Ⅳ　面接調査記録とその考察

以上のような作業の結果，およそ２７０例の個人面接記録を得たのであるが，そのすべてについて述べている余裕はないので，いくつかの例をかかげて，それに対する考察を述べることとする。

注　以下の面接記録で

- 左の欄は面接記録，右の欄はそれに対する考察，左側縦線の 2.3 0 等の数字は経過時間２分３０秒を表わす。
- （小，１）は問題番号で，小学校の問題(1)を表わす。
- Ｐは児童生徒，添付の数字は児童生徒番号，　Ｔは調査者。
- Ａは知能偏差値５５以上，Ｂは４５～５４の児童生徒。
- 知能は知能偏差値，学力は算数数学標準学力偏差値，学力の欄の$\frac{13}{18}$等は調査者が事前に問題を作成実施した算数数学学力テストの$\frac{正答数}{問題数}$。
- 面接記録中，黙とあるのは，思考が行きづまり・停滞，混迷している状態。
  ………とあるのは，児童生徒が，しばらく考えている状態を表わす。

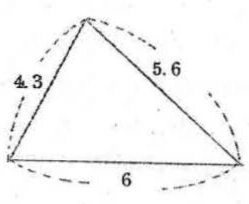
調　査　例　１　　　　（小，１）

A男，P_3	知能　６３	学力６０	$\frac{14}{18}$
S小５年	昭３６.７.２３後１：３５～		

Ｔ　「ここに三角形があります。この三角形の面積はいくらか，定木やものさしを使ってもいいですから，しらべてください。」

——問題提示

Ｐ・問題を一見してすぐ，ものさしを持つ。三辺の長さを測り，図に記入する。



・だまって図をみつめている。

・鉛筆で辺をなぞりながら考えている。

2.30　・ため息

・ひとりごと——「かけてみようか，しなければわからぬ。」

1.　この問題では調査児童３４名のうち，

・初めに三辺の長さを測った者　２４名

・二辺または三辺をかけた者　　１８名

であった。その他の中には再生的思考の７名があることを考えると，初めて三角形の面積を考えた児童のほとんど全部が三辺を測ったり辺をかけあわせたりしたことになる。しかも，辺の長さを測るまでに，あまり長くは考えていない。

これは一見，いかにもでたらめな，試行錯誤のように見える。

しかし，彼等には，今まで習った正方形長方形，平行四辺形，台形の求積の場合には，いつも辺の長さが必要であり，それらをかけあわせたという経験がある。このような潜在意識が，とにかく辺の長さを測ってみよう，辺をかけ合わせてみようという一応の見とおしを立てさせたものと思われ

・式を書いて計算をはじめる

6×4.3×5.6

```
        6
      4.3
     ----
      1 8
     2 4
    -----
    2 5 8
      5.6
    -----
  1 5 4 8
1 2 9 0
---------
1 4 4.4 8
```

・ゆっくり，気が進まぬというようすで，

A　144.48cm^2

・そのまま考えこむ。何となく不安を感じて

4.00 いるようす。——黙

T　「どうしてそうやると面積がでるの？

何かわけがあるの？」

P　「ただやってみただけ。」

T　「三角形の面積のだし方を，今までに習ったとか本で見たとかいうことはありませんか」

P　「なんにもありません。」

T　「そう，学校ではまだ教えておりません。そこで，これからくふうしてみてください。」

4.30 P　黙

T　「それではね，今までに面積の求め方を習ったのは，どんな形ですか。」

P・思い出しながら，ぽつりぽつりと数え上げる。

「えーと，平行四辺形，ひし形，正方形，長方形，立方体だな，…………，台形」

T　「立方体は体積だったから面積とは違うな」

「長方形の面積の求め方は？」

P　「長方形は，たて×よこ。」

T　「平行四辺形は？」

P　「底辺×高さ。」

T　「台形は？」

P　「(上底+下底)×高さ÷2」

6.00 ・しばらく　黙

T　「ではね，そういう面積の求め方のわかっている形と比べてみたら，この三角形の面積を，どうすれば求められるか，わからないかる。

・思考は既有経験に規制され，

・一応の，または部分的の見とおしで処理をしてみる。そのあとで，その処理がどんな意味をもち，目標とどうつながるかを考える，

ということが多いようである。

2. 一応の見とおしによる処理の結果に意味づけができず，論理的に目標とつながらないと感じた場合，そこに不安をいだくようである。

3. この子どもは，今までに学習した長方形平行四辺形，台形の面積の求め方は知っており，それらと三角形との関係も知らないわけではない。けれども，三角形の面積の求め方を考え出すことはできないでいる。

長方形，平行四辺形，台形等の面積の求め方やそれらと三角形との関係，すなわち前提となる知識技術をもっている26名の子どものうち，

・独力で三角形の面積を求め得た者は，本で公式を見たり家庭で教えられたりしていた再生的思考の5名を含めても9名にすぎず，

・独力で三角形の面積を求めることができなかった者が17名であった。

これは，前提となる知識技能があるだけでは論理の発展はなく，Aの結節からBの結節への発展には，数学的思考——思考の観点や方法——が必要なことを示していると思う。

4. この子どもは，既に学習したそれらの図形と比べてみるようにという示唆によって思考の行きづまりを打開し，以後はほぼ順調に，長方形の半分として，また平行四辺

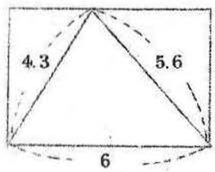
た。」………

「何と比べるかな，比べやすいものでいい」

P 「台形みたい。」

T 「台形でもいい，比べやすいのと比べてごらん。」

P 「こんなかな。」―― いいながら図を書く。



T 「それは何？」

P 「長方形。」

T 「その三角形の面積は？」

P 「たて×よこ。」――ちょっと考えて，「÷2。」

T 「どうして2で割るの？」

P 「この面積（□を指さす），大体2倍だと

7.00 思うから。」

T 「ではやってごらん。」

144.48÷2

```
        7 2.2 4
  2 ) 1 4 4.4 8
      1 4
          4
          4
            4
            4
              8
              8
              0
```

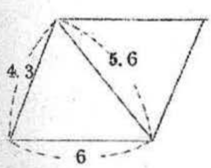
「72.24 cm^2」

7.40

T 「今，長方形と比べてみたね，その三角形を平行四辺形と比べてみたらどうなるかな。」

P 「はい。」

・ひとりごとをいいながら次の図を書く。



「こうやって，……」

「こう，……」

形の半分として，三角形の面積を求めている。さらにまた，若干の示唆に導かれながらも，台形の上底が0になった極限と考えて三角形の面積を求める方法も理解できた

既有の経験をどう役立てるか――それとどこが同じくどこが違うかと比較するという方法が，思考進展の契機となったといえよう。

5. いうまでもなく，図について考えることによって，三角形が正方形や平行四辺形の半分であることを直視できたのであり，図の助けがなかったら，これらの関係をつかむことはできなかったであろうと思われる

6. 長方形の面積は，たて×よこ であり，三角形はその半分であると考えていながら「ではやってごらん」といわれて，さきに三辺をかけ合わせて得た144.48を2で割っている。これは軽卒だ，うっかりしている，といえばそれまでであるが，初めの見とおしや処理にこだわる気もちの表れであろう。

初めの見とおしや処理にこだわって誤を犯したと思われるものが，この問題だけについても，調査人員34名中10名を数えた。

この種の誤を避けるためには，論理の結節の意味を確めながら思考を進めることであろう。

T　「そしたら，どんなだし方になるかな？」

P・ちょっと考えて，

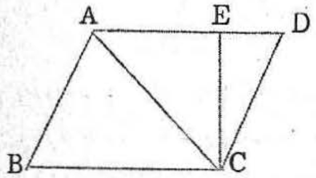
「底辺×高さ…………÷２。」

T　「底辺はどれ？」

P　「ここ，」——下図のＢＣをさす。

T　「高さは？」

P　「ここ，」——ＣＥを書いて指す。



T　「底辺と高さをかけると何がでる？」

P　「平行四辺形」

T　「三角形はちょうどその半分かな？」

P・図を見ながら首を傾げ，

「ちがうかな？」

T　「半分になる理くつかね？」

P・図を見ながらちよっと考える。やがて，そうなるにきまっているという表情，質問を意

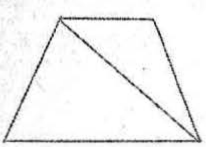
900 外だと感じているらしくＴの顔を見上げる。

T　「そう，それでいいんです。さっき，あなたは台形と比べてみようといいましたね。台形と比べて考えられないかな？」

P　「できないかな？」——首をかしげながらも興味ありそうなようす。どこに図を書こうかと迷う。

T　「別の紙をやりましょう。この三角形の面積を考えるのだから，比べやすいように。」

P・つぎの図を書き，それを見つめながら考えこむ。



T　「台形の面積の求め方は？」

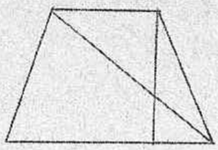
P・いいながら書く

1030 「（上底＋下底）×高さ÷２」

T　「そう，台形の高さというのはどこ？」

P　「ここ，こう垂直におろす。」——垂線を

引く。

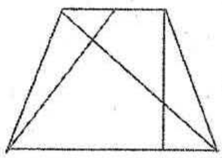


1100 T　「その台形の形をだんだん変えていったら三角形にならないかな。」

P　「この台形のこと？」………

T　「上底が半分になったら？」

P　「半分ですか，」——つぎの図を書く



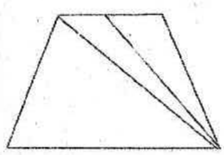
・ひとりごと

「こうすればこっちは台形になるが…」

・首を傾けながら考える。

1230 ・「これはだめだな。」——黙

T　「こう考えたら・」——つぎの線を引いてやる。



「上底がだんだん小さくなると………」

P　「三角形になる」

T　「それでは三角形の面積は？」

P　「上底がないから………それではね，下底×高さ，……2で割らねばならないかな，まてよ。」

・ここで少し考えて，

1430 「そうだ，それでいい，÷2」

調査例 2

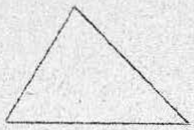
（小，1）

B男 P_{13}	知能　52	学力52，$\frac{13}{18}$
S小5年	昭36.7.23後3：15～	

T　「ここに三角形があります。この三角形の面積を求めてください。長さを測ったり線を引いたりはすきなようにして考えてください」

P・いきなり三辺の長さを測る。

1.　この子どもも，いきなり三辺の長さを測っている。このことについては，調査例1を参照されたい。



4 cm 3 mm
6 cm
5 cm 5 mm
と書く。

・書き終えて，腕を机についたまま考える。
考えあぐねたようす——黙

205 ・4.3×　と書いて，また考えこむ。

T　「三角形の面積の出し方を習ったことがある？」

P　「三角形，………」——つぶやきながら記憶にあるかどうか考えているようす。

T　「ない？」

P　「はい。」

T　「本などで見たことは？」

P　「ない。」

T　「そう，それではこれから，くふうして考

240 えてもらいましょう。どうしたらよいだろう」

P・考えこむ。

・しばらくして　（6＋6）と書き，また考えこむ。

340 T　「（6＋6）というのは何をだしたの？」

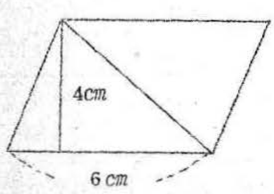
P　「えーと，」—そのまま考えている。
「平行四辺形を作って，2で割る。」

T　「やってごらん。」

P・三角定木を使って高さを書き，それを測って次の計算をする。

（6×4）÷2

24



$$\begin{array}{r} 12 \\ 2\,\overline{)\,24} \\ \underline{2} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

