、教育の根本に立ちかえて考えてみる必要があるのではなからうか。

さらに本県児童生徒の学力の現状をみると、毎年行なわれる全国学力調査ではおおむね全国水準を下まわっており、教育関係者のあらゆる面でのたゆみない努力にもかかわらず、それが学習効果としてじゅうぶんなみのりを結ばないありさまである。これを打開し、本県児童生徒の学力向上を策する道として、直接学習指導そのものの改善をはかることは、諸他の施策とともに、一つの有力な、むしろ教育実践においては本質的な道であると考えられる。

これらの点にかんがみ、当研究所は数年来この学力と学習指導の問題をとりあげ、その研究を進めてきた次第である。すなわち、この研究は、研究紀要 24 集にまとめた高校進学学力検査の検討をきっかけに、全教科にわたり、全所員をあげての、当研究所のもっとも中心的な研究課題となったのである。さらに昨年来、全国教育研究所連盟においてこの学力と学習指導の問題が全国共同研究の課題としてとりあげられ、国語・社会・算数数学・理科の 4 教科は全国的立場で共同研究されることとなった。わたしどもの研究もこの 4 教科は共同研究の一環として行なうこととなった。

さてこの間、わたしどもが考えてきたことを略述するならば、—— 学力を向上するということは、単に知識を多く覚えるということではなく、人間の能力を培い育てる、教育の本質に深く根ざしたものでなければならぬであろう。今日ある教科は、それぞれ歴史的伝統の上に成立しており、それが人間形成における教育的機能を考える時、そこに培われる各教科の学力というものの特徴が考えられる。その上に立って始めてそうした学力を向上させる学習指導というものが考えられなければならないであろう。

わたしどもの研究は一応このような考えの上に立って、36 年度は各教科それぞれその特質において独自の計画をたて、おのおのその研究を進めてきた。ただその間、常に所員全員で研究討議を行ない共同思考を重ねつつ、教科のうちだけの狭い視野におちいらぬよう留意してきた。こうして本年度研究のおおよその方向は、各教科とも児童の側の研究で、いわば児童生徒が教材の内容を自分のものとして理解してゆく、その過程を分析するという仕事になった。ただその内容方法については各教科独自のものであることはいうまでもない。

ここに刊行する、国語・社会・算数数学・理科の 4 つの報告書は、以上述べてきたような 36 年度研究の報告であり、今後数年継続されるこの研究の第一次報告という性質をもつものである。なお、さきにも述べたごとく、これら 4 教科の研究は全国共同研究の一環をなすものであって、この研究報告書はそのまま全国共同研究の一部をなしているものである。

なおこの研究は、それぞれ研究協力校の絶大な協力のもとに遂行されたもので、学校長始め直接間接に協力いただいた職員各位ならびに児童生徒諸君に対し心から感謝の意を表したいと思う。

昭和 37 年 5 月 10 日

新潟県立教育研究所長 小林 正直

目 次

第一章 緒 論	1
・はじめに	1
I 学習指導についての基本的な考え方	1
II 算数数学科について	4
III 数学的思考について	8
III 算数数学科指導の現状	9
第二章 研究目標	11
第三章 研究仮説	12
I 思考過程	12
II 一応の、または部分的な見とおし——予想の成立	12
III 調査の視点——数学的思考の方法、観点	13
1. 既有経験の質と量	13
2. 論理的思考の進め方	13
3. 数学的思考の進め方	15
第四章 研究方法	17
I 研究方法	17
II 協力学校と調査対象学年	18
第五章 個人面接調査	19
I 対象児童生徒	19
II 調査問題	19
III 調査方法	20
III 面接調査記録とその考察	21
例 1	21
例 2	25
例 3	27
例 4	28
例 5	30
例 6	32
例 7	34
例 8	36

例 9	39	例 17	51
例 10	40	例 18	53
例 11	42	例 19	55
例 12	43	例 20	57
例 13	45	例 21	59
例 14	47	例 22	61
例 15	48	例 23	62
例 16	49		
V 個人面接調査のまとめ			64
第六章 授業分析			68
I 目的と方法			68
II 授業の観察記録			69
第一日			70
第二日			109
III 考 察			133
第一日			133
第二日			137
ま と め			139
第七章 算数・数学科の指導			142
		—— 第二次研究の仮説 ——	142
第八章 算数・数学科指導上の二三の問題について			151
I 水道方式について			151
II 教具「タイル」について			153
III 関数のグラフについて			154
・あ と が き			156
・参 考 文 献			157

第一章 総論

はじめに

・全国教育研究所連盟では、「算数数学科の学習における思考力の形成とその指導に関する研究」という題目で、児童生徒の算数数学科の学習における思考の様態を明らかにし、その力を伸ばすための学習指導はどうあるべきかという研究を、3か年計画で開始した。この研究は、その第一次研究として、当研究所が分担実施したものの報告である。

・第一次研究の目的は、児童生徒が算数数学科の問題に立ち向かった場合に、どのように思考するものなのか。換言すれば、算数数学科の問題解決における児童生徒の思考の過程。特に、児童生徒がどのような場合につまづき、どのような契機でそれを打開するのかを、具体的に究明することにある。

それによって、児童生徒に育てべき数学的思考とは、具体的には何であるかを明らかにし、第二次研究の目的である望ましい指導法に対する仮説設定の根拠が得られると期待している。

・このように、第一次研究、すなわちこの紀要で報告する研究は、児童生徒の思考の過程や様態をありのままにみることをねらったもので、指導法の改善を直接の目的としたものではない。したがって、指導法については、第二次研究の結果をまたなければならぬわけであるが、この研究もつぎの段階では指導法の問題に進むことを予想したものであり、なおまた、この紀要を読まれる方々の多くは小中高校の教師であり、指導法の改善に最も強い関心を持っておられるであろうことなどを考え、この研究の過程で考えさせられた指導上の問題にも、そのつど、ふれていきたいと思う。

・この研究は、全国教育研究所連盟の加盟各機関の共同研究であると同時に、当研究所内では、全研究員が、学力、学習指導、各教科の本質やそれぞれの教科の学校教育における位置、研究方法等について共同討議を重ね、それらに対する共通理解の上で、それぞれの教科を分担研究し、研究の過程においても、できる限り、共同で討議するよう努めてきたものである。

したがって、この研究の背景には、当所内で研究協議された、学力、学習指導、各教科の本質や学校教育における算数数学科の位置、などに対する考え方があり、この研究をとりあげた問題意識は、それらに対する見解と本県の多くの学校に現実に行なわれている学習指導や児童生徒の算数数学科の学力の実態を考え合わせたところから発生したものである。

その意味で、先づ、われわれが、学力や学習指導、算数数学科の本質やその学校教育における位置等をどのように考え、本県児童生徒の学力や学習指導をどのように見ているかについて、若干ふれておきたいと思う。

I 学習指導についての基本的な考え方

1. 今日の学校教育における学習指導は、児童生徒に、これまでの長い世代に亘って人類が積み重ねてきた経験、すなわち科学、技術、芸術等の文化遺産を、児童生徒の精神的、身体的発達段階に即して整理し、秩序づけて教科内容とし、これを習得させるという形でなされている。

この文化遺産の習得ということは、人類が今日まで積み重ねてきた経験を身につけること、すなわち、児童生徒各自が自分の経験としてとり入れることであり、今日の間人として、今日の社会に生きるための基礎経験をj得るということである。言い換えれば、それによって、児童生徒の経験を大人と同様な経験にまで高め、児童生徒を今日の社会に組み入れようとするものであって、教育の

