

昭和 41 年度

全国学力調査の結果に関する分析的研究 (算数・数学)

— 図形教材について —

目 次

I	研究の目的	1
II	研究の内容と方法	1
1	研究の対象にした学年と内容	1
(1)	とりあげた分野・領域	1
(2)	その分野・領域に含まれる調査問題番号と問題のねらい	1
(3)	その分野・領域を、とりあげた理由	2
2	研究の方法	2
(1)	研究の方法	2
①	応答調査	2
②	分析的問題による調査	2
③	付帯調査	3
(2)	分析的問題番号とそのねらい	3
①	小学校第5学年	3
②	中学校第1学年	3
③	中学校第3学年	4
(3)	分析的問題による調査の対象児童・生徒	5
(4)	研究日程	5
(5)	分析的問題による調査の実施計画	5
III	研究の結果とその考察	7
1	小学校第5学年	7
(1)	長方形の性質と角の計算(調査問題 13)	7
(2)	直方体についての理解(調査問題 15)	14
2	中学校第1学年	18
(1)	長方形の縮図についての理解(調査問題 12)	18
(2)	回転体の判別能力(調査問題 13)	21
(3)	平行四辺形の性質についての理解(調査問題 14)	24
(4)	平面に対する直線の垂直を判別する能力(調査問題 15)	26
3	中学校第3学年	29
(1)	平行線と二等辺三角形についての理解(調査問題 3)	29
(2)	線分の比例と相似三角形についての理解(調査問題 8)	33

- (3) 平行四辺形について，推論の筋道を見通し，
 根拠となる事柄を用いて正しく推論を進める能力（調査問題 12） ----- 3 7
- (4) 図形を動かして，その中に不変の性質があることをみいだす能力
 （調査問題 13） ----- 4 3

IV	ま と め -----	4 9
	a 調査問題の適否，妥当性 -----	4 9
	b 調査問題を解決するために必要な基礎的知識・理解・技能 -----	5 0
	c 子どもの思考過程やつまずきやすい点 -----	5 1
	d 学年間の図形の関連性や発展性 -----	5 1
	あとがき -----	5 2
	参考文献 -----	5 2

I 研究の目的

全国学力調査の結果に関する分析的研究をするにあたって、算数・数学の研究担当者が研究の目的としたことは、全体計画に基づき、学力調査が実施された各学年を通じて、領域が同じであるものや、内容的（教材内容・思考方法）に関連のある問題を重視しながら、要素的に分析した問題や平易化した問題、条件や表現をかえた問題などを解かせることによって、次の問題点を究明し、指導内容および指導方法を改善するいとぐちをみつけようとするものである。

- a. 調査問題を解決するために必要な、基礎的知識・理解・技能が身についているかどうか。
- b. 子どもの思考過程や、つまづきやすい点はどうか。
- c. 学年間における図形教材の関連性や発展性はどうか。
- d. 調査問題が、問題のねらいに合っていたかどうか。

II 研究の内容と方法

1 研究の対象にした学年と内容

(1) とりあげた分野・領域

小学校第5学年、中学校第1学年および第3学年の図形教材

(2) その分野・領域に含まれる調査問題番号と問題のねらい（調査問題は、III 研究の結果とその考察に掲げた。）

学年	大問の番号	ねらい	小問番号	小問のねらい
小 5	13	○長方形の性質と角の計算	(1) ⑰ (2) ⑱	2直角が180であることを用いて角の大きさを求める能力 正方形、長方形などの理解にもとづいて、図形を判定する能力
	15	○直方体についての理解		⑳
中 1	12	○長方形の縮図についての理解		⑰ 適当な大きさの紙を選択すること
	13	○直角三角形をもとにして構成される回転体を判別する能力	(1) ⑱の1 (2) ⑱の2	
	14	○平行四辺形の性質についての理解		⑲
	15	○平面に対する直線の垂直を判別する能力		㉑

中 3	3	○ 平行線と二等辺三角形についての理解	1	⑤	平行線の錯角あるいは同位角についての理解
			2	⑥	二等辺三角形の角についての理解
	8	○ 線分の比例と相似三角形についての理解	1	⑭	線分の比例についての理解
			2	⑮	相似三角形の辺の比についての理解
	12	○ 平行四辺形について推論の道筋を見通し根拠となる事柄を用いて推論を進める能力	1	⑳	三角形の合同条件を適用する能力
			2	㉑	三角形の合同や平行線の性質を、適用する能力
	13	○ 図形を動かして、その中に不変の性質があることを見いだす能力	1	㉒	回転角についての理解と、二つの正方形の重なる部分の面積を求める能力
			2	㉓	二つの正方形の重なる部分の面積が一定であることを見いだす能力