600 答　12 cm^2

T　「そうそう，うまくできましたね，あんたこの平行四辺形を書けばよいということに，どうして気がついたの？」

P　「台形を思い出した。」

T　「台形を？，台形の何を？」

P・黙っている。

2.　台形の面積を求めた時の方法を思い出しその方法を適用することによって三角形が平行四辺形の半分であることを考え出している。ただ，どうして突然台形を思い出したのか，そのへんの事情を明確にきき出すことができなかったのは残念である。

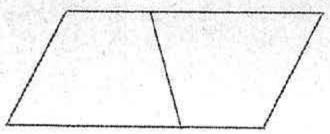
児童に十分内省ができなかったこと，表現のし方がまずいこと，さらに調査者の調査技術の未熟，などのことが考えられる。

しかし，この応答を通じて，この児童が「今までに学習した際の方法で，この場合に適用されるものがなかったか」と考えたことが，台形を思い出す契機になったのだと推定することは無理であろうか。

もしその推定が許されるとすれば，これ

T　「台形のどういうところを思い出したのかな？」

P・次の図を書きながら



「台形はねこうやって2つ並べると平行四辺形になる。それをだして2で割る。」

T　「そう，台形を習った時，三角形もこのように2つ並べると平行四辺形になるということを習ったの？」

P　「いや。」

T　「どうして今，その台形のやり方に気がついたのかなあ。」

P　「どうやったったか考えた。」

T　「何を．」

P　「台形のとき，」

も，

既有経験をどう役立てたらよいか，その時の方法が適用されないか，と考え進めた例といえよう。

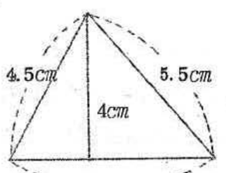
調　査　例　3　　　　（小，1）

A女P_{28}	知能　6 4	学力 8 1，$\frac{19}{22}$
K小5年	昭 3 6. 7. 1 6	

T　「この三角形の面積を求めてもらいましょう。必要なところは測ったり線を書いたりして考えてください。」

P・三辺の長さを測って図に書きこむ。

・ちょっと考えて，三角定木を使って，正しく高さを書き，ていねいにその長さを測る。



・続いて，すらすらと計算する

6×4÷2＝1 2

A　1 2cm^2

230 T　「そう，それでいいです。どんなふうに考えたか説明してください。」

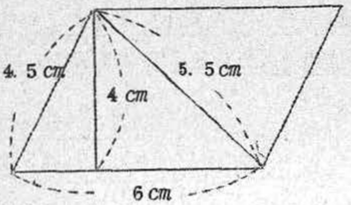
P・つぎの図を書きながら，

1.　この子どもは知能，学力とも極めて優秀であり，この問題をすらすらと解決している。

2.　直角三角形の面積を求めた経験があるが，その場合は長方形から導いているので，この問題のように一般の三角形の面積の求め方を考えたのが，全くの再生的思考とはいえないであろう。

3.　この子どもがこの問題を容易に解決できたのは，直角三角形を長方形から求めた経験があること，台形や平行四辺形の面積の求め方をよく理解していたことなどによることはいうまでもないが，それと同時に，新しい問題

「三角形だから，これと同じのを２つ合わせると，



平行四辺形で，平行四辺形の面積は底辺×高さだから，平行四辺形は三角形の２倍だから，２でわればでてきます。」

T　「そう，そのやり方，前に習ったことがありますか？」

P　「よく習ったことはないが，台形やいろいろの形のことや，直角になっている三角形をやったことがある。」

T　「その時三角形のこともやったの？」

P　「こんな三角形でなく，かど（角）の直角の三角形を，その時おかあさんにきいた。」

T　「その時，こんなふうに平行四辺形を書いて考えると教えられたの？」

P　「その時は，かどが直角だったから，長方形にして考えた。」

T　「平行四辺形にして考えたのは，今，あんたが考えだしたの？」

P　「そう，同じようなやり方でできそうだっ

5.00 たから，三角形を２つ，くっつけてみた。」

（以下省略）

に直面した場合に，既有の経験とくらべてみて，どこが異なりどこが同じであるか，その時の方法が適用されないか，その結果が利用できないかと，積極的に，比較，類推するという態度が身についていたからであろう。

調 査 例 4

（小，２）

B女　P_{12}	知能　５１	学力５８，$\frac{10}{18}$
S小　５年	昭３６.７.２３前９：３０〜	

T　「この問題をやってみてください。」

——１回読んでやる。

P・頭をかしげながら約３０秒間黙読。

・ゆっくり，自信をさそうに，

１５０×７＝１０５０

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times \quad 7 \\ \hline 1050 \end{array}$$

・しばらく考え，やがて，

1.　全く見とおしが立たない。しかしTがそばで見ており，何かやることを強要しているというような感じから，試行錯誤をやりだしたもののようである。

しかし，自分でも，この操作に論理的な意味がなく，目標につながらないことを知っており，したがって不安を感じている。

```
    7 5         3 0
2 ) 1 5 0   5 ) 1 5 0
    1 4         1 5
      1 0         0
      1 0
        0
```

・なお首をかしげながら，繰返し問題を黙読する。

・　150　　150
　　　　　　10

400 と書き，また考えこむ――黙

T 「150に7をかけたのはなぜ？」

P 黙

T 「何がでてきたの？」

P 黙

T 「150を2で割ったのは？」

P 黙

T 「ではもうひとつ，150を5で割った30これは何がでてきたんだろう？」

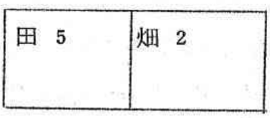
P 黙―考えているがわからない。困りはてたようす。

T 「わかりませんか？」

600 P 黙

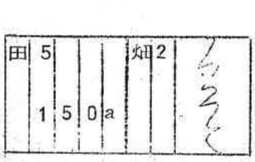
T 「それでは，田と畑のようすを図に書いてみたらどうかな，わかりやすくなるかもしれませんよ。田と畑の割合が5と2で，田が150aだということを，」

P・考え考え図を書く，先づ，



と書き

・田の上辺を5等分し，その幅で畑の方へ2つとり，残りはいらないというしぐさをする



・図を見ながらしばらく考える。

・やがて，すらすらと計算しだす。

思考の行きづまりとは，

・全然，部分的なまたは漠然とした一応の見とおしさえ立たない。

・処理操作の結果すなわち結節ごとの意味づけができず，それが目標につながらないことを知りながらも，視点を変更して新たな見とおしを立て得ない状態，

であるといえるようである。

2. この問題は一見したところ，「5と2の割合」の意味さえわかれば解けるように見える

図を書くことを示唆されて，正しく図を書いているところから考えると，この子どもは与えられた条件を了解し，5と2の割合の意味も具体的に理解しているといわねばならない。それにもかかわらず，考え進められないで困っている。

したがって，「5と2の割合」の意味を理解していることは，問題解決の前提条件ではあるが，その意味さえ理解していれば問題が解決できるとはいえない。

「5と2の割合」の意味を一応理解している26名中，独力で正解できたものは11名で，他の15名は何らかの示唆が必要であった。

3. 図を書くよう示唆されて以後は順調に考え進み，正解を得ている。

150÷5＝30　30×2＝60 150＋60＝210　A210a T 「150を5で割ったのは，なぜですか？」 P 「この一つ（図の一区切を指す）をだした」 T 「そう，それで，」 P 「畑が2だからそれを2倍した。そうすると田が150aだから，みんなで150＋60」 8.00 T 「そう，それでできましたね。」	図を書き，具体的に図について考えたことが行きづまりを打開し，順調に思考が進展した契機であり，図を書く過程で，またはその結果，問題の構造が把握されたことを示している。 この問題で ・自分から図を書いた3名中2名は独力で正解に達し，（1名は書いていながら図を見ていない） ・図を書くことを示唆された22名中12名は，明らかにこの示唆が思考の進展する決め手となっている。 4. 単位量という観点からこの図をみたことが問題の構造把握を可能にしているといえるようである。このことは，つぎの調査例5と比べてみると，一層はっきりする。

調査例5

（小，2）

B女 P_{14}	知能　46	学力48　$\frac{12}{18}$
S小5年	昭36.7.23前10：11～	

T 「この問題をやってください。読んでやりましょう。」――1回読んでやる。 「こういう問題です。」 P 「これね，田と畑を合わせて150aですか？」 T 「そうかな，田だけで150aですね，面積の割合は5と2の割合，田だけで150a」 P 「はい。」 ・問題を黙読しながら考える。	1. 与えられた条件を確かめ，「5と2の割合」というのがこの問題を解決する鍵であるということに気づいている。しかし，これだけでは問題は解けない。
「5と2の割合で，というのが，ちよっとわかりません。」 T 「5と2の割合……，こういうのをきいたことはありませんかね。5と2の割合とか，3と2の割合とか。」	2. この子どもは，「5と2の割合で，というのが，ちよっとわかりません」といっているが，調査記録の示すとおり，正しく図が書けるところからみると，5と2の割合の意味を一応理解しているといわなければならない。

P　「あ！，3があって，こっちが２，」

T　「そう，田と畑の面積の割合が５と２，そして田の面積が１５０ａ」

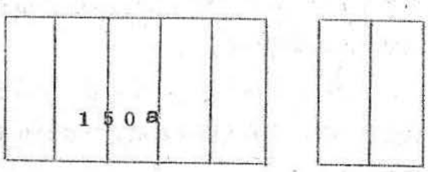
P・だまって考えこむ。思考停滞混迷──黙

T　「わからないかな，田と畑の割合が５と２そして田の面積が１５０ａ」

300 P　黙

T　「ちよっと，田と畑のようすを図に書いてみたら，」

P・ひとりごとをいいながら図を書く。



「ここが田で，………」

「ここが畑で，………」

「田は１５０ａで，………」

「ここ（畑）がわからないわけだ。」

・しきりに考えているが──黙

・やがて，

$$\left.\begin{array}{r}5\times2=10\\150+10=160\end{array}\right\}\text{と書く。}$$

・書いてはみたが不安らしく，しきりに首を

520 傾けて考えている。

T　「さて，５に２をかけて１０というのは何かな？」

P　黙

T　「今，あんたは何をだそうとしているの？」

P　「あの，……田と畑の面積みんな，」

T　「みんなを出すには何がわかればいいの？」

P　「あの，畑の面積。」

T　「そう，畑がわかればいいね，その畑をだすには？」

P　「あの，」──図をみつめたまま黙

T・図の畑を指しながら

「この畑の面積を出すには何がわかればいいの？」

しかもなお，思考は行きづまり，処置に窮している。

3.　「図に書いてみたら」といわれて，正しく図を書いているが，この子どもの場合は，これだけではまだ解けない。困りはてて，問題中の数字の５と２をかけてみたが，自分でも無意味の計算であることを承知している。

4.　目的は田と畑の面積合計を求めることにあり，そのためには畑がわかればよいというところまで考を進めている。そして正しく図を書き，図について考えている。

しかもなお，思考の行きづまりを打開できないで苦しんでいるのは何故であろうか。ここに問題がある。

P・しばらく考えて，

「面積，……縦と横，」

T 「縦と横がわかればいいんだけれども，」

P 「わからないからだせない，……」

T 「ではね，この田（図を指しながら）が150aですね，この図から何かわかってくることはないかね？」

P・黙ーしばらく考えているが処置なしのようす。

700 T 「1ついくらかわからんかね？」

P・すぐに

「あ！」

・わかったという，うれしそうな表情，前に書いた2本の式を消して，

150÷5＝30

30×2＝60

150＋60＝210　　A210a

P 「できました。」

T 「そう，それでいいですね。」

5. この思考の行きづまりは，何げない調子で与えた「1ついくらかわからんかね」という示唆で急に打開された。

この示唆が，児童をして 単位量 という観点から問題をみるという身構えにさせたからであろう。

具体的に構造が見えるように図示されていてさえも，単位量という観点から対象をみるのでなければ，その構造をとらえることができないし，この観点に立つことによって，一挙に関係把握ができたことを示していると思う。