社会的使命からみて、大切な意味をもっていると考えられる。更にまた、このような人類の普遍的経験を獲得することは、そこにお互の理解の共通の広場を成立させることになり、民主的近代社会の基盤を培う所以でもある。

このような二重の意味において、文化遺産としての人類の経験を習得するということは、それ自身目的性を持ち、今日の教育において極めて重要な意味をもっていると考えられる。

2. 以上のように、文化遺産の習得は、それ自身目的性を持ち、今日の教育において重要な意味をもっているが、今日の教育が文化遺産を学習内容とし、その習得によってなされているということは以上の意味だけではなく、そこに更に、その習得を通じて、児童生徒の将来への発展が期待されていると考えられる。

教育の目的は、児童生徒の現代社会に適応できる力を養うことにあるといわれている。これは、単に現代社会を享受できるということだけでなく、現代社会を変革発展させ、よりよい次代を建設する力をも意味している。社会は常に前進しており、また前進させなければならない。それに適応するということは、より高い欲求解消の過程を踏むことを意味している。教育は常に、人間の前進する力を培わねばならないであろう。

したがって、学校教育は、単に児童生徒の経験を大人のそれ以上に高めてやればよいというものではなく、むしろ、より大切なことは、次の時代を生み出すエネルギーを培うことである。これを個々の児童生徒についていうならば、児童生徒の未発達な心身を健康なものに育て上げ、児童生徒に潜在する諸能力をできる限り発現し、児童生徒が現在および将来において直面する課題を解決できるような大きな力に育て上げることである。教育の目的は、まさに、このような児童生徒の諸能力の啓培にあり、学習の本質も、こうした児童生徒の生きて働らく人間的能力を培うことにあると考えられる。

3. ところで、さきに述べたとおり、今日の学校教育は、文化遺産の習得ということによって行なわれている。これは、ここに述べたような意味における社会に適応する能力が、これらの文化遺産の習得によって一習得の過程で、または習得の結果、培い、育て得ると期待されるからである。

人類数千年の経験の集積である諸科学、技術、芸術等の文化遺産、これらの成果を抜きにして現代社会に適応する力は考えられないであろうし、これらの文化遺産の習得をとおしてのみ、この力が育て得ると考えるからである。

4. 戦前の教育には、これまでの人類の経験、いわば知識の体系を、ただ上から児童生徒に授けようとする傾向が強かったように思われる。これに対し、戦後の教育では、自主性の尊重の名のもとに児童生徒の直接経験のみを重んじ、ある意味では知識の体系を軽視する傾向があったように思う。

前者は、文化遺産の獲得が、つまり、既製の知識の獲得がそのまま結果的に人間の力を養うことになるという楽観論の上に立っており、如何なる文化遺産、如何なる知識を授けるべきか、また、どのような学習—指導によって、それが生きて働らく力になるかという点に、配慮が欠けていたようである。

後者は、将来の社会発展の方向に対する見とおしを欠き、現前の社会に対処する力を養うことにあまりに近視眼的であり、かつまた、児童生徒個々の狭い、個人的、主観的な直接経験のみに目を奪われて、人類永年の経験の集積を正しく評価し得なかつた点において、「はいまわる経験主義」と批判され、学力低下の責を負わされるに至つたのも、当然といえよう。

このように、従来の教育では、大きな学力観の相違があつたにもかかわらず、いずれの場合も、学力の評価においては既成の知識習得の度合いを以てし、それが真に、生きて働らく人間的な力としての度合いと、単なる知識習得の度合いとを弁別しなかつた。したがって後者の意図するものが前者の意図するものと異なつていたにもかかわらず、前者の学力観による「学力低下」の批判に忽ちその足許をぐらつかせ、いわゆる学力を高めるといふ立場に立つ系統学習なるものに席をゆずりかくて再び、知識の習得ということが表面に強く表われ、あるいは学習指導の実践に混乱が生ずるこれが現状であるように思われる。われわれは、戦前と戦後の、それぞれの学力観の正当の評価の上に、更に人間の本質と将来の社会発展の方向の予見の上に、今日の教育のあり方を考えていきたいと思ふ。

5. われわれは、学習によって培われる学力は、本質的には人間的な力であると考え。そして、一方には文化遺産としての人類の経験の習得であるとも考える。この両者を学習の場でどう結びつけるかに学習指導の問題があると考え。一口にいえば、われわれは人類の経験を習得させることによって——その結果として、またはその過程において、人間的な力となる学力を養いたいと考える立場に立つものである。

今日の教科の学習内容を深く考え、そこに養おうとする中核的な人間の能力はどういうものなのか、それが人間の全体像の中にどう位置づけられるべきなのか。そして、そのような能力を養うべく、その学習内容を習得させるにはどのような学習指導が行なわれたらよいか。すなわち、どのような文化遺産を、どのようなし方で習得させたならば、それが人間の力として、真の生きて働らく力を形成するのか。この点に、われわれの問題意識があるのである。

6. このような立場は、学習を、教材と児童生徒との面接の場において、児童生徒がその教材を自分のものにしてゆく過程であると考えることになる。この過程において学習内容が習得され、学力が形成されてゆくとみるのである。

教育というものを広く考える時には、教育する教師と教育される児童生徒とが中核的存在で、教材は単なる素材に過ぎないという見解も成り立つかも知れない。学校教育、中でも生活指導等の面では特にそのようなことが考えられる。しかし、これを学習指導の面でみれば、この見解は学習内容が教師自身の内にあるものと考へていることになる。教師の尊厳とか影響力とかいうものは、教師が人類の客観的経験すなわち真理の体现者であるとみるところからくるもので、いわば教師の中にある教材性に他ならない。学習指導を正面から取り上げて考える時には、児童生徒の面接するのは、教師その人でなくて教材である。学習内容は教師の側に深い関係はもっているが、むしろそれは教材自身の本質から生れてくるものであつて、教材そのものに密着している。教師のいない学習はあり得るが、教材のない学習は考えられない。

この意味で、学習は教師と児童生徒との面接と考え、教材を単なる指導の素材に過ぎないとする考え方は、われわれは採らない。人類の客観的な経験を獲得させるという近代学校教育の本旨を尊重し、それをとおしてのみ、児童生徒の生きて働らく学力の形成が可能であると考えからである

7. しかれば、学習指導における教師の役割は、どのようなことにあるのであろうか。

イ 第一に、児童生徒に何を学習させるべきかを決定するのは教師の任務である。

すべての文化遺産を一様に児童生徒に学習させることは不可能であり、また必要でもない。何をどの程度に学習させるべきか、すなわち、教材の選択、学習内容の決定は、学習指導要領による

べきことはもちろんであるが、具体的には教師の責務である。そして、それを可能にするものは、文化遺産のそれぞれ——各教科の本質と、現在および将来の社会発展の方向に対する認識であろう。

ロ 第二は、それらの教材または学習内容を、どのような順序で、どの学年のどの時期に提示し、学習させるかという問題である。いわゆる、指導の系統、教材の順次性にかかわる問題であり、これも学習指導における教師の重要な任務であろう。そして、それを可能ならしめるものは、教師の各教材の本質とそれぞれの発達段階に即した児童生徒の心理に対する理解であろう。