(3) その分野・領域をとりあげた理由

- これまでの全国学力調査の結果では、図形教材は比較的正答率が低い領域であった。したがって学習指導上の問題点も多いと思われる。
- これまでの当教育センターにおける分析的研究では、昭和38年度に中学校第3学年の三角形の相似や台形に関する問題を、昭和39年度に小学校第6学年の平面図形の対称性に関する問題をとりあげた程度で、その後は図形に関する問題はとりあげていなかった。
- 図形指導の分野には、指導のねらいの重点をどこにおくか、系統はどうあるべきか、概念形成や用語の指導、小学校および中学校低学年における論理的思考を伸ばす指導と論証の指導との関連等研究を要する問題点がさきわめて多い現状である。

2 研究の方法

(1) 研究の方法

研究の方法については、全体計画に基づいて、応答調査、分析的問題による調査とそれらの付帯調査の三段階によることにした。

① 応答調査

全国学力調査の各問題に対する子どもの応答のようすを調べるために、県内の小学校は2か校の第5学年の児童を2学級ずつ、中学校は2か校の第1学年および第3学年の生徒を2学級ずつ抽出し、これらの児童・生徒の応答を調査して、その結果を次の資料として用いた。

- 分析的問題の内容を決定するときの資料とする。
- 研究の結果を吟味するときの資料とする。

② 分析的問題による調査

分析の対象にした全国学力調査問題（以下調査問題とよぶ）について、問題を吟味するための問題、問題を解決するために必要な基礎的知識・理解・技能を見るための問題、子どもの思考過程やつまづき

を明らかにするための問題、指導の手がかりを得るための問題（これを分析的問題とよぶ）などを作成し、この分析的問題を先に抽出した小中学校の該当学年の各2学級ずつの児童・生徒に与え、それに対する応答を分析することによって、研究のねらいを達成しようとした。

なお、分析的問題の作成にあたっては、大阪書籍発行の「小学算数」6年上、中教出版発行の「算数」5下、啓林館発行の「中学新数学」1・2年および京都市教育研究所発行の研究紀要第64集、新潟県立教育研究所発行の研究紀要第45集などを参照して、それらに掲載されている図形についての問題をそのまま取り入れたり、あるいはその問題を参考にして作成するなどした。

③ 付帯調査

a 面接調査

分析的問題による調査の結果だけでは、じゅうぶんに明らかにできなかったことを、子どもの面接（一部の子どもではあるが）によって確かめようとした。

b 調査対象の児童・生徒の知能および学力の調査

分析的問題による調査の結果を吟味する資料とするために、調査対象の児童・生徒の知能偏差値や算数・数学の学力および文章読解力などを、学級担任の先生から資料として、提供してもらった。

c 教科書の内容調査

子どもが使っている算数・数学の教科書の内容が、調査問題の応答にかなり大きな影響をもっているのではないかと思われるので、教科書の内容についても調査することにした。

(2) 分析的問題番号とそのねらい（分析的問題は、Ⅲ 研究の結果とその考察に掲げた。）

① 小学校第5学年

a 調査問題 13 の分析的問題

A₀ 調査問題 13 と同じ問題

A₁ 2直角が180°であることを用いて、角の大きさが求められるかどうかをみる基本的な問題

A₂ 調査問題をわかりやすく分解した問題

A₃ 図形のコセができ、それがじゅうぶん明確なものになっているかどうかをみる問題

A₄ 長方形や正方形の辺と角についての理解をみる問題

A₅ 角の用語の意味の理解をみる問題

b 調査問題 15 の分析的問題

B₀ 調査問題と同じ問題

B₁ 直方体の基本的性質を理解し、これを適用することができるかどうかをみる問題

B₂ 展開図を見取り図になおす問題

B₃ 見取り図を展開図になおす問題

B₄ B₀ の文章表現を一部変更した問題（調査問題 15 の類似問題）

② 中学校第1学年

a 調査問題 12 の分析的問題

A₀ 調査問題 12 と同じ問題

A_1 縮尺の計算ができるかどうかをみる簡単な問題(式も書かせるようにした)

A_2 調査問題 12 の類似問題(式も書かせるようにした)

A_3 適当な大きさの紙を選択する能力をみる B_0 の類似問題

b 調査問題 13 の分析的問題

B_0 調査問題と同じ問題

B_1 B_0 を平易にした調査問題と類似の問題

c 調査問題 14 の分析的問題

C_0 調査問題 14 と同じ問題(理由も書かせるようにした)

C_1 平行四辺形の性質についての理解をみる問題

C_2 点対称の図形で、対称の中心を中心として半回転した場合の、点や線分の移動に関する問題

C_3 点対称の図形で、対応する点や線分の関係についての理解をみる問題

d 調査問題 15 の分析的問題

D_0 調査問題 15 と同じ問題

D_1 平面に対する直線の垂直を判別する能力をみる問題

D_2 直方体の面や辺の垂直の関係を理解しているかどうかをみる問題

D_3 角柱の面や辺の