この問題の調査人員36名中，

・独力で正解を得た9名は何れも，はっきり単位量をおさえて問題をみており，

・示唆された18名中14名は，明らかにこの示唆が思考の行きづまりを打開するのに有効であったと認められ，

・この示唆が功を奏さなかった4名は，この示唆の意味が理解されずーーこのような観点から問題をみることができず，ついに正解に達し得なかった者であった。

調査例6　　（小，2）

B男 P_{31}	知能　51	学力71・$\frac{17}{22}$
K小5年	昭36.7.16前9：00〜	

T 「この問題をやってもらうのですが，読め

ますか。声を出して読んでごらん。」

P・音読1回。

そのままくりかえし黙読しながら考える。

・問題の場面がつかめず，見とおしが立たないようす。——黙

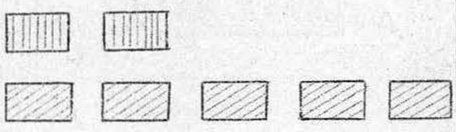
T 「わからなかったら，どうして考えたらよいでしよう。」

P・黙

T 「どんなようすの問題か，図でも書いてみ

230 たらどうかね。」

P・図を書く。



・引き続いて計算をはじめる。

150÷5＝30

30×2＝60

330 ~~A＝60~~ と書いてこれを消す

・ここまですらすらときたが，ここで停滞，

・頭をかかえて考えこむ，——まだ答がでていないので何とかしなければならないという気もちはあるようだが，

・しばらくその状態が続く，（約1分30秒）

500 ——思考停滞，混迷，

T 「そこでね，60aとだしたのは，何をだしたのですか？」

P 「畑の所，」

T 「畑の所が60aというのだね。」

P・黙

T 「そこできかれているのは，何を問われて

530 いるのですか。」

P 「ああ！ そうか！」

150＋60＝210 A210a

T 「そう，それでいいです。ところで，150を5で割ることには，どうして気がつきました？」

1. 見とおしが立たず，どこから手をつけてよいかわからないという状態であるが，正しく図がかけるところからみると，5と2の割合の意味は理解している。

図を書いて考えようとしさえすれば，この停滞，混迷は打開できたはずである。

2. ここまで考え進めていながら，ここで行きづまり，苦慮しているのはどうしてであろうか。

3. 60aの意味は理解している。しかしやはりまだ思考の行きづまりから脱却できない。

4. 目標の確認を示唆されて「ああ！そうか」と叫んでいる。さきに行きづまった際に，問題に立ち返って目標を確認しなおす態度がとれたら，この行きづまりは容易に避けられたであろうと思われる。

P 「あのね，これ（図を指して）5だからね 5でわると1がでるでしょう。これが（畑を指して）2だからね，5で割ると1がでるからね。」 T 「図を書くまでは気がつかなかった？」 P 「はい，どうしたらよいか，よくわからなかったがね，図を書いたらすぐ気がついた。」 630 T 「そう，それでいいんですよ。」	

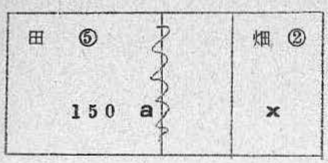
調 査 例 7

（小，2）

A女P4	知能 60	学力54，$\frac{11}{18}$
S小5年 昭36.7.23 後 ～		

T 「この問題をやってもらいましょう。」 1回読んでやる。 「考えてみてください。」	
P・問題を目で辿り，5と2の割合 を ○ でかこみ，要点を鉛筆でおさえながら，「田と……，みんなの面積は，……，田の面積はこれで，……」 ・黙――考えあぐねているようす。 ・ひとりごと	1. 条件を確かめ，基本的な要素「5と2の割合」をとらえている。
「5と2の割合というのがわかればでるん 150 だけれど，……」 T 「5と2の割合というのはね，田と畑の面積の割合が5と2，田が5で畑が2の割合」 P・黙 T 「どちらが大きいの？」 P 「5の方が大きい。」 T 「そう，田の方が大きいね，田の広さは150a，その田と畑の面積を割合でいうと5と2の割合」 230 P・黙	2. この児童も，「5と2の割合というのがわかればでるんだけれども」といっているが，図の書きぶりやその後の思考の進め方をみると，「5と2の割合」の意味は，一応理解しているといえるようである。
T 「図を書いて考えてごらん」 P 「はい。」 ・ひとりごとをいいながら図を書く。 「こちらは田で，……こちらは畑だとした	3. 図を書いて考えるよう示唆され，以後ほぼ順調に考え進むことができたことから考えると，この児童が「図を書いて考える」という方法に気づけば，独力で思考の行きづまりを

ら，」



「こうあって，これを半分にして…田の方が大きいんだからこうやって，」

——境の線を引きなおす。

「そして田の面積が１５０ａで，……畑の面積がｘで，」

「田が５で，畑が２の割合で，……」

・引き続いて図を見ながら

「そうすると，こっち（畑）がこっち（田）のだいたい何分の１かを考えて，……割っていくと，」

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ 2\,\overline{)\,5} \\ 4 \\ \hline 1.5 \end{array}$$

「５割る２だから１.５になって，……どこまで行っても割り切れない。」

T 「む！」

P・計算を訂正する

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ 2\,\overline{)\,5} \\ 4 \\ \hline 1.5 \end{array}$$

「２.５になって，……」

「こちら（畑）はそうすると，２.５倍になる。」 400

T 「２.５，田を畑で割ったら２.５になったのだね。」

P 「はい。」………

T 「どっちが２.５倍なのかな？」

P 「あ！ ２.５分の１になる。１５０を２.５で割る。」

$$\begin{array}{r} 60 \\ 2.5\,\overline{)\,1500} \\ 150 \\ \hline 0 \end{array}$$

「１５０を２.５で割って６０ａになって，……」

$$\begin{array}{r} 150 \\ 60 \\ \hline 210 \end{array}$$

「答はみんなで２１０ａ。」 6.00

T 「そう，これはそれでいいんだがね，もうひとつ，別な考え方がある。」

P 「はい。」

打開できたであろうと思われる。

4. 初めに，田が畑の何倍か，畑が田の何分の１かという観点から問題をみている。

なおこの問題で，田と畑を何倍，何分の１の観点から考えた児童は，調査人員３６名中５名であった。

5. 別法を考えるよう要求され，自分もそのつもりで考えはじめているが，でき上がった図は前と同一のものになってしまった。問題を

・図を書きなおす。

・図をみつめて考える

田 ⑤ 150 a	畑 ②

640

T 「1にあたるのは何でしよう。」

P 150÷1

T 「む！」

P 150÷5

$$\begin{array}{r} 30 \\ 5\overline{)150} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

T 「そう，1にあたるところが30aだとすると，」

P・大きな声で，Tのことばをさえぎるように「30×2になって，」

「60aで210a」

$$\begin{array}{r} 30 \\ \underline{\times\ 2} \\ 60 \end{array}$$

720 T 「そう，そういう方法でもやれますね。」

見る観点が変らない限り，問題の構造は同一であり，したがって異なった解法はでてこないことを示している。

6. 単位あたりの量を考えるよう示唆されて，初はちよっととまどっている。急に観点を切り変えることができなかったからであろう。

しかし，やがて示唆の意味を了解し，新たな観点から問題を見なおした時，この問題がさきに考えたと違った構造のものとして見なおされ，自から異なった解法が考えだされてきた。

すなわち，

観点が異なれば，同一の対象も異なった構造のものとして姿を表わす，ということがいえよう。

調査例 8

（小，3）

A女P8	知能 57	学力52，$\frac{12}{18}$
S小5年	昭36.8.12後2：00～	

T 「この問題を読んでみてください。」

P・音読1回

T 「ことばの意味のわからないのはないかね？」

P 「毎分。」

T 「毎分というのはね，1分間に，という意味です。だから，初め1分間に60mの速さで歩き，その後は1分間に150mの速さで走った。その走った時間は何分か，という問題です。」

100 P 「はい。」

・ちよっと考えて計算しだす。

1. 初めから全体の見とおしは成立していない毎分60m，25分，という条件から，とに

６０×２５＝１５００

```
  60     6
×25   ×25
      1500
```

・問題を読みなおして少し考え，

２４００−１５００＝９００

```
 2400
 1500
  900
```

・ここで問題を読みかえしながら，またしばらく考える。

・やがて，

２４００÷２５＝　　　　９６−１＝９５

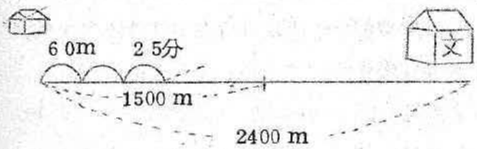
```
       96            150
25)2400           ×  95
   225               750
    150            1350
    150           14250
      0
```

・一十百千万と，１４２５０の位取りをする。

6.00 「あ！　ちがうな，これは，」

・問題を読みかえしながら，しばらく考える。

・やがて，ひとりごとをいいながら図を書く。



「それじゃ，この長さはというと，」

```
   60
 ×25
  300
 120
 1500
```

「ここまでは１５００m」

――１５００mと図に書きこむ。

・ちょっと図を見て，

```
 2400
 1500
  900
```

「９００m残っているから」

```
       6
150)900
    900
      0
```

A　６分

9.00 T　「ところでね，最初に６０×２５＝１５００としたね。この時は，何をだそう，とはっきり考えていたの？……その時，どんなつもりでかけた？」

かく歩いた距離がでる。一先づこれをだしてみようという部分的な見とおしで出発している。

この問題では調査人員３３名中，

・明らかに（２０名），または恐らく（４名）部分的な見とおしで出発したと認められる者―２４名

・漠然とした見とおしで出発し，試行錯誤に近い処理をしたもの―７名

・全然見とおしが立たず，処置なしであったもの―２名

であった。

とにかく，全体の見とおしでなくても部分的な見とおしが立てば，思考は動き出すものであり，児童の場合は，むしろそれが普通であるといえるようである。

2. 思考は目標によって方向づけられ，目標から遠ざかり，目標につながらないと判断された場合，その試行の結果はすてられ，新たな観点から考えなおされる。

必要に応じ，視点を変更して考えなおすという柔軟な身構えがなく，初の予想や処理の結果にこだわると，思考はつまづき，行きづまる。

この子どもは，

・１４２５０の大きさを具体的な場面について考えることによって誤に気づき，

・自分から，図を書いて考えるという新たな方法をとることによって，独力でこの行きづまりを打開している。

3. この調査記録によると，部分的な見とおしから出発し，予想――試行――予想の修正―試行，と進展していくようすがよくうかがわれる。

4. 見とおしの成立には，

P 「あの，………ほう，はじめ毎分，ほう，６０mに歩いて，それを２５分間歩いた時には，何m進んでいたかをだそうと思って・かけた。」

T 「つぎに２４００から１５００を引いて，９００をだしたね。この９００を計算している時，これは何がでると思っていたの？」

P 「あの，……ほう，……，まさをさんの家から学校まで，あのほれ，２４００mあったんでしよう。そこからさっき言ったのを引いた残り，あと何mあるか。」

T 「残り，あと走った所を出そうとしたんだね。それをやる時，残りの走った所が何mかをだそうとしているんだということが，はっきりわかっていた？」

P・㊫

T・「ここまできていながらもう少しの所で，２４００÷２５としたでしよう。２４００を２５で割った時には，どんなふうに考えて割ったのかなあ？」

P 「２４００mの中に２５分が何回あるかと……」一てれたような苦笑い。

T 「２５分が何回あるかとねえ，……」

P 「あの，ここまで(初の２４００－１５００＝９００の式をさす)きたが，あと，どうしてよいかわからんので，……別なことを考えてみた。やっぱりへんだったので，図を書い
1200 てみた。」