ハ 第三は、教師によって提示された教材に直面した児童生徒が、これを習得し、内にとり入れていくいわゆる学習活動を助けることである。児童生徒の学習活動は、教材の本質によることももちろんであるが、学習の場に左右される面も大きい。教師と児童生徒、児童生徒相互の人間関係等をも含めて学習の場の構成は教師の重要な責務である。なおまた、児童生徒の興味、関心を方向づけ、教材に直面する態度、思考や操作の方向を規制することの適否は、児童生徒の学習を効率的に成功させるかどうかにかつ決定的な役割をもつ。

学習の主体は児童生徒であり、児童生徒が対面するものは教材である。しかし、このことは、学校における教科学習に際しての教師の役割りを軽視するものではない。前述のことがらは、学習を成功させるかどうかにかつ決定的な影響があるからである。

II 算数数学科について

1. 学習指導についての以上のような見解から算数数学科を考えると、算数数学科の目的は、児童生徒に人類永年の研究の成果である数学を学習させ、その結果として、あるいはその過程において、児童生徒に現在および将来における、自然や社会についての具体的な、または理論上の課題を、数学的に解決する力を養おうとするものである。

数学は、数学的な能力を培うための単なる素材であり手段であるのではなく、数学を学習することそれ自身が目的である。しかし、それは、既成の数学をできるだけ多く知識として記憶させ、問題に直面した場合に、その知識の倉の中からでき合いの答を探し出して間に合わせることができるようにしておくことではない。数学それ自身を学ぶことによって、この数学を、自然や社会の課題を解決したり、数学それ自身を一層発展させる有力な武器として駆使する能力を育てようとするのである。

ここに、算数数学科が、数学を理解するとともに、数学的な思考の力——生産的な思考力を問題にしなければならぬ所以がある。

2. 算数数学科の学習は、数学の知識体系を習得するという形でなされる。ところで、数学という知識体系は、数学的思考による形式論理の展開そのものであると考えられる。

数学は、たとえば、点、線、面のような無定義の要素と、それらの要素間の関係を規定する公理を基礎とし、明確に定義された数学的な概念を加えながら形式論理によって展開整理された論理の体系である。したがって、「数学は、それ自身が、何について語っているのかということを知らない学問である。」ともいわれるのである。

数学における「点」は、単なる「ある要素」であり、「二点が一直線を決定する。」などのことがいえるだけであって、それ以上の何物でもない。点には、長さ、幅などがなく、いわんや色や重さもないといわれる。しかし、点は色や大きさが無いというよりも、むしろ、色や大きさがあるかどうかを知らない。問題にしない、ということなのである。

このような抽象的な概念の形式論理による展開そのものが数学であり、その思考の発展系列が数学なのである。したがって、数学は、自らのよって立つ概念や公理が、したがってまた、その結果得られた原理、法則、定理等が、はたして現実にも適合するかどうかには全然関心がなく、ただ論理的整合性、無矛盾性のみが問題となる。その方法は、感覚やいわゆる直観を排除した純粹の演繹論理である。

8. それにもかかわらず、数学が現実の自然や社会の認識、変革に役立つ、それを目的とする諸科学や技術の有力な武器となり得るのは何故か。これは数学自身の問題というより、むしろ哲学の問題であろうと思うが、これについてはつぎのようなことが考えられる。

イ 第一に、数学の概念や公理が、自ら自覚すると否とは別として、現実の事物の属性である数、量、形、およびそれらの間にみられる諸現象から抽象し一般化された概念や法則を基盤としているからである。数学の概念は、現実から抽象された概念、法則そのものではないが、現実反映としての概念、法則の本質的な面を明確に規定した、いわば現実をモデルにしたものだからである。したがって、前提となった概念や公理が現実を反映していない場合は、数学は現実にも適用されない。論理の展開そのものに誤りはないにもかかわらず、数学者の数学以外のことについての判断が、とかく非常識な結論であるなどいわれることも往々あるが、このような場合の多くは、判断の前提となっているもの、いわば公理や基礎的な概念が、現実を反映していないことからくるもののようにある。

ロ 第二に、現実の自然や社会が合法則的なものであり、論理の法則によつてとらえ得るものだからである。むしろ、現実の自然や社会の、運動発展の法則が論理であるといつてもよいかも知れない。したがって、非合理の世界——たとえば宗教の世界などには、数学は適用されない。

ハ 第三に、数学も他の自然科学や応用科学の要請により、それに支えられて発展してきたものだからである。ナイル河の氾濫後の土地測量が幾何学誕生の母体であり、天体観測や航海が三角法を生み、ガリレオ、ケプレル、ニュートン等の自然科学者の発想から微積分学が誕生したように過去においても、恐らくは将来においても、数学発展の方向は社会の要請に規定される。数学者の関心も、他の諸科学や技術学が強く要請し、期待する領域に、より多く注がれる。

したがって、数学それ自身としての価値に相違はないとしても、社会の要請による一種の陶冶が行なわれ、現実の認識や改造のために有力な武器となり得る数学が開拓され発展させられて現在に至っているといえると思う。

4. 自然科学、特に物理学は、数学の隣接科学であつて、その性格は数学に近い。しかし、自然科学は現実の自然の認識を直接の任務とするものであつて、たとえ自然科学的な概念、原理がひとり歩きをし、純粹に論理的に発展するようなことがあつたとしても、その過程または結果は、たえず実在の事物、現象に立ち帰つて検証しなければならぬ。理科の指導において観察や実験が重視されるのは、単に指導の方法として、観察や実験をした方が児童生徒に理解させ易いという便宜的な理由からだけでなく、理科の本質にかかわるものなのである。実証は自然科学の生命である。

社会科学は、対象が自然であると社会であるとの別からくる相違は当然考えられるが、この点については同様のことがいえる。社会科学は現実の社会の認識であり、社会発展の法則、様態を明らかにすることを目的とする。したがって社会科学は、論理的整合性以上に、実践による検証によつてその学説の正当性が保証される。

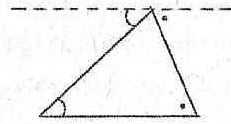
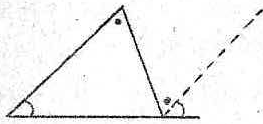
これに反し、数学では、実証は本質的な問題ではない。学習指導の場で、図を書いたり、模型を使ったりするのは、思考を容易にするための便宜的な手段であって、いつまでも感覚的な補助手段にたよらなければならないような段階に止めておくことはできないのである。ここに、数学と他の諸科学との本質的な、したがってまた方法上の相違がある。

5. このような性格をもっている数学、すなわち数学的思考の発展系列は、その途中に、いくつかの論理的帰結としての結節——定理などもそれである——を作りつつ、それを足場にして前進する。

そして数学の学習は、表面的にはこの結節を習得するという形でなされているが、実は、Aの結節からBの結節に進む論理の進め方、つまり、その論理的思考が同時にその学習内容なのである。

たとえば、ピタゴラスの定理は、これを証明し、直角三角形の性質として記憶する、という形で学習される。その証明が三角形の合同定理を前提としてなされたとする。この場合、三角形合同の定理というAの結節からピタゴラスの定理というBの結節に至る論理の展開、数学的思考の流れ、これも重要な学習内容なのである。そしてこの場合、三角形合同定理がどんなによく理解されていたとしても、それが直ちにピタゴラスの定理に導かれるとはいえないようである。

「三角形の内角の和が $2R$ 」という定理は、頂点から対辺に平行な直線を引いて証明するのが普通である。この場合も、「平行線の同位角や錯角が等しい」というAの結節から「内角の和が $2R$ 」というBの結節に至る思考の流れ、あるいは補助線を引くという方法は、平行線の性質そのものだ



けからでは出てこないようである。

このようなことは、単に幾何学についてだけでなく、すべての数学についていえるであろう。

すなわち、AからBへの思考の流れは自動的に進行するのではなく、そこに深い断層がある。この断層に橋かけて論理を進めさせるものは何か。既存の知識を活用して論理を展開していく数学的思考がそこにあるといわねばならない。そして、そこに数学学習の本質的な問題があると考えられる。数学は数、量、図形の関係把握する論理的思考を内容としているということである。対象にひそむ本質的な関係を浮かび上げ、それを把握する数学的思考、これが重要な学習内容なのである。

この数学を学習する場合の思考——数学の問題を解決する場合の思考、いわゆる数学的思考とは具体的に如何なるものであり、そのような思考力を伸ばすための学習指導はどうあらねばならないか、ここに、われわれの問題意識があるのである。

6. 以上において、われわれが数学を指導する目的は、児童生徒に数学それ自身を習得させ、その過程で、あるいはその結果として、児童生徒が現在および将来において直面する課題を解決し、数学それ自身を一層発展させ得る力を養うことにあること、および、数学の本質についてのわれわれの見解をのべ、数学の論理を進める数学的思考は具体的に如何なるものであり、どのような学習指導によって児童生徒に培い得るものなのかにわれわれの問題意識があることを述べたのであるが、誤解を恐れて、なお若干、付言しておきたい。

それは、教科としての数学、特に小学校の算数に課せられた任務には、この他にも重要なものがある、ということである。

小中学校の算数数学科には、現実の自然や社会の事物、現象を抽象し、現実反映としての基本的な概念を獲得させ、法則を理解させるという任務も課せられている。

たとえば、学齢前の児童は、同じ粘土でも、それを丸めた場合と平たくした場合、または細長くした場合は、重さや量が変わると考えているといわれている。すなわち、形によって重さや体積が変わると考えている。また、A、B二点間の距離は、その中間に衡立のようなものがあるかないかによって変わると考えているといわれている。このような児童に、長さや重さの保存性を理解させ量の概念を育てることは重要な問題である。数の概念についても同様である。

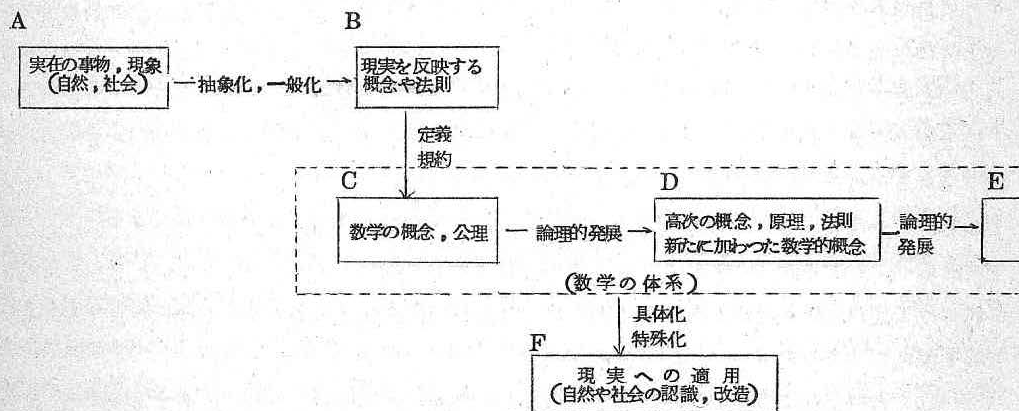
「単価に数量をかけると全体のねだんになり」「貯金をすれば利息がつき」「利息の割合を利率という」などのことは、数学の法則というよりむしろ自然科学の対象であろう。しかし、数学の概念や法則といえども、それらの基盤には、これらの現実から抽象し一般化した概念があり、これなくしては数学の概念や公理も理解されず、やがては数学の概念や公理にまで高められるものである。数学以前の数学として、やがて数学に発展する基盤として、軽視することのできない学習内容である。

ただ、これらは、いわば自然や社会の認識にかかわる問題であって、その性格は、社会科や理科に等しい。比較的、数、量、図形に関係があり、数学の概念や法則の基盤になると思われるものを算数科の学習内容としたものにすぎない。したがって、温度の学習が、新しい指導要領によって理科の学習内容に移されるというようなこともあり得るし、その指導法は、理科や社会科と本質的には同様である。すなわち、実験、観察、測定等が、不可欠の方法となる。

7. さらに、既に述べたように、数学自身はあずかり知らぬことであるとしても、教科としての算数数学科に課せられた重要な任務として軽視できないものに、数学の現実への適用がある。われわれが児童生徒に数学を学習させるのは、窮極的には、数学を武器として、現実の自然や社会をよりよく認識し、具体的な、または理論上の課題を解決できるようにすることである。したがって、数学の現実への適用も、教科としての算数数学科に課せられた重要な任務である。

ただ、この任務は、学校が上級になり、教科が分科するにつれて、数学科よりもむしろ他の教科たとえば技術学等の応用科学に委譲される。一般の応用科学、特に技術学は、具体的な目的をもっているところに特徴がある。その具体的な目的のために、あらゆる科学の成果を集中的に利用する

8. 以上述べたことを図式的に示せばつぎのようになる。



この図式についていえば、本来の数学およびその学習は、C—D—E—の過程とその学習であるが、教科としての算数数学科の対象は、Aに始まり、B—C—D—E—を経てFに至る全過程である。

実際の学習では、各教材についてそれぞれAからFに至る全過程が含まれ、これを区別することは容易でないし、指導の方法としても区別すべきではない。しかし、教科の本質を理解し、指導上の問題点を明確にするためには、以上の見解は重要であると考えられる。

III 数学的思考について

1. 数学は論理的思考の学問であるとか、思考力を伸ばすとか、算数数学を考える場合には、「考えさせる」「思考」ということばが盛んに使われる。われわれも、数学を、結節をつくりながら展開された数学的思考の体系とみてきた。ところが、数学的思考とは具体的には何かと問われると、答に窮するのが一般であるように思われる。したがって指導の場でも、ただ「考えなさい」「よく考えなさい」「まだ考え方がありませんよ」と、考えることを抽象的に強要するに止まり、児童生徒を困らせていることが多いようである。児童生徒も自発的に、あるいは教師に要請されて、考えようという意志はある。しかし考えられないというのが現状であろう。したがって、こういう児童生徒に考えさせるには、数学的思考とはどういうものであるかを、教師が具体的に理解していることが必要であると考えられる。
2. 思考にもいろいろのものがあろうと思う。児童生徒が、成熟によってもたらされた反応や過去経験によって獲得した反応、すなわち、既存の反応によって環境に適応し、問題を処理解決する場合がある。既存の知識を想起することが直ちに解答となり、あるいは既に習得した方法を機械的、形式的に適用すれば直ちに解答が得られるという場合などがこれである。このような過去経験の想起、いわば記憶の再生による処理も思考の働らきであり、少なくとも、そこに何らかの思考作用が含まれているであろう。このような再生的思考は、日常生活においてはもちろん、算数数学の学習においても重要なものであり、軽視することは誤りである。しかし、今、われわれが問題にしようとしているのは、このような再生的思考ではない。

問題に何らかの新しい要素があり、既存の反応——知識の想起、技能の機械的、形式的適用では解決できない場合がある。このような場合も、既存の知識技能等が問題解決の前提となるのではあるが、それと同時に、いわゆる生産的思考が働かなければならない。われわれがこの研究で問題にしているのは、主としてこのような生産的思考である。児童生徒が、現在および将来において直面する課題を解決し、あるいは今までに学習した数学をさらに発展させ、そして恐らく、教師の数学的な説明をよりよく理解するための、数学の学力、すなわち、生きて働らく数学の力の中核がここにあると考えるからである。