・条件を確認し，基本的な要素や基本的な関係をおさえること，したがって，

・基礎的な知識技能が体制化されていることが必要である。

たとえば，速さという要素をみた瞬間，ただちに速さ，時間，距離の関係が想い出され全体と歩いた距離とあった場合には直ちに，

という関係や図式が頭に浮かぶようになっていることである。

しかし，これさえあれば問題解決がとどこうりなく行なえるというものではない。この問題の調査人員３３名中，速さ，時間，距離の関係を理解しているものが２９名あったがその中で，１６名は，解決に至るまでに何等かの示唆が必要であった。

思考の初めまたはその途中において，それぞれの段階における見とおしの成立には

・条件分析 ――それから何がわかってくるか

・目標分析 ――それには何がわかればよいか

と積極的に自ら問うことが有効である。

・独力でこの問題を解決し得た１３名中１０名には，明らかにこのような積極的な条件分析の態度が見られ，

・何等かの示唆によって解決し得た１９名中７名は明らかに「それから何がわかってくるか」という示唆が有効であった。

つぎの調査記録例９も，その間の経緯をうかがい得る例の一つである。

5. この児童は，初めは２４００－１５００＝９００の意味を，はっきり意識していなかったようである。このことが思考を脱線させた原因であろう。

結節ごとの意味を確認し，それを足場にしてはじめてつぎの段階の見とおしが得られる

ものであることを示している。

このたびの面接調査全体を通じ，最も多く用いられた示唆は，結節ごとの意味の確認をうながすことであったが，多くの場合，誤に気づき，あるいは行きづまりを打開するのに効果がみられた。

調査例 9

(小，3)

A男P 21	知能　68	学力76，$\frac{20}{22}$
K小5年	昭36.7.26後　～	

T　「この問題を読んでごらん。」

P・音読1回，一げつげつしながら読む，毎分の読みを教える。

T　「毎分という意味，わかりますか?」

P　「わかりません。」

T　「毎分60mの速さというのは，1分間に60mずつ進む，毎分150mの速さで走ったというのは，1分間に150mずつの速さで走る，それが毎分という意味です。1分間に，という意味です。」

「では考えてください。どんなやり方でもいいです。」

035 P・しばらく問題を読んでは考えている。

・やがて書きはじめる。

```
    6 0
  × 2 5
  -----
  3 0 0
1 2 0
-------
1 5 0 0
```

1. この子どもも部分的な見とおしで出発し，一先づ歩いた距離を求めたが，そこで思考が行きづまり，つぎの見とおしが立たない。

・ここまで書いて，また問題を読みなおし，考えこむ一約1分間。

```
        2.5
6 0 ) 1 5 0
      1 2 0
      -----
        3 0
```

と書いて，首をかしげる。

```
                1.6
1 5 0 0 ) 2 4 0 0
          1 5 0 0
          -------
            9 0 0 0
            9 0 0 0
            -------
                  0
```

と書いて，また考えこむ。

2. 処置に窮して試行錯誤をやっているが，自分でも目標につながらない無意味な処置であることに気づいている。そこに，思考の混迷，停滞がみられる。

・問題を読みかえす。

窓ごしに校庭をみる。

・いかにも不安でたまらないというようす，

— 問題を見つめながら，また考えこむ，

800 ・默 ——ため息

T 「それではね，考えてみましよう。あなたは最初，６０に２５をかけて１５００というのをだしましたね。その１５００というのは何？」

P・ちよっと考えて，

「毎分６０ｍの速さで２５分歩いた所」

T 「そう，その歩いた所が１５００ｍ，そこまででたら，こんど何がわかるかな？」

900 P・急に　わかった！という明かるい表情，うなづきながら，

$$\begin{array}{r} 2400 \\ 1500 \\ \hline 900 \end{array}$$

・ちよっと考えて，　・問題を見なおして，

$$\begin{array}{r} 6 \\ 150\overline{)900} \\ 900 \\ \hline 0 \end{array}$$

A　6分

1040

（以下省略）

3.　６０×２５で得られた１５００の意味について考えるように言われ，特に「そこまでできたらこんど何がわかるか」と示唆されたことで，急に思考の行きづまりが打開され，順調な進展をみせている。

・論理の結節の意味を確かめ，それを足場にして，

・それから何がわかってくるか，と問うことが，つぎの見とおしの成立の重要な契機になることを示している。

調　査　例　10

（小，４）

B男P31	知能　５１	学力７１，$\frac{17}{22}$
K小５年	昭３６.７.２６前１１：３０〜	

T 「この問題をやってもらいましよう。一度読んでみてください。」

P・音読１回——すぐ計算しだす。

$15 \div 5 = 3$

$3 \times 2 = 6$

100 $15 + 6 = 21$　　A　21ℓ

T 「はい，そこでね，１５を５で割って３をだした，この３というのは何？」

P 「あのね，これはね，$\frac{1}{5}$を，……」

T 「$\frac{1}{5}$をだしたんだね，そこでね，問題の$\frac{2}{5}$

1.　$\frac{2}{5}$の意味，すなわち，５で割ったもの２つまたは$\frac{1}{5}$のもの２つということから，深く考えないで計算している。$\frac{2}{5}$を割合とみた場合の基準量についての思慮が払われていない。

2.　単位あたりの量，すなわち$\frac{1}{5}$にあたる量をおさえようとしたようすがうかがわれる。

というのは何の$\frac{2}{5}$なんだろう。」

P 「あー，……」

・誤だということにはすぐ気づいたらしいがとまどっている。

T 「$\frac{2}{5}$というのはね，石油かんの$\frac{2}{5}$ぐらいすきまがある。」

「１５ℓというのは？」

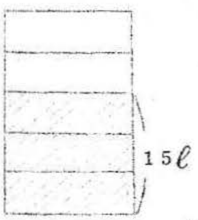
P 「$\frac{3}{5}$」

T 「そうだね，１５ℓというのは$\frac{3}{5}$で，…」

「$\frac{2}{5}$というのは石油かんの$\frac{2}{5}$ぐらいすきまがある，……」

230 「ちょっと図に書いてごらん。」

P・図を書き，前に書いた１５÷５の式と見比べながら考えている。



830 ・しばらくその状態が続く

T 「何をだせばいいの？」

P 「これ。」ー図のすきまを指す。

T 「すきまを出すには，何がわかればいいの？」

P 「これ，$\frac{1}{5}$のところ，……」

ー 図の１区切を指さす。

・図と，さきに書いた１５÷５の式を見比らべながら，しきりに考えている。ー㊤

T 「こっち（前に書いた１５÷５の式を指す）を考えないで，……」

P・ちょっと図を見て，

「あ！」

１５÷３＝５

~~１５＋５＝２０~~ と書いて，すぐ消し，

５×２＝１０

１５＋１０＝２５

A ２５ℓ

小学校児童３２名中，２０名は，$\frac{1}{5}$にあたる量または図の１区切をすっきりとらえようとしており，残り１２名中９名は，これについての示唆が有効であったと認められる。

3. 図が正しく書け，かつ図について具体的に考えながら，「すきまがわかればよく」「そのためには１区切いくらかわかればよい」という所まで考えてきているのに，なお苦慮している。これはどうしてであろうか。

おそらく，最初に１５÷５としたことにとらわれ，あるいは問題の中の$\frac{2}{5}$の意味にこだわって，思考の観点が÷５からはなれられなかったためと思われる。

このことは，「こっち（１５÷５の式）を考えないで」と，そのこだわりを断ち切られた瞬間，「あ！」と気づいていることからも推定される。

なお，図を正しく書けるなど，問題場面や$\frac{2}{5}$の意味を理解している２７名の中で，初めに１５÷５としたものが１４名あったが，そのうち，

・図を書いてみるなどの方法で，自ら視点を変更して正しく考えなおせたものは４名

・他の１０名は，かなり１５÷５にこだわっているようすがみられた。

T 「そう，それでいいですね。」
（以下省略）

調査例 11　（小，4）

A女P28	知能　64	学力81，$\frac{19}{22}$
K小5年	昭36.7.26後2：50〜	

T 「この問題をやってください。読んでごらん。」

P・すらすらと音読1回。読み終るとすぐ図をていねいに書く。

・ちよっと考えて，
15÷3×5＝25
A　25ℓ

150

T 「そう，えらい！どんなふうに考えていったか説明してください。」

P・ことばを区切りながら，はっきりした口調で，

「油が，15ℓと，あと$\frac{2}{5}$，あまっているから，全部入ると$\frac{5}{5}$になるので，この15ℓというのは，$\frac{3}{5}$になるから，それを3で割れば$\frac{1}{5}$がでて，全部で$\frac{5}{5}$だから，それを5倍する。」

220

T 「そう，それでいいんです。ところで問題をずーっと読んで，一番初に頭に浮かんだのは，どういうことですか？」

P ………

T 「あんた，読んでしまうとすぐ図を書きましたね。問題を読んでいながら，これは図を書いてみればわかると気づいたの？」

P・うなづく。

T 「さっきの，すきまが$\frac{2}{5}$だから全部は$\frac{5}{5}$だな，ということは，問題を読んでいる途中でわかった？

1. この児童は問題を一読してただちに全体を直観し，一気に解決したように見えるが，やはり，一応の部分的な見とおしにはじまり，処理の進むにつれてだんだんと全体の構造が明らかになったものであることが，質問とその応答からうかがわれる。

ただこの児童の場合は，それがきわめて短時間の間に迅速に行なわれ，立式や説明の際には，それを整理して一気に書きあげただけのことである。

2. 「$\frac{2}{5}$のすきま」ということから，ただちに「全体は$\frac{5}{5}$であり，入れた油の15ℓは$\frac{3}{5}$にあたる」ことなどを読みとっている。このこ

それとも読んでしまってから考えてみて，全体は$\frac{5}{5}$だなということがわかったの？」

P　「これは１５ℓだから，ここまで読んだ時はまだわからない。これが$\frac{2}{5}$ぐらいと書いてあったから，これが$\frac{3}{5}$だということが，すぐわかった。」

T　「この$\frac{2}{5}$という所まで読んだら，前の１５ℓというのは$\frac{3}{5}$になるんだと，そこまで読んだ時に気がついたんだね。」

P　「はい。」——うなづく。

T　「図を書けばいいというのは，どのへんで気づいた？」

P　「そのね，これは$\frac{3}{5}$だから，全部で$\frac{5}{5}$だから，１５ℓを２倍しても$\frac{6}{5}$になってしまうからね。だからちよっと迷ったの。」

T　「ちよっと迷ったから図を書いてみたの？」

330 P　「はい。」——うなづく。

（以下省略）

とが，解決の予想を立てるのに，大いに役立っている。

3.　全体は$\frac{5}{5}$で，１５ℓは$\frac{3}{5}$だから，「１５ℓを２倍したら全体がでないであろうか」と予想し，暗算による処理で「$\frac{6}{5}$になるから目的にそわない」としてこれを捨て，視点を変更して考えなおしている。

最初にとった方法は「何倍かと比べてみる」ことであり，つぎにとった方法は「図を書いて」「単位量をおさえて考える」ことであった。

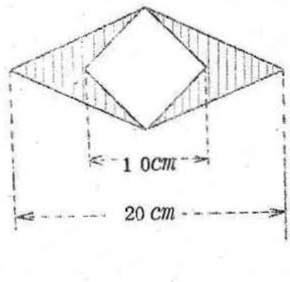
調査例　１２

（中，１）

B女P30	知能　４９	学力６０，$\frac{3}{10}$
T中２年	昭３６.８.１８後１：５７〜	

T　「この問題をやってください。」

P・図を見つめながら考えている。



1.　この生徒は「正方形の面積」を求めるのであるとわかっていても，意図的に，一辺×一辺　を考えてはみなかったといっている。しかし，初に１０×１０としたのには，１０が与えられた条件であるので，これを使わなければならないだろうという考えのほかに，「正方形の面積＝一辺の２乗」という既有の経験が，潜在意識にあったからであろう。