問題の構造を明らかにし、数量または空間的な位置の関係を把握して問題の解決を可能にするものは、数学的直観であり、洞察であり、構造転換であり、体制化であるといわれている。たしかにそのとおりであると思うが、しかし、このような説明だけでは、われわれが児童生徒の思考力を伸ばすという問題の解決には役立たない。数学的思考を推し進め、関係把握や適用すべき知識技能の選択判断を可能にするものが数学的直観であり、洞察、構造転換等であるとするなら、進んでそのような直観、洞察、構造転換を容易にし、解決方法の予想の成立の契機となるものが何であるか、

を問わねばならない。それを具体的に究明したいというのが、この研究の目的である。

- 人間の欲求は、外界に対して何らかの働きかけを行なうことによって満足され、知識は対象に何らかの働きかけを行なうことによって獲得される。ところで、対象への働きかけには、身体的な活動によるものと精神的な活動によるものが考えられる。前者は行為と呼ばれ、後者が思考と呼ばれる。

さて、対象に働きかけるには、何らかの方法、働きかけ方が必要となる。

幼児や原始的な人間の行動は、生得的、反射的、衝動的であり、試行錯誤的なものであったであろう。しかし、このような素朴な経験も、それが蓄積され、ある種の働きかけ方が欲求解消に効果的、能率的であったとの自覚が、その方法による働きかけを態度化し、習慣化するに至る。それによって外界に対する認識が深まり、知識が獲得され、その知識がさらにその方法に対する確信を深めあるいはその方法を改善する。このようにして、人間は、試行錯誤的、反射衝動的な行為の段階から、合理的、技術的な行為の段階に進むのであろう。この対象への働きかけ方、これが技術であり、その方法のとおり実際に手足が動くこと、これが技能であると思う。

思考も行為と同様に、対象への働きかけである。ただ、思考の対象は頭の中の概念であり、思考は概念の操作である点が異なるだけである。

原始的な人間や幼児は、身体的な行為以外に、対象に働きかけることは不可能のようである。一定の発達段階に達し、ある程度思考ができるようになってからも、その思考は、身体的な行動またはその表象をとまわなければ不可能の時代が続くようである。身体的な行為が概念の世界に引き写されたものが思考であるとも考えられる。

このように考えてくると、行為の世界における技術に相当するものが、思考の世界にもあると考えられる。

- われわれは、耳に入るすべての音を聴くのではなく、目に映ずるすべてのものを視るのではないわれわれの観点、態度が、ある音を聴き、ある光を視ることを可能にする。自然や社会の事物や現象も、主体者のもっている概念の枠組によって認識され理解される。同様に、数学の対象も、それに対処する者の数学的な観点、数学的な方法によって、その本質を露呈しその関係を顯示する。

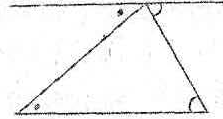
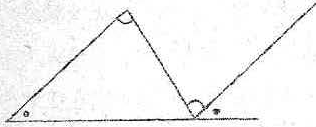
このように考えると、数学的な思考の方法や観点が、数学的直観・洞察、構造転換、体制化の可能か否かに、決定的な役割りを果たすものと考えられる。

IV 算数数学科指導の現状

- 本県に行なわれている算数数学の指導では、個々の知識や計算の形式的な手順を教え込み、これを記憶させたり練習によって速くできるようにしたりすることに主力を注いでいるのが多いようである。たとえば、分数の乗法は分母の積を分母とし分子の積を分子とすればよいこと、および、こうすれば正しい結果がでることをなっとくさせ、ピタゴラスの定理は「直角三角形の直角をはさむ二辺の平方の和が斜辺の平方に等しい」という意味であること、および、その証明はこうするのだということを説明し、児童生徒がその説明をなっとくし、記憶し、再生できればよいとしているのが多いようである。どんな観点から、どんな方法でそれらの問題に立ち向かった結果、そのような計算方法が考え出され、そのような証明が生まれたのかということを児童生徒に理解させ、あるいは考えさせるという配慮がたりないように思う。このような指導では、児童生徒の数学的な思考力

は伸びないであろう。

「三角形の頂点から対辺に平行線を引く、そうすれば、錯角は等しい、同位角は等しい、だから内角の和は平角、すなわち $2\mathbb{R}$ に等しい」と説く。生徒はその論理の道すじに誤りのないことを承認する。しかし、生徒は本当になっとくできたという感を持ってない。どうして教師がその平行線を引くことに気づいたのか、それが理解できないからである。



「二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を解くには両辺を a で割ればよい、そうすれば既に習った $x^2+px+q=0$ の形になる」と教える。 a で

割ればよいことはわかった。しかし、どうして a で割ればよいことに気づいたのかは、生徒には理解されない。

「平行四辺形の面積はどうして求めるか、対角線を引いてみれば二つの三角形にわけられる」、あるいは「長方形を書いてみると……」と説明する。だが、どうして対角線を引くことに気づいたのか、長方形を書くことに気づいたのか。このことが、これらの問題を考える場合の思考の山であろう。このような指導だけが繰り返されているとしたら、一部の恵まれた素質をもっている児童生徒——これらの児童生徒は、教師のこの点についての指導が欠けているにもかかわらず、自ら数学的思考の観点を会得できた児童生徒である——を除き、多くの児童生徒は教師の教える方法を機械的、形式的に記憶し、それと同一の問題に出合った場合に、それと全く同様にやるより他に手はないということになる。

「熱心な指導を続けたにもかかわらず、児童生徒の計算する力や機械的、形式的な処理の力は伸びたが、新しい問題を解く力、いわゆる応用する力は伸びない」という嘆きも当然のことと思う。

2. 計算の方法、基本的な図形の面積や体積の求め方・方程式の解法とか幾何の定理などは、教師が教えて児童生徒が理解し、記憶し、再生できればよいのであって、数学的思考の力は、それらの結果を応用するという場面で伸ばせばよいのだという人もいる。しかし、これらの学習内容は、みかたによればすべてそれ以前に学習した知識技能の応用であり、また、最も重要なこれらの教材の学習の過程においてこそ、数学的思考の力を伸ばすようにすべきものではなからうか。
3. 算数数学の指導に関する研究は従前から活発に行なわれ、現在も盛んである。しかし、それらの研究のうち、指導方法についてのものには前述のことと同様な傾向がみられ、その他の多くは、
 - ・小中高校の算数数学科にどのような教材を加え、または除くべきかという教材の選択に関するもの
 - ・どのような順序で指導すべきかという、いわゆる指導の系統、教材の順次性に関するもの
 - ・どんな教具が有効であるかに関するものなどである。

数学の思考を問題にしたものも、多くは、児童生徒の実態を調査して、「洞察できない」、「関係を把握する力がたりない」ことを発見し、嘆くだけに終わっているようである。その洞察や関係把握を可能にし、問題解決に成功させる数学的思考とはどんなものであり、どのような学習指導によって伸ばされるものなのか、これをとりあげる必要があると考えられる。

第二章 研究目標

第一章で述べたような学習指導や算数数学科の本質、算数数学教育研究や実践の現状に対する見解を背景とし、以上のべてきたような問題意識から取り上げたのがこの研究主題であるが、この研究の目標を要約するとつぎのようになる。

1. 算数数学の問題を解決することができ、算数数学を理解することができるような数学的思考とは具体的には何であるかを明らかにしたい。
——数学的思考を推し進め、数学的直観や洞察を可能にする思考の中核的なものは、数学的な観点であり、知的操作の方法であろうという仮説の検証
2. 小・中・高校の児童生徒の身につけさせるべき数学的思考——問題解決の成功を保証し、数学をさらに発展させるような思考の観点、数学的な方法には、どんなものがあるかを具体的に究明したい。
3. 前項 1. 2 の研究にもとづいて、そのような思考力を伸ばす学習指導はどうあるべきかを追究し、学習指導上の原則を見出したい。

この研究は3か年を予定してはじめられたものであり、前項 1. 2 を目標とする研究作業を第一次研究として昭和36年度に、前項 3 を目標とする研究作業を第二次研究として昭和37～38年度に実施するよう計画された。この紀要で報告するのは、主として第一次研究の結果である。

第一次研究の目標は、児童生徒の思考の様態、過程、換言すれば、児童生徒は現実には、数学の問題をどのように考えていくものなのか、どんな場合に思考が行きづまり、どんな契機でそれを打開するか、を、具体的に究明することによって達せられると考えたものである。

第三章 研究仮説

I 思考過程

児童生徒が問題を解決しようとする場合の思考は、およそつぎのようなものであろうと考える。

1. 何らかの経験——知識、技能、態度等を前提にしなければ思考は考えられない。児童生徒の思考は、成熟または過去の経験によつて獲得した反応を土台とし、それによつて規制される。
2. 既存の知識、技術等で、何らの抵抗も感ぜずに環境に適応できる場合は、とり立てて問題にするほどの思考活動はみられない。既存の経験と直面する対象との間の矛盾に気づき、既存の反応では適応できないことを意識し、思考する主体者である児童生徒と、思考の対象である問題との間に、一種の緊張状態が生まれた時、思考活動は開始する。この緊張、すなわち問題意識が、思考を推し進めるエネルギーである。
3. 初めに問題を全体的、直観的にとらえ、解決の方法または結果を洞察しようとする。幸に、これと同一の問題を解決した経験があれば、その経験が想い出され、同一の方法、操作、同一の反応で処理、解決する。いわゆる再生的思考である。
4. 既存の経験だけで解決できない場合、ここに生産的思考が働らく。

おそらく、既存の経験を土台として、全体を概観し、分析、総合、あるいは過去経験との比較、類推等が行なわれるであろう。いろいろな観点からの考察、いろいろな方法による操作が、頭の中で、時には身体的動作をともなつて行なわれるであろう。それによつて、主観的ながらも一応の解決の体系・部分的ながらも一応の見とおしを立て、それによつて部分的な処理、操作、試行が行なわれる。これは、いわば一種の試行錯誤ではあるが、そこには何らかの予想があり、目的によつて方向づけられ、目的にそわない反応は除かれていく、という意味で、単なる試行錯誤とは異なる。

このような、予想——試行——予想の修正——試行、の繰り返しの過程で、全体の構造が把握され、客観的な反応体系が成立し、問題が解決されるものと思われる。

5. このようにして当面の課題が解決されると、この課題解決に役立つ知識、技術、方法、解決の結果明らかとなつた対象の性質、原理、法則等が、既存経験の体系内にとり入れられ、位置づけられ、統一、一般化される。すなわち、経験の体系が再構成される。
6. かくして再構成されたより高い経験体系が、つぎの問題解決に適用され確かめられて定着し、ある観点、ある方法が有効だつたという自覚が、その後の思考や行為を方向づけ、心的傾向、すなわち、態度となる。

以上が、問題解決における思考の、そしてまた学習の過程の概要であらう。

II 一応の または部分的な見とおし——予想の成立

思考の過程をこのように考えると、予想、すなわち、部分的の、または一応の見とおしが成立するかどうかが、思考が前進するか停滞するかのわかめとなる。この予想の成立を可能にするもの、少なくともそれを容易にするものとして、つぎのことが考えられる。

1. 既存の経験——知識、技術等が体系づけられ構造化されているということである。

個々ばらばらな知識としてでなく、関連的に学習され、理解されているということである。このように児童生徒は、問題を構成するそれぞれの要素を意識すると同時に、それらと関係のあるかかれた要素が想起され、それぞれの要素を中心とする小体制、部分構造が成立する。それによっていわゆる媒介要素が意識化され、全体的な、あるいは部分的な見とおしが成立する。

2. 概念の操作・処理のいろいろの方法・いろいろの数学的な観点を身につけているということである。ある観点からの考察によって問題はある構造のものとして受けとられ、他の観点から考察することによって問題は異なった構造のものとして受けとられる。見とおしの成立を可能にし、少なくともそれを容易にする数学的思考の中核は、問題に対処し、操作する場合の数学的観点、数学的方法にあるのではないかと考えられる。

III 調査の視点——数学的思考の方法、観点

今回の研究は、あとで述べるように、個人面接調査を中心とし、授業を観察分析するという方法を併せ用いたのであるが、両者を通じて調査分析の視点としてつぎのことを考えた。これは、児童生徒が問題を解決するにあたり、見とおしを成立させ、行きづまりを打開する数学的思考の方法であり、問題に対処する場合の数学的観点であると考えたものである。いわばこの研究の仮説を具体的に述べたものといえよう。

1 既有経験の質と量

- イ 問題場面を一応理解するに必要な生活経験
- ロ 問題解決の前提となる知識、技能
- ハ 数学的な知識、技術が関連的に理解され、構造づけられ体制化しているか。

2 論理的思考の進め方

- イ 全体のあるいは部分的な見とおしを立て、方針を定めて処理にあたる。

これなしで具体的な思考活動が考えられないことは、さきに述べたとおりである。たとえ最初からはっきりした結末までの見とおしが立たないとしても、あるいはその見とおしに誤があって推理の途中に行きづまるようなことがあるとしても、とにかく一応の、または部分的の見とおし——主観的反応体系がなければ、論理的思考は動き出さないのであろうし、また、これがあればこそ、行きづまった場合の視点の変更もできるのだと思う。

先づ、見とおしを立てようとするのである。

- ロ 思考の過程を重んじ、要所を確かめながら論理を進める。

思考は結節を作りながら発展する。その結節が、それまでに思考の辿りついた帰結であり、その後の思考の出発点である。この意味で、思考の過程における論理の結節の意味を確かめ、これを足場にして思考を進めるといふ手順は重要である。

- ハ 目標分析——求めるものは何か、それには何がわかればよいかと考える。

目標が思考の方向を決定する。目標を確認するとともに、さらに進んで、そのためには何がわかればよいかと問うことである。

十分条件の追求であり、解析的思考である。

ニ 条件分析——わかっていることは何か、それから何がわかっていくかと考える。

必要条件の追求であり、演繹的思考である。

ホ 既存の経験——概念、原理、法則、方法をどう役立てたらよいかと考える。

学習は既存経験の改造であり、問題解決は既存経験を武器として行なわれる。意識すると否にかかわらず、思考は既存経験に制約されながら展開する。意識的に、既習経験をどう役立てたらよいかを考えることである。

- ・似たような経験はないか、それとどこが同じく、どこが違うか。——比較
- ・その結果が利用できないか、その方法が適用されないか。——類推
- ・わかっている問題に帰着させられないか。——変形