２０
１０×１０＝１００
１００－
・ここまで書いて考えこむ――黙

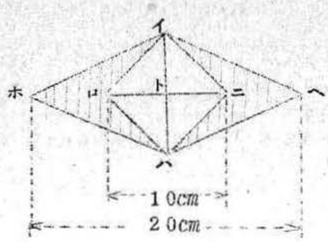
345

T　「あんたは今どんなことを考えている？」
P・黙
T　「いい考えが浮かばない？」
400 P　「はい。」
T　「正方形の面積は，普通，どうして求める？」
P　「たて×よこ。」
T　「あんた今，たて×よこ　をやろうとしているの，それとも，たて×よこ　に気がつかなかった？」
P　「はい。」
T　「気がつかなかった？　たて×よこ　ができるかどうか，ちよっと考えてごらん。」
P・しばらく黙って考えている。
T　「たて×よこ　が，できそうですか？」
P　「できない。」
T　「どうして？」
P　「これ（辺）が斜になっている。」
T　「斜になっているから，……，たてよこの長さがわからないから，………」
500 P　「はい。」
T　「そうすると別の方法を考えなければならない。」
525 P・黙
T　「では，わかっていることは何？　どんなことがわかっている？　その正方形について」
P　「ここからここまで（対角線ロニを指す）が１０cmで，ここからここまで（対角線イハ）が１０cm。」
T　「そう，その対角線が１０cmだということがわかっていますね。」
P・黙
T　「その対角線を引いてみたら，……」

2.　どう処理していいか，見とおしが立たないで困っている。
・与えられた条件を図の上で具体的に表わして考える。
・基本的な図形（三角形など）に分割して考える。
などの方法をとろうとする積極的な態度がみられない。

3.　対角線――与えられた条件の１０cmを図

P・対角線ロニ，イハを引く。



805 T 「そうして考えてみたら，………」

P・すぐに，

「あー！」

5×5＋5×5＝50

$5 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 4 = 50$

T 「どんなふうに考えた？」

P 「この三角形（△イロト）は5×5÷2だから，5×5で2つの三角形がでる。こっちの5×5でまた2つの三角形がでるからたした。」

T 「下の式は？」

P 「1つの三角形が $5 \times 5 \times \frac{1}{2}$ だから，それが4つあるから4倍した。」

T 「そう，どちらでもいいわけですね。」

P 「はい。」

の上で表わすための――を引いてみることによって，正方形が三角形に分割されること。いいかえれば，正方形が4つの直角三角形で構成されていることがわかった。

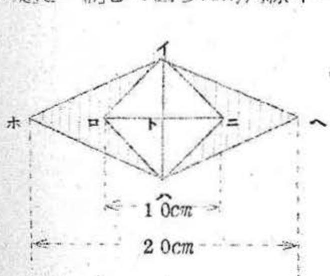
調査例 13

（中．1）

B女P12	知能 52	学力60，$\frac{11}{12}$
S中2年	昭36.8.4前10：40～	

T 「この問題をやってください。」

P・問題を一読して直ちに対角線イハを引く。



1. 最初に対角線イハを引き，ちょっと考えてから対角線ロニを引いている。

これは，この正方形を基本的な要素に分解して考えてみようという気もちからだと見られないだろうか。

この問題では調査人員32名のうち，

・いくつかの基本的な図形に分解したりそれ

・ちよっと考えて対角線ロニを引く。

・図をみて，トハを鉛筆でなぞりながら考え

3.00 ている。

T 「今，あんたは，どんな方法でその正方形の面積を出そうとしているの？」

P 「あのね．この．ここの直径（ロニ）とねこの高さ（トハ），……高さがわからない」

T 「それがわかったらどうするつもり？」

P 「この 10×高さ÷2」

T 「そうして何を出すつもり？」

P 「三角形，………」──△ロハニを指さす。

T 「その三角形の面積を出して，……」

P 「それを2倍するつもり」

330 T 「はい，考えてみてください。」

P・しばらく考える──黙

T 「つぎの図の白い所は正方形です。」

P・ちよっと，突然のTのことばの意味を考えるようなおももち，

・すぐに，

「あーあ！」──そうか，わかったという表情。

10×5÷2＝25

25×2＝50

5.40 A 50 cm^2

T 「高さ，わかった？」

P 「はい、」

T 「いくら？」

P 「5cm。」

T 「どうして5cmに気がついた？」

P 「ここ（イハ）がここ（ロニ）と同じだから。」

T 「さっき，その5cmがわからなくて困っておったようだったが，どうしてそれに気がついたのかなあ。」

P・黙

T 「さっき，わからないといった時，これが対角線の半分だということに気がつかなかっ

を総合したりして正方形の面積を求めようという考えから，対角線などを引いてみたと思われるもの 12名

・与えられた条件の10cmを，図について考えるという気もちから対角線を引いてみたと思われるもの 19名

であった。

2. 正方形の面積を求めるためには三角形の面積がわかればよい。そのためには高さがわかればよい。すなわち，目標を確認し，進んで，それには何がわかればよいか ── 解析的思考 ──と考えたようである。

3. 高さがわかればよいという所まで考えてきてここで行きづまった。この行きづまりは，調査者のひとりごととも見られる「つぎの図の白い所は正方形です。」ということばをきくことで打開された。

このことばをきくことによって，この与えられた条件をどう役立てたらよいかと考える身構えとなり，それで，対角線は何れも同じ長さであり，互に他を二等分することに気づいたといえないであろうか。

たわけだね。」
P 「はい。」

調 査 例 14

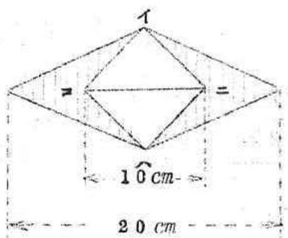
（中，1）

B男P 13	知能　49	学力5 6，$\frac{10}{12}$
S中2年	昭3 6. 8. 4後2：2 5～	

T 「この問題をやってください。」
P・図を見ながらしばらく考える。
・2 0 と書いてやめる。
・しばらくして，

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

と書いて，また考える。
・ひとりごと
「違うかな。」――頭をかしげて考える。
305 ・㊙
T 「わかっているのは何がわかっている？」
P 「この正方形，ここが1 0cm。」
――ここで対角線ロニを引く，それと同時に気づいたらしく，勢よく，「そうすると三角形にして，」



――ここで頂点イから対角線ロニに垂線をおろす。
「これが5cm，それが2つある。」

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times\ 5 \\ \hline 50 \end{array} \qquad 2\overline{)50}^{\,25} \qquad \begin{array}{r} 25 \\ +25 \\ \hline 50 \end{array}$$

410 「これでいいですか。」
T 「いくらになった？」
P 「5 0。」
T 「5 0cm^2ね。」
「ところで，これ，正方形と問題に教えて

1. 問題に，白い所は正方形であり，その正方形の面積を求めなさい。とある。正方形ということから，既有経験である辺×辺　を思い出したものと思われる。ただ，一辺を1 0cmと見誤っていた。

この問題で，一応，辺×辺　を考えてみた生徒は，調査人員3 2名中8名であった。

2. 辺×辺　を考えてみたが，辺の長さがわからないので，この方法は適用されないことを悟った。そこで行きづまって，どうにも独力では打開できなくなっている。

この行きづまりが打開できたのは，Tの「わかっているのは何か」という示唆であった。

条件分析――わかっているのは何か，それから何がわかってくるか，と考えるようになったためであろう。

あるんだが，ふつう，正方形の面積は，どうして出す？」

P 「たて×よこ。」

T 「あんたこの問題をやる時にね，やはり，たて×よこ をやろうと一応考えたか，それとも，それは全然考えなかったか。」

P 「考えたけれども，これ(辺)がわからないので，………」

T 「考えたけれども，辺の長さがわからないので困った。それでさっき，考えていたのですね。」

P 「はい。」

T 「それから，１０×１０ も一応やってみたね，これは？」

P 「この長さ(正方形の辺イロ)が１０cmだとまちがった。それでやってみたが，」

T 「ああ，そうか，一辺が１０cmと考え違いをした。それでやってみたが，違ったということに気がついたんだね。」 500

調査例 15 (中，2)

B女P12	知能 52	学力60，$\frac{11}{12}$
S中2年	昭36.8.4前10：45〜	

T 「この問題をやってもらいましょう。読んでみてください。」

P・音読1回。

・さらに黙読をくりかえしながら，与えられた条件，求めるものは何か，などを確かめているらしいようす。

・いろいろ考えているが，鉛筆が動かない。

150 ・黙

T 「今あんたは，どんなことを考えているの？」

P 「方程式を立てようと思って。」

T 「方程式を立てようとしているんだね，どんなことで迷っているの？」

1. 調査対象人員が中以上の生徒であったことにもよるであろうが，対象生徒２７名は，みんな，与えられた条件，求めるものは何かを正しくつかんでおり，全部がみかんの数または最初予定した人数をxで表わし，方程式を立てて解こうと考えていた。

P・㊀

T 「じゃ，続けて考えてみてください。」

P・しばらく考える。

・5x　　と書く。問題を目で追いながら考える。

・x＋3　　と書く。また問題を見なおす。

・つづいて，考え考え，

（x＋3）×4＋2

（x＋3）×4＋2＝5x

・方程式を解きはじめる。

4x＋12＋2＝5x

T 「そう，あとはその方程式を解けばいいわけですね。ところで，その方程式を立てるまでに，どんなふうに考えてきたの？」

P 「あの，予定した生徒の人数をxとして，1人5個だから買ったみかんを5xとして，生徒の数が予定より3人多くなったのでx＋3人，その人数に1人4個ずつやったのだから，あの，4をかけて，そして2個あまったのをたした。」

（途中省略）

T 「最初から，みかんの数を二通りの式に書いて＝で結ぶ，と，初めからわかって。」

P・Tのことばをさえぎって，

「違う。」

T 「1つずつ，先ず人数をx人にしてみるとみかんの数は5x，ふえた人数は（x＋3）人になる，と，こう考えて書いていってみると，あ！これとこれは等しい，とわかってくるのだね。」

P 「はい。」

2. この生徒は，初めから同値関係をおさえて方程式を考えたのではなく，初め予定した人数をx人としたとき，買ったみかんの数，実際に来た人数，配ったみかんの数等が，それぞれどんな式で表わされるかを考え，そのあとで，二つの式が何れもみかんの数であるから等価であることに気づいて方程式を立てている。

このように，先ず未知数の一つをxで表わしたとき，それぞれの要素がどんな式で表わされるかを考え，そのあとで同値関係をつかんだもの――いえかえれば，部分的な見とおしによる処理をつみ重ねて全体の構造把握に至ったものが，調査人員27名中11名，最初から同値関係をおさえた上で，それぞれの部分の式を考えたもの9名，残りの7名は漠然と，方程式はこんなものであろうと考えて立式し，その方程式を解く過程または方程式を解いた結果を具体的な場面において考えた場合，不合理があるかないかによってその正否を判断しようとしたと思われるものであった。そして，最初から等価関係をおさえて立式にあたったものは，何れも知能55以上，学力60以上の優秀な生徒のみであった。

調査例 16

（中，2）

A男P7	知能　59	学力66，$\frac{11}{12}$
S中2年	昭36.8.4後1：30〜	

T 「この問題をやってもらいましょう。一度

読んでください。」

P・音読1回。

・文を目で追いながら，要点を手でおさえる

・すぐに

$5\times x+3=4\times x+2$※

$5x+3=4x+2$

・ちよっと鉛筆を止め，問題を読みなおす。

$5x-4x=2-3$

・ここで首をひねってちよっと考え，今までに書いた式を全部消す。

○○○○○

$5x+3x=4$ ――しばらく考えて

$4(x+3)+2$※※

$8x=4x+12+2$

$8x=4x+14$

$8x-4x=14$

$4x=1$ ――ここでまた鉛筆を止め，問題を見なおす

310

・㊉

T 「君はここまできて止めたのは？，変に思うの？」

P 「はい。」

T 「どういうところ？」

P 「予定した人数，小数が出るから。」

T 「そう，xが小数になるからね。」

P・ちよっと考え，

$1\cancel{x}+$

$14+4x=5x$

$14=5x-4x$

$14=x$ A 14人

$14\times 5=70$ A 70個

T 「人数は14人，みかんは70個になりましたね。これでいいですが，最初，どんなふうに考えてこの式※これはまちがったんですがね，この式を作った？」

P 「1人5個ずつ与えて，人数がわからないので5x，3人多くなって3たしてしまったでxが，こっちの方は4個ずつわけて，何人

1. 一応の見とおしで方程式を立てて解いてみるその結果を具体的な場面に即して考え，矛盾を発見すると，また初めに戻って方程式を立てなおしている。

初めに誤に気づいたのは人数を表わすxの値が負数になることからであり，つぎに誤と悟ったのは，xが整数にならなかったことからである。常に具体的な場面について考えていたために気づいたものであろう。

人数を○で表わして考えていることなども，むつかしい抽象的には考えにくいものは，具体的に考えようとする心構えの表われと見られる

2. 予定した人数をx人とし，みかんの必要量を5xで表わすことは容易であるが，実際に来た$(x+3)$人に4個ずつ配ったことから，$4(x+3)$というみかんの数を表わすことには，かなりの抵抗がみられる。

これは，この生徒だけではなく，調査人員27名中16名の生徒は，この点にかなりの抵抗が見られた。

これは $x+3$ を集まった人数という一つの数量を表わすものと考えることに躊躇される面があったのではないかと推定される。

3. 予定したみかんの数5xとふえた人数3人を加えて $5x+3$ としたり，$5x+3x$としたりしたこと，あるいは予定した人数も実際集

だかわからないのでxにして，2個あまったので2をたした。」

T 「そう，ではこの式※※のときにはどう考えた？」

P 「ここでは3人多くなったので3xにした。」

（以下省略）

まった人数も同じxで表わし，それ等の誤を方程式の根が負数や小数になって出てくるまで気づかなかったことなど，xやそれぞれの式の意味を確めながら考えることを怠たったためでなかろうか。

調査人員27名中，思考の過程に表われるそれぞれの式の意味を確めながら考え進んだと思われる9名は，何れも独力で正しい解答を得ているし，その意味を確かめるよう示したために誤に気づき，あるいは行きづまりを打開し得た例が7例あった。

調査例 17 （中，2）

A男P21	知能 68	学力65，$\frac{7}{10}$
T中2年	昭36.8.18前9：15〜	

T 「この問題をやってください。」

P・問題を一読して直ちに

x

$\frac{x}{5}$ ここで問題を見かえし，考える。

・ 5x と書いてまた考える。

・問題を読みなおし，「1人に5個ずつ」「1人に4個ずつ，」「3人多く，」のところにunder line を引く。

・ 4x＋2 と書いて考える。問題をみなおす。

・4x＋2−12

5x＝（4x＋2）＋3×4※一少し考えてから（ ）でくくる。

5x−4x＝2＋12

・※印の式に戻って検討しているようす。

・ 1x＝14

・ $\begin{array}{r} 14 \\ 5 \\ \hline 70 \end{array}$ $\begin{array}{c} 70個 \\ \hline 14人 \\ \hline \end{array}$

・ $\begin{array}{r} \cancel{1}7 \\ 4 \\ \hline 6\cancel{8} \end{array}$※※ と書いてこれを消す。

1. 問題を読み，与えられた条件，求めるものは何かを確実におさえようとしている。

2. この生徒は初め未知数の一つであるみかんの数をxとして，人数＝人数という関係から方程式を考えようとしたが，むつかしいと悟って方針を変更し，人数をxとして みかんの数＝みかんの数 で方程式を立てることにした。行きづまった場合の方針の変更に，あまりこだわりが見られない。

455

T　「これ（※※）は？」

P　「これは，14人が初の人数で，それから3人ふえて17人になって，4個ずつで6870からちようど2あまって，……」

T　「験算したわけだね。」

P　「はい。」

T　「それでは，式を立てるまでに，どんなふうに考えていったか，それを説明してください。」

P　「はじめは買ったみかんの数を x として，$\frac{x}{5}$と，これ人数だがねこれ。こっちの方，3人多くなったとか4個ずつとなったの，わからんかったので，今度は人数を x として，これ5xとして，それにこっちの方は equal こっちの方は，まず初めに考えた。これも全部のみかんの数ですけれどもね，4xというのは予定した人数に4個かけて，それにあまった2個をたした。それに今度3人多くなったので，3人かける4としてたす，そしてこの方程式を解いた。」

T　「最初はみかんの数を x として，その方針を変えて今度人数を x としたんだが，この方程式（※※）を立てる時にね，こちらとこちら（両辺）に，どういうものを書くということが，もう，わかっていたわけではないんだね。」

P　「いや，こっち（右辺に書いた式）がわかったから，こっちもみかんの数，5x，もうわかっています。」

T　「そうか，これを書く時にね，こっちもみかんの数を書く，こっちも，どういう式になるかはあとで考えるとして，とにかくみかんの数を別の式で書く，そうすれば equal になる，ということが見当ついていたんだね。」

P　「はい。」

T　「とにかく，人数を x とするとみかんの数は5xになる。それから問題を読んでみると3人多くきたというのだから x＋3，また考

3.　この生徒は，初めは　人数＝人数で，後では　みかんの数＝みかんの数で，というように，同値関係をはっきりつかんだ上で個々の数量がどんな式で表わされるかを考えてきている。

このように考え進んだものは，知能，学力ともに優れた生徒に多くみられた。

えると４ｘ，こんなふうに一つずつ考えていってみたら，あとで，それではこれとこれが等しいと，」

Ｐ　「いや，違う。」

調査例 18　　（中，３）

A男Ｐ７	知能　５９	学力６６，$\frac{11}{12}$
Ｓ中２年	昭３６.８.８前９：５９～	

Ｔ　「この問題を読んでもらいましよう。」

Ｐ・音読１回

Ｔ　「意味のわからないことばがありませんかね。」

Ｐ　「残業。」

Ｔ　「普通，工場では，５時なら５時，６時なら６時までと，仕事の終る時間がきまっていますね。ところが，仕事が忙しい時には，もう１時間とか，もう２時間とか，おそくまで働く。そういうきまった時間より長く働くことを残業といいます。」

120 Ｐ・問題を見ながら与えられた条件や求めるものは何かを確かめているらしいようす。

・しばらく考えて，

５００÷３０＝１６.６

```
        16.6
  30 ) 500
        30
        200
        180
         200
```

・問題を見なおして，ちよっと考え，

１５×３０＝４５０

２０－１５＝５

５０÷５＝１０

```
   15
   30
  ---
  450
```

Ａ　１０日間

335 Ｔ　「できましたね，では君がここまでどんなように考えてきたか，まちがったところはそのまちがった時の考えも，いってみてくださ

1. 日数と全体の製品の数から，先づ１日平均いくつずつ作ればよいかがわかる。

これが問題解決の手がかりになるであろうとの予想で出発している。その結果が目標につながらないと知って，新たに出なおしたわけであるが，この場合も・全体の見とおしというより，毎日１５個ずつ作ったらいくつできるかを先づ求め，それからつぎを考えようということ，すなわち，部分的な見とおしで出発し，与えられた条件から何がわかってくるかを考え，それを足場にして次の見とおしを立てる，という考え方をしている。

この問題を，このような部分的な見とおしから考え進めたとみられたものは，調査人員２６名中，１９名であった。

2. この生徒は，前述のように部分的な処理か

い。」

P 「30日間に500個というのだから，1日に何個作ればいいかというので，
500÷30にした。」

T 「そうしたら，」

P 「まちがったんだね。」

T 「まちがったと思って考えなおしたんですね。」

P 「はい，毎日15個ずつ作った。30日間で450個作った。500個から450個引くと50個たらないので，毎日20個ずつ作ることにした。前の15個を引くと5個になって，1日5個ずつたしていくと，50個たりないので
440 5で割って10日」

T 「最初，この500÷30とした時にね，そのつぎにこうすれば答がでるという最後まで，一応，見当をつけてやったのか，それとも，30日間に500個作るんだから，1日いくらずつ作ればいいかがわかる，とにかく，これを出してみよう，そう思ったのか。」

P 「はい。」

T 「答がでる所まで見とおしをつけたのではないが，とにかく，1日いくつずつになるか，出してみなければなるまい，こう思ってやったわけだね。」

520 P 「はい。」

T 「そうしたら，うまくいかなかった。それで考えなおしたわけだね。」

P 「はい。」

T 「これは方程式を立ててもやれるんだがね，君は方程式を立ててやってみようと考えたけれどもうまくいかなかったのか，それとも方程式のことは頭に思い浮かべなかったのか。」

P 「浮かばなかった。」

T 「方程式を立ててやるとしたら，どんなになるかな。考えてください。」
545

P・問題を読みかえし，考えながら書いていく。

500－15×30＋(20－15)

705 ・ここまで書いて 黙

ら算数的な解法を得ているが，この問題を，

・算数的にのみ考えたもの　5名

・代数的にのみ考えたもの　14名

・残り7名は思考の過程で両様の考え方が見られた。

3. 「この問題は方程式を立てて解くこともできる」と示唆され，「方程式を立てよう」と考えてみているが，結果はやはり算数的な解決の式に達している。最初にとった算数的な観点が変らない限り，問題の構造には変化がなく，したがって同一の解法しか得られないのは当然であろう。

（以下省略）

調査例 19　（中，3）

B女P12	知能　52	学力60，$\frac{11}{12}$
S中2年	昭36.8.8後1：25～	

T　「この問題を読んでください。」

P・音読1回

T　「意味のわからないことばはありませんか?」

P　「ありません。」

030 T　「では，やってみてください。」

P・かなりの時間，問題を見ながら考えている。

・やがて，

$15x+20x=500$

$35x=500$

$$\frac{500}{35} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ 35\overline{)500} \\ \underline{35} \\ 150 \\ \underline{140} \end{array}$$

・ここで考えこむ。

230 ・問題を読みなおす——黙

T　「そこまでやってきて，どうも変だという感じがするんですね，……，まちがったような気がしますか。」

P　「はい。」

T　「まちがったらしいと気がついたのは，どういう所で気がついたのですか。」

P・黙

T　「計算してみたら，うまくわり切れなかったから？」

P・うなづく。

T　「では，どのように考えて，その方程式を

330 立てたか，説明してごらん。」

P　「はい，あの，毎日15ずつ作った日数をxとして，毎日20個ずつ作った日数をxとして，………」

T　「毎日15ずつ作った日数をx日として，

1.　この生徒は，普通の日に作った個数と残業した日に作った個数の合計が500になるという全体の関係をまずおさえ，それから，それぞれの数がどういう式で表わされるかを考えている。

2.　この生徒は，1日15個ずつ作った日数も残業して20個ずつ作った日数も，同一のxで表わしている。このように，未知数をすべて同一の文字で表わしたものが，方程式を立てようと考えた20名の中，10名を数える。これは調査対象となった両校に，同数ずつ見られた。

これは生徒の特に陥り易い欠陥であるのかあるいはこの点についての指導の際の配慮がたりないことによるのか，何れにしても，指導上留意すべきことであろう。

その１５にxをかけると，１５xというのは何がでてくるの？」

P 「作った，数」

T 「そう，１５個ずつ作った時の製品がいくつできたかという数ですね，それから・１日に２０個ずつ作った時の２０個と・その日数xをかけて，その２０個ずつ作った時の製品の数がでた。それを全部合計すれば５００個になる筈だ，こういうわけですね。」

P 「はい，……」

T 「そこで，どこがまちがいかというとね，………」

「あんた，この１５xのxと，２０xのxはは同じなの？　違うの？　同じ日数なのか違う日数なのか，」

P・黙

T 「そこにあんたのまちがいがある。１５個ずつ作った日数がわからないからその日数をx日とする。２０個ずつ作った日数もわからない。だからそれも何とかしなければならないが，同じxを使うと，前の日数とあとの日数が同じ日数だという意味になる。ところが問題は同じ日数とはきまっていない，……」