ヘ 基本的な要素、基本的な関係をおさえる。

論理的思考は分析と総合の過程であるとも考えられる。基本的な要素とそれら相互の関係をとらえ、部分と全体との関係に注目することである。図形の問題で、点、線、面、あるいはその図形の中にひそむ直角三角形等に注目することが問題解決を成功させることなどその例である。

ト 順序よく、あらゆる場合を考える。

いうまでもないことであり、そのために数表、図表、図式等が用いられることも多い。

チ 特殊——一般の関係をおさえる。

特殊の場合を手がかりとして一般の法則を見ぬき、逆に一般の法則から特殊の場合を解釈することは、作図や数列の研究ではよくみられることであるが、これは論理的思考のすべてについていえることであろう。特殊——一般の関係を完全におさえ得るのは問題解決が終った時だともいえようが、このような観点から考えることが問題解決や数学の理解を容易にするといえよう。

リ 結論を否定したら矛盾が起きないかと考える。

いわゆる間接証明の論理に導く思考の方法である。

ヌ 具体的な操作やその表象で考える。

思考は具体的な行為の概念の世界への引き写しであると考えられることは、さきにも述べた通りであるが、抽象的に概念を操作することができるまでになっていない児童生徒や、対象が高度に抽象的で思考困難な場合は、具体的な操作またはその表象で考える段階まで立ち戻る必要がある。

ル 図を書いて、またはその表象で考える。

むつかしい問題といわれるものには、問題場面が複雑で多くの要素が入りこんでいるためのものと、抽象的であるために思考が困難なものがある。また、文章やことばで提示される問題は、時間の流れとの関連でのべられているものが多いが、全体の関係を把握するには、これを同時的、空間的な関係におきかえた方が容易である。

- ・複雑な場面を整理し、ときほぐすためにも、
- ・抽象的なものを具体化し、直観しやすくするためにも
- ・継時的な関係を同時的、空間的な関係におきかえて全体を把握するためにも、図を書きまたは図の表象を頭にえがいて考えることが有効である。

7 行きついたら観点を改めて考えなおす。

いわゆる観点の変更である。

絶対に誤りのない完全な見とおし——客観的反應体系の成立は、問題解決が完了した時であるから、思考の過程で行きつまることのあるのは当然であり、このこと自身を非難するのは誤りである。ただこのような場合、初めの方針や処理の結果にとらわれていては、この行きつまりは打開できず、思考は停滞する。このような場合は、観点を変え、時には最初に立ち戻って出なおすという思考態度、柔軟な身構えが必要である。予想——試行の繰り返し、これが思考の姿であるからである。

3 数学的思考の進め方

イ 関数関係をおさえる。

- ・変化の過程における断面として、あるいは原点、極限としてとらえる。
- ・変化の中から不変のもの（比例定数もその一つである）をとらえる。
- ・対応関係をおさえ、比で、あるいは差でくらべる。
- ・微分小の無限集合と考える。

など。そのため、連続的に変化移動させて考えることは、数量図形の何れの領域たるを問わず、問題の数学的な関係を把握するための重要な観点であり、方法である。

ロ 数量や操作を文字や記号で表わし、関係を式で表わして考える。

数量や操作を文字や記号（文字も記号であるが）で表わし、あるいは関係や操作を式で表わして考えることは、数学的な思考の特徴的な方法である。これと関連して、

- ・式を演算や操作の手順を示すものであると同時に、その結果得られる一つの数量を表わすものとみること。
- ・等式や不等式は、時間的な継起にしたがう操作の結果を示し、等価または大小の関係を示すとともに、運動や変化を規制する条件、領域とも見られること。

このような観点から考えることも重要であろう。

ハ 対応関係をおさえる。

数の概念は物と物、物と数詞との対応から育つ。このような算数のはじまりから、射影幾何学、関数論、集合論等にいたるまで、対応関係をぬきにしては数学の思考は進められない。

ニ 単位をおさえる。

数量を考える場合、単位——基準の量をおさえることが先決問題となる。

- ・整数、小数、分数の概念やその計算を考える場合にもとより、
- ・測定は要するに単位量がいふつあるかの問題であり、したがって、量の計算は単位を、計器の読み方は単位目もりのおさえ方が根本であり、
- ・割合はBを単位として測ったAの大きさ、または共約量を単位として測ったA、Bの数であり、
- ・グラフを書いたり読んだりする場合の単位目もり、
- ・いくつかの数量を1単位とみたり全体を1とみることなど、

いずれも単位のおさえ方の問題である。数学において、1の占める位置の重要さも、ここから

生ずるものと思われる。

ホ 次元をおさえる。

整式や方程式を次数の観点から整理して考えること、連立方程式の文字を順次消去していくこと、立体を展開等の方法で二次元の図形に変換して考えようとするなどのように、

- ・次元の観点から問題を分類整理し、
- ・次元を低下させるよう問題の変換を考えること、など、

重要な数学的方法であろう。

ヘ 用語や記号の意味、計算の規則で考える。

数学では用語の意味は定義によって与えられ、計算の規則は約束として与えられる。もちろん、そのように定義され、そのような約束がなされたことについては、心理的、実用的な意味があり論理的な必然性さえ考えられるのであり、特に指導の場合にはこのような定義や規約がなされた必然性を児童生徒に理解させることは重要なことではあるが、一応は、用語は定義によって意味を与えられ、規則は約束として与えられるといえるであろう。

したがって、用語や記号の定義、計算の規則それ自身が、操作の手順や図形の関係を指示していることが多い。

ト 形式不易の原理で考える。

演算の法則や数量間の関係は、整数、小数、分数の別や正数、負数の別、あるいは数値で表わされていると文字で表わされているとにかかわりはない。わかり易い具体的な数値におきかえて関係を把握しようとするのが有効な場合も多い。

チ 公式や定理——数量や図形の基本的な関係で考える。

さきにあげた既有経験をどう役立てるか、ということに含まれるわけであるが、数学における公式や定理の役割りを考え、特にとり出してかかげた。問題の要素間の関係や図形の性質として既にどんな定理、どんな公式を知っているかを思い起こし、これを足場にして思考を進めようとすることである。

問題に対処する主体者の視点の相違によつて、同一の問題でも異なつた構造のものとして姿を顯わす。したがって解決の方法も異なってくる。

なおまた、これらの観点が、具体的な問題解決の場では、互に関連し、からまり合いながら関係把握を可能にし、あるいは思考を行きづまらせていることが考えられる。

第四章 研究方法

I 研究方法

児童生徒が算数数学の問題を解決していく際の思考の過程や様態をとらえる方法として、つぎのような方法が考えられた。

1. 第一は、現実に行なわれている算数数学の学習——学級という集団で、教室という場で行なわれている学習を、そのままの姿で観察し分析して、そこから児童生徒の数学的思考を知ろうとする方法である。

われわれがこの研究を行なう窮極の目的は、教室における学級集団を対象とした学習指導の改善である。しかも、児童生徒の思考は、個人として実験室内で行なわれる場合と、集団として教室で行なわれる場合と、必ずしも同一でないという考え方があつた。特に、教室で実際に行なわれている学習指導では、児童生徒の思考は教師によって規制されると同時に、児童相互によつても影響される。このような観点からすれば、教室で実際に行なわれている学習の場における児童生徒の思考をみることは、この研究の目的にかなうように思われる。

しかし、実際の学習指導は、児童生徒と教師、児童生徒相互の人間関係や個々の児童の既有経験はもとより、問題提示のしかた、教師のこゝろ、施設設備から気候等の条件に至るまで、実にさまざまな要因の複雑なからまり合いの中で行なわれている。したがつて、これをそのままの姿で観察記録したとしても、分析の視点も立てにくく、そこから具体的な、しかも客観的な結論を引き出すことは至難であると思われる。