P・黙

T 「１５個ずつ作った日数をx日としたら，２０個ずつ作った日数はどうなるか，と考え

615 てみる。残業した日数はどうなるかと，」

P 「ああ！」――すぐに次の式を立てる。

$$15x+(30-x)\times 20=500$$

$$15x+600-20x=500$$

$$15x-20x=500-600$$

$$-15x=-100$$

$$\frac{-5x}{-5}=\frac{-100}{-5}$$

$x=20$　　　A　２０日

T 「xは残業した日かな。」

P・ちょっと問題をみて，

730 「あ！　１０日。」

3. １日１５個ずつ作った日数をx日とすると，残業した日数が（３０－x）日で表わされることの理解に困難を感ずる生徒が意外に多い。式を一つの数量とみたり，一つの数量を式で表わす，ということの見方が理解されていないようである。

T　「それでいいです。ちよっとききますが，あなたは最初の方程式をたてる時，１日１５個ずつ作った日をｘ日とすれば，製品の数はどうなる，残業した日に作った製品の数はどうなる，そこで全体の製品の数は５００になる，と，こう考えてきたのか，それとも，まず，普通の日の製品と残業した日の製品をあわせると５００個になると考え，それから，普通の日の製品の数はどういう式になる。残業した日の製品の数はどういう式になる，と考えていったのか，どちらです。」

P　「あとの方。」

T　「両方の製品の数を加えると５００になるということを考えてから，それぞれの製品の数はどうなる，と，こう考えていったのですね。」

850 P　「はい。」

調　査　例　２０

（中，３）

A女P26	知能　６３	学力７０，$\frac{7}{10}$
T中２年	昭３６.８.２１前１０：４２～	

T　「この問題をやってください。」

P・一読してすぐに，

　１５ｘ＋２０ｘ＝

・問題を読みなおし，ちよっと考える。

・１５　　ｘ

　２０

・ちよっと考えて，

$$\begin{array}{r} 1 \\ 30\,\overline{)\,500} \\ \underline{30} \\ 200 \end{array}$$

と書く。

・さきに書いた $\begin{matrix}15 & x \\ 20 & \end{matrix}$ の図式をみつめながら，しばらく考える。

・さきに書いた式に書きたす。

　$15x+20x=\overline{30}$

・ここで考えこむ──ため息。

・書いては考え，考えては書く。

1. 目標と条件を確めた上で，一応の漠然とした予想で処理にかかっている。その予想でうまくいかないと気づくと，与えられた条件から何がわかってくるかを考え，

　・１日平均何個ずつ作ればよいか，

　・２０個ずつ作ると何日かかるか，

　・１５個ずつ作れば何日かかるか，

など，部分的な見とおしで部分的な処理を行ない，その結果を足場にしてつぎの予想を立てようとしている。

　そして，それらの部分的な処理操作の結果が，何れも目標につながらないと知って頭をかかえている。すなわち，完全に思考が行きづまったということになる。

　　25
20) 500　　　　500
　　40
　　100

　　~~3~~
15) ~~500~~　　　20) 500
　　~~45~~

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

445 ・頭をかかえて考え込む。

T 「ちょっとききますがね，あんたは，さっき，この式　$15x+20x=$　と書きかけて，いろいろのことをやっていますが，この式を作るためにいろいろのことをやっているのか，この式とは関係のない別のことをやっているのか。」

P 「別のことを考えていた。」

T 「そうするとこの式はどこかまちがっている，不安だ，という気がするんですか。」

P 「まちがったと思って別のことを考えてみたが，やっぱりまた，この式のことを考えている。」

545 T 「そう。」

P・やがて，

$15x+20x=\frac{500}{30}$　と完成，解きはじめる。

$35x=\frac{500}{30}$

$x=\frac{\cancel{500}^{\,100}}{30\times\cancel{35}_{\,7}}$

・ここでまた考え込む。

・問題を読みかえし，

「あー！」

15　　　20

x　　　x

$15(30-x)+20x$　ここでもう一度問題を読みなおし，書き加える。

2. この生徒も，15個ずつ作った普通の日の日数も，残業した日数も同じxで表わしている。しかも，それぞれの式の意味を確認していないためか，同値関係を誤って考えている。

3. この生徒が普通に働いた日数を（30−x）としなければならないことに気づいた契機は，はっきりわからない。しかし，問題を読みかえしてみたことと関係があるとは言えよう。

$=500$

755 $450-15x+20x=500$

T 「そう，あとはいいです。」

「そこでさっきのまちがいね，15x+20x としたのを，今度 15（30−x）としたね，この 15x+20x でなく（30−x）としなければならないと気がついたのは，どうして気がついたのですか。」

P 「これ（15x+20xをさす）にするとどちらも同じにしなければならん。」

T 「その同じになるからまちがいだと気づいたのは，どういうひょうしに気づいたんですか。」

P・㊛

T 「あんたは，はじめ，$15x+20x=\frac{500}{30}$ でやってみて，これではだめだと気づいたようですが，どうしてこれではいけないと気づいたんですか。」

P・ちょっと考えて，

「数学の時間に，これと同じようなのをやったことを思い出して，………」

T 「数学の時間にやった時のことを思い出してね，……そうですか。」

4\. 30−x とすべきことに気づいたのは，「数学の時間に同じような問題をやったことがあるのを思い出した」からだといっている。思考が行きづまり処置に窮すると，似たような問題をやったことがなかったかと，既有経験を思い出そうとする生徒が多いようである。

調査例 21

（中，4）

B男P15	知能 47	学力52 $\frac{11}{12}$
S中2年	昭36.8.8前9：25〜	

T 「これをやってもらいましよう。読んでごらん。」

P・音読1回

T 「ことばの意味のわからんのはないね。」

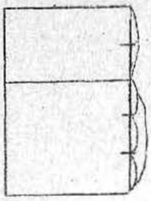
P 「はい。」

T 「ない，ではやってごらん。」

P・ちょっと問題をみている。

・図を書く。

1\. 一応の予想でやってみる，この予想は割合の三用法を学習した際の経験からきたものと思われるが，基準の量についての理解が十分



・つぶやきながら計算する。

$$15\times\frac{2}{5}=\frac{\cancel{15}^{3}\times 2}{\cancel{5}}=6$$

「6 ℓ になるのか，」

「1を出すんだから，」

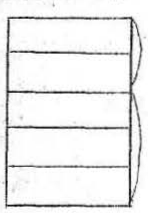
6÷2＝3

15

・鉛筆をとめる。

「まちがった」

・書きなおす。



$$\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

「これが$\frac{3}{5}$になるんだな。」

$$15\times\frac{3}{5}=\frac{\cancel{15}^{3}\times 3}{\cancel{5}}=9$$

8.30 ・ここで，何かつぶやきながら考える。

T 「ちょっとまって，君は初め，$15\times\frac{2}{5}=6$としたね，この6はどこを出したつもりだった，………この図で言ったら，」

P 「ここ，」――上の図の$\frac{2}{5}$，すきまの部分をさす。

T 「そう，すきまの所だね，それを出したつもりなんだが，それをやめてまた書きなおしたのは，まちがったと思ったの？………」

P・㊟

T 「これでいいと思ったが，僕がだまっているから，まちがったかなと思ったのか，自分でも変だなと思ったのか。」

P 「変だと思った。これ2つで6だからね，これ(油を入れた所)が3つで15にならん」

T 「あ，なるほどね，これ2つで6だからこれ3つでは9で15 ℓ にならん，だからまちがいだなと気づいたんだね。そうするとどこでなかったことから誤を生じた。

この問題を，比の三用法の公式から考えていったものは，調査人員25名中，5名にすぎなかった。しかも独力で正解し得た者は1名にすぎない。

この学年の生徒は旧指導要領で学習してきているので，割合についての指導が十分でないといえるであろうが，それにしても，比の三用法の考え方が，如何に生徒にとってわかりにくいものかがうかがわれる。

5.00

2. 独力で正解した11名のうち，図を書いて考えたものは2名，図の表象で考えたと思われるものは1名にすぎなかった。

中学2年の生徒にとって，この程度の問題は，図の助けなしに，完全に概念の操作で解決し得るものが，かなりいることを示していると思う。

図を書いた生徒の中にも，$\frac{1}{5}$ずつの区切を省略し，頭の中だけでその区切を考えていたものが，かなりあった。

3. 一応の見とおしで処理して得た結果を具体的な問題場面に即して考えてみることによって誤を発見している。

にまちがいがあるのかな。」

P 「3で割ったらどうなるかな？」

$15 \div 3 = 5$

$5 \times 2 = 10$

「10だな。」　A　10ℓ

T 「何をきかれているのかな，問題をもう一度読んでごらん。」

P・問題を見なおして，

610 $15 + 10 = 25$　A　25ℓ

T 「そう，それでできたが，そうするとさっきののは？」

P 「これね，この2つを出して6，それを2で割れば1つがでるから，こっち（油の入った所）は3だから9，みんなで5だから $3 \times 5 = 15$，」——ここまで言って首を傾ける。

T 「その考え方はよさそうですがね，2つを出してそれを2で割って1つを出して，全部では5だからそれを5倍する，その考え方にまちがいはない。それなのに答が変だというと，どこにまちがいがあるんだろう？」

730 P・㊞

（以下省略）

4. この生徒は全体の$\frac{1}{5}$，すなわち図の一区切を単位とみてその量を求め，それを5倍して全体を求めようとしている。

このように，単位（$\frac{1}{5}$，一区切）あたりの量を求め，それから全体またはすきまの量を求めようと考えたものが，調査人員25名中19名を数えた。

調査例 22

（中，4）

B女P16	知能　46	学力58，$\frac{10}{12}$
S中2年	昭36.8.8後1：15〜	

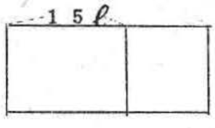
T 「この問題をやってください。」

P・音読1回，すぐ書きはじめる。

15ℓ　$\frac{2}{5}$

$\frac{3}{5} = 15$ℓ

・ここで図を書く。



・つづいて

1. この生徒にとっては図の助けなしでも考えられたと思うのであるが，途中で図を書いて確実に考えようとしている。

頭の中では$\frac{1}{5}$ずつの区切を考えているのであるが，それを図に書く必要を感じていない。

$$3 \overline{)\,1\,5\,}^{\;5}$$

・ちよっと考えて

200 A　25ℓ

T　「はい，その考え方を説明してください。途中で考えなおしたりしたところがあったら初のまちがっていた考えもきかせてください」

P・図に書きこんだり計算をしてみせたりしながら説明。

「石油かんに油を15ℓ入れたがまだ$\frac{2}{5}$ぐらいすきまがあるというので，1つをこう，……（図を5等分する），15ℓ，これが$\frac{3}{5}$に，$\frac{2}{5}$まだすきまがあるというので$\frac{3}{5}$が15ℓと考えて，……，そうすると，15ℓを，15を3で割って，ひとつ，$\frac{1}{5}$が何ℓだかだして，5となって，もうあと$\frac{2}{5}$残っているので2をかけて，10にして，初の15ℓと10ℓをたした。」

335 T　「そう，それでいいです。」

2. $\frac{1}{5}$を単位として考え，1単位あたりの量を求め，これを足場にして考えている。

3. $\frac{3}{5}$にあたる量が15ℓであることを理解しているが，比の三用法の公式の適用には思いつかない。

調 査 例 23

（中，4）

A男P23	知能　64	学力64，$\frac{3}{10}$
T中2年	昭36.8.21前9：25～	

T　「この問題をやってください。」

P・黙読1回，いきなり書き出す。

$$15\times\frac{5}{2}=\frac{15\times5}{2}=\frac{75}{2}=37\frac{1}{2}$$

・口で言いながら書く，

045 $37\frac{1}{2}$ℓ

T　「ちよっと問題を見まちがっていないかな？」

P・問題を読みなおして，

「あーと，ああ，そうか。」

$$15\times\frac{5}{3}=\frac{\cancel{15}^{\,5}\times5}{\cancel{3}_{\,1}}=25$$

25ℓ

1. 初め，与えられた条件を誤認し，指摘されて考えなおした。

2. この生徒も，頭の中で図を思い浮かべ，$\frac{1}{5}$を単位として考えている。しかし，図を書かなくても，その表象で考えることができるまでになっている。

125 「これでいいですか。」

T 「はい，どういうふうに考えてきました。」

P 「一番はじめに，このまちがった式のはまだ$\frac{2}{5}$ぐらいすきまがありますというのを，$\frac{2}{5}$ぐらい入ったと考え違いをした。」

T 「それで，」

P 「一番はじめ，$\frac{2}{5}$ぐらいまだすきまがあるということから，あと$\frac{5}{5}$，1から引けば$\frac{3}{5}$残って，つまり$\frac{3}{5}$入ったことだから，もし今まで入ったの，あの，……，$\frac{3}{5}$，何といったらいいかな，石油かんを5つに割った3つだから，15をその3で割って$\frac{1}{5}$を出して，それ

230 から5をかけた。」

T 「$15\times\frac{5}{3}$，それでいいんだがね，その$\frac{5}{3}$をかければいいと考えるのにね，いろいろの考え方があるんだが，」

P …………

T 「あんたは割合とか，割合にあたる量とかいうことを考えましたか。」

P 「いや。」

T 「頭の中で石油かんの図があって，ちょうど5つに割った3つの所まで，15ℓ，石油が入っている，そんな図を考えてみましたか」

P 「はい。」

T 「こういう考えは浮かばなかったかね，石油かん全体を$x\ell$とすると，その$\frac{3}{5}$が15ℓにあたるんだから，$x\times\frac{3}{5}=15$，だから逆に$\frac{3}{5}$で割る，$\frac{5}{3}$としてかける，こういう順をたどって考えてみることは。」

P 「全然考えなかった。」

325 T 「そう。」

3. 全体を$x\ell$とし，$x\times\frac{3}{5}=15$ からxを求めるというように考えたものは僅かに1名若干の示唆を得てこのような考え方をした者1名にすぎなかった。

生徒が算数的な解法で学習したと同じ類型の問題は，代数的方法を学習したあとでもやはり算数的に解き，方程式を立てて解いた経験のある問題と同類型の問題はやはり代数的に解くという傾向がみられる。

思考は既有経験に制約されるものとすれば当然のことではあるが，しかしその反面，代数的思考がまだ十分生徒の身についておらないことを示しているとも言えよう。

この程度の問題は，わざわざ代数的に考えるまでもなく，きわめて容易な問題だから算数的に解いたのだとも考えられるが，独力でこの問題を正解した者が25名中，11名にすぎなかったことからみると，必ずしも容易だからともいえないようである。

V　個人面接調査のまとめ

以上，およそ２７０の個人面接記録の中から２３例を選んでかかげ，これに対する考察を簡単に述べたのであるが，この度の面接調査全体を通じて，児童生徒が算数数学の問題を解決する場合の思考がどんな様態を示し，どんな過程を辿るかについて知り得たことを要約すると，つぎのように言えると思う。

1　思考は既有経験——知識，技能，態度等によつて規制される。

イ　問題を考える場合には，先づ第一に，問題場面を理解し得るだけの生活経験が必要である。例えば（中３）の問題において，「残業」の意味が理解できないために思考が前進しないというような場合がみられる。

ロ　思考は概念の操作であり，したがって操作の素材となる知識，概念が必要である。

ハ　体制化された知識を持っていることが，部分的な見とおしの成立を可能にし，思考を進める手がかりとなることは，例えば（小３）の問題で，速さと歩いた時間がわかっていることから歩いた距離がでることに気づき，（中３）の問題で全体の製品数５００と日数３０から１日平均何個作ればよいかが求められることに気づき，これを足場にして思考を進めようとすることなど，至る所にその例がみられる。

ニ　概念操作の方法，思考の方向もまた，既有経験に規制される。

・（小１）の問題で，多くの児童が，いきなり三辺の長さを測ったりそれをかけ合わせたりしたのは，それまでに図形の面積を学習した場合には，いつも辺の長さを測ったりそれをかけ合わせたりしたという経験からであろうし，

・中学校の生徒が算数的解法と代数的解法の何れを選ぶかは，嘗ってそれと同一類型の問題をどの方法で学習したかによることが多いと思われること，

などは，その例である。

このように，思考が既有経験を土台とし，それによって行なわれることは当然のことであり，今さらいうまでもないことのようであるが，ただ，既有経験という場合，とかくそれが前述イ〜ハのように，問題場面を理解するための経験・思考の素材となる概念，知識，あるいは，たかだか，その知識が体制化されているかどうか，という面のみが強調されており，既有経験が思考の方向，操作の方法を規制するという面が軽視されていなかったであろうか。

単に対象の性質，事物や現象間の法則としての知識，物そのものについての知識よりも，思考を問題にする場合には，方法的知識がより大きな役割りを果すのではないかと考えられる。**原理，法則等といわれるものも，それが単なる知識以上の，方法的原理，技術的法則にまで高まつた時，はじめて，思考の働きに大きな役割を果すものであると思う。**

2　思考活動は，予想の成立——部分的の，または一応の見とおしを立てることから初まる。

児童生徒は，問題の全体構造を直観的に洞察するというよりも，部分的なまたは漠然とした一応の見とおしで処理にかかり，その過程でだんだんと全体の構造を把握し，あるいはその部分的な見とおしによる部分的な処理の結果を足場にしてつぎの部分的な見とおしを立てるというように処理

操作を進めることが多い。

問題の全体構造を直覚的に洞察し，直観的に関係を把握したように見える場合も，し細に検討すると，問題がその児童生徒にとって極めて容易であって，短時間の間に以上のような過程を，頭の中だけで辿ったという場合，あるいは，いわゆる再生的思考の場合が多いようである。

予想── 試行──予想の修正── 試行，これが思考の姿であると思われる。

なお，児童生徒は，見とおしが立たず思考が行きづまって困惑しているにもかかわらず，何らかの行動をとることを強制されていると感ずる場合のほかは，全くの試行錯誤はやらないようである

したがって，実際指導の場では，児童生徒が試行錯誤をやることを責めたり，問題構造を洞察して一気に関係を把握できないことを嘆くべきではなく，

・ どのようにして部分的なまたは一応の見とおしを立てるかということ，
・ 行きづまった場合に，初めの見とおしや処理の結果にこだわらないで，新たな見とおしを立て，出発しなおすということ，

の指導に意を用いなければならない。

3 思考は目標に導かれて発展する。

一応の，または部分的な見とおしによる，一応の，または部分的な処理操作の結果は，目標によって意味づけられ，目標につながると考えられた場合に，つぎの見とおしを立てる足場とされる。いわゆる媒介要素である。

それが目標に遠ざかり，目標につながらないと考えられた場合は，その結果は捨てられて，予想は修正され，あるいは新たな観点から新たな見とおしが立てられる。

思考の行きづまりとは

・ 一応の，または部分的な見とおしさえ立たないこと．
・ 一応の，または部分的な処理操作の結果に，論理的な意味づけができず，目標につながらないと知りながら，視点を変更して新たな見とおしを立て得ないこと，

といえるようである。

何れにしても，目標の確認なしには思考は進められない。

4 児童生徒は初めの見とおしや処理の結果にこだわり，視点の変更が困難である。

児童生徒は初めの見とおしや処理の結果にこだわり，したがって視点を変更することは困難である

・ 調査例１で，三角形の面積の求め方は　底辺×高さ÷２　であると考えてきていながら，実際の計算では，最初に三辺をかけ合わせて得た　１４４.４８　を２で割っていること，
・ （小４）（中４）の問題で，正しい図を書き，問題の構造が目に見えるよう具体的に表わされているにもかかわらず，なお，１５÷５　あるいは　$15\times\frac{2}{5}$などとして，そこから生ずる矛盾に苦慮していること，

など，その例は多い。

軽卒だとか，うっかりしている，などと評される誤には，このような心理の表われた結果であることが多いようである。

5　問題の構造を洞察し，関係を把握することは，数学的な観点に立つて問題に対処することによってのみ可能であり，観点が異なれば同一の問題でも，違つた構造のものとして把握される。

・　教師の目から見れば，わかり切ったことであると思われるのにかかわらず，児童生徒が理解し得ないでいるのは，彼等がその問題の構造を把握し得るような数学的観点に立っていないからであり，したがってその観点からみるよう示唆されることによって，「あ！　そうか」と，容易に了解すること，

・　別の解法があることを指摘され，自分でも異なった解法を考えようとしているにもかかわらず，観点が同一であるために結局，初めと同一の解法にしか達し得ないこと，

・　同一の問題でも観点が相違したために異なった構造の問題として目に映じ，したがって書かれる図も得られた解法も異なってくること，

など，さきにかかげた調査例の中にも，このことを示す例は多いと思う。

３０分も１時間も考え通してなお解決できなかった問題が，翌朝，あるいは夜半，ふとその解法を発見して，「なんだ，そうだったのか」とか「あ！そうか」と，簡単に解決できた経験を持っている者は多いと思う。これも，３０分～１時間と長時間にわたって考えていたとは言え，それはその問題の本質を解明するに適当でない誤った観点から考え続け，しかもその観点にこだわって容易に視点の変更ができなかったのが，時間を経過し，あるいは睡眠によってそのこだわりから解放され，新たな観点から問題を見なおしたことによるものと思われる。

したがって，数学的に思考するとは数学的な観点から問題をみることであり，洞察ができるか否かは，問題の数学的な構造を露呈させうるような数学的観点から問題に対処するか否かにあるともいえるようである。

6　数学の問題を解決するには，それにふさわしい思考の方法がある。

・　条件分析――わかっていることは何か，それから何がわかってくるかと考える，
・　目標分析――求めるものは何か，そのために何がわかればよいかと考える，
・　思考の結節ごとの意味を確かめ，それを足場にして考える，
・　既有の経験をどう役立てたらよいかと考える。すなわち，似たような経験との異同を比較しその結果が利用できないか，その方法が適用されないか，わかっている問題に変形できないかと積極的に考える。
・　図を書いたりその表象を頭に思い浮かべたりして考える，
・　具体的な場面に即し，具体的な操作の表象で考える，
・　基本的な要素をとらえ，分析し，総合する，
・　数量を考える場合に，基準の量，すなわち単位量をおさえて考える。
・　数量や操作を文字や記号で表わし，関係を式で表わして考える，

など，算数数学の問題を考える場合には，数学的な手順があり，思考の方法がある。このような方法をふまえて思考を進めることによって問題の構造が解明され，逆に，これらについての示唆が思考の行きづまりを打開する契機となることは，さきにかかげた調査記録の中だけでみてもその例は多い。

此の度の面接調査は，限られた領域の限られた問題についてであり，対象となった児童生徒も小学校5年，中学年2年の2個学年に過ぎない。したがって，具体的な数学的方法として仮設にのべたもの（12P～16P）のすべてが妥当であり且遺漏がないかどうかについては，この調査だけから云々することはできない。

ただ，数学的思考の中核的な働き——見とおしの成立を可能にし，思考の行きづまりを打開する契機となり，少くとも構造把握や数学的直観を容易にするものは，この種の数学的観点から問題に対処することであり，この種の数学的方法によって思行を進めることであるとはいえるように思う。

したがって算数数学の学習指導においては，単に概念を養成し，知識や計算技術を授けるという消極的な面だけでなく，それらの算数数学の学習の過程で，このような数学的な観点，数学的な思考の方法を身につけ，そのような観点から，そのような方法で，積極的に問題に立ち向かっていくという身構えを養うよう心がけなければならないと思う。それによってのみ思考力が伸ばされるといえるのではあるまいか。