なおまた、教室における個々の児童生徒の発言は断片的であり、不連続的であつて、個々の児童生徒の思考の流れ、思考の過程を推定することは不可能に近いと思われる。

2. 第二は、実験的な学習指導を行ない、その過程を分析検討することによつて、児童生徒の思考の様態をみようとする方法である。これは、一般の指導が学習効果をあげることを目的とするのと異なり、児童生徒の思考の様態やその深まり方をみることを目的とするので、時には指導を中断して児童生徒にその思考を反省、記録させたり、時にはその思考を診断するための質問を加えるなど、いろいろの手段が講じられよう。あるいはまた、発問その他によつて児童生徒の思考にある種の統制を加え、それによつて思考の流れがどのように変わるか等をもみることもできよう。

いずれにしても、この場合は、明確にして具体的な仮説をもつておくことが必要であり、条件の統制にも十分の注意が必要となる。Rotation Method の採用など、偶然や主観的な解釈をさけるための特別のくふうが必要となる。

3. 第三は、個々に児童生徒と面接し、彼等が算数数学の問題を解決する場合にどのように考えていくかをみようとする方法である。実験室研究であり、事例研究ともいえる。

この場合は、児童生徒にその思考の過程を反省、発表させたり、思考中の彼らの表情や動作の推移を観察したり、さらに児童生徒に対して臨床的な質問を行なつたりすることによつて、彼等の思考過程を診断することができると思われ。

この場合、集団の場における思考と実験室内にひとりで考える場合の思考は異なりはしないかという点が問題になると思うが、

- ・授業分析の場合でも、われわれがみようとしているのは、結局のところ、児童生徒個々の思考であり、教師の発言も他の児童生徒の発言等も、要するにこの児童にとっては一つの刺激とみられる。
- ・教室学習の観察分析を行なうにしても、分析の視点を定めるためには、予め個々の児童生徒の思考がどんなものであるかを知っていることが必要である。
- ・特に数学の思考では、その性質上、個人の場合と集団の場合とで、本質的な相違はないであろうと考えられる。

以上のような見解から、第一次研究においては、前項第3、個々面接による研究調査を主軸としそれを補足照合する意味で、前項第1、授業の観察、分析を行なうこととした。

なお、第二次研究においては、前項第2、実験的な授業の実施とその観察分析が中心となるであろうと予想している。

II 協力学校と調査対象学年

協力学校にはつぎの学校をお願いした。

- ・新潟市立上所小学校 (15学級)
- ・同 鳥屋野中学校 (12学級)
- ・西蒲原郡西川町立曾根小学校 (18学級)
- ・同 曾郷中学校 (12学級)

前の2校は新潟市内住宅地域にあり、後の2校は蒲原平野のほとり中央の小さな町にあり、農家の子弟が約半数である。

調査の対象となった学年は、小学校では第5学年、中学校では第2学年である。

第五章 個人面接調査

I 対象児童生徒

知能検査，田研式項目別標準学力検査，当研究所でこの研究のために特に作成した問題による学力調査等の結果により，下記人数の児童生徒を選んで調査対象とした。知能に比し学力のすぐれたもの劣ったものを意図的に含めてある。

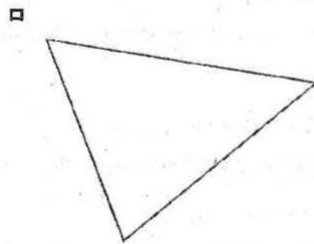
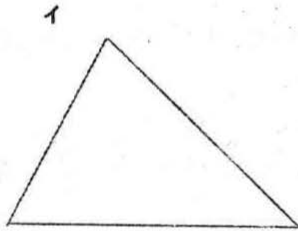
第1表

知能 偏差値	小学校 (5 年)									中学校 (2 年)								
	上 所			曾 根			計			鳥屋野			曾 郷			計		
	男	女	計	男	女	計	男	女	計	男	女	計	男	女	計	男	女	計
45~54	4	4	8	4	4	8	8	8	16	4	4	8	4	4	8	8	8	16
55~	5	6	11	5	4	9	10	10	20	4	4	8	4	4	8	8	8	16
計	9	10	19	9	8	17	18	18	36	8	8	16	8	8	16	16	16	32

II 調査問題

○ 小学校 【5年】

(1) つぎの三角形の面積はいくらでしょう。



注・ものさしと三角定木を与えた。

・正方形，長方形，平行四辺形，台形の面積は学習したが，三角形の面積の求め方は，まだ習っていない。

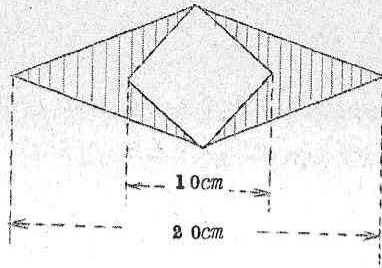
(2) まさをさんの家の田と畑の面積は5と2のわりあいで，田の面積は150aです。まさをさんの家の田と畑は，みんなで何aでしょう。

(3) まさをさんの家から学校まで2.400mあります。まさをさんは，はじめ，毎分60mの速さで25分歩き，その後は毎分150mの速さで走って学校にきました。走った時間は何分でしょう。

(4) 石油かんに油を15ℓ入れましたが，まだ $\frac{2}{5}$ ぐらいうすきまがあります。この石油かんに，およそ，何ℓ入るでしょう。

○ 中学校 【2年】

(1) つぎの図の白いところは正方形です。この正方形の面積はいくらでしょう。



- (2) クラブの会合で、みかんを1人に5個ずつ与える予定で必要数だけ買ったところ、生徒の数が予定した人数より3人多くなったので、1人に4個ずつくばったら2個あまったという。予定した生徒の数と買ったみかんの数はいくらか。
- (3) ある工場で、30日間に500個の製品を作らなければならないことになった。はじめは毎日15個ずつ作っていたが、これではまに合わないので、途中から残業して毎日20個ずつ作り、ちょうど期日にまにあわせることにした。残業は何日やればよいでしょう。
- (4) 小学校の問題(4)に同じ。

Ⅲ 調査方法

1. 調査は夏休みや日曜等を利用し、7月～8月に行なった。
2. 1人1回 15分～20分を面接時間と予定し、1回に2題ずつ解答させた。児童生徒は2日間にわたって4題ずつ解答したことになる。
3. 面接は1人ずつ実施し、面接済の子どもが他の子どもに問題をもらすなどのことがないように配慮してある。
4. なるべくことばに出しながら考えるよう指示した。
5. 思考が行きづまって、子ども自身で力で打開不可能と判断した場合は、適当な示唆を与えてその反応をみた。
6. 解決し終えた後、または解決不可能と断念したあとで、必要に応じて、思考過程を問い、きき出した。
7. 特に、どのような契機で思考の行きづまりが打開され、洞察が可能になったかに注意した。

以上、問題提示から面接終了までの全過程における児童生徒のひとりごと、動作、表情、示唆とそれに対する反応、質問と応答などを観察、記録するとともに、テーブコーダーに録音し、答案とともに整理、分析し、さきに述べたような仮説が表証されるかどうか、さらに、数学的な視点や方法としては具体的にどんなものがあるかを検討した。統計的な処理も一応やっけてはいるが、調査の性質上、これに大きな期待をかけることは不可能であり、主として事例研究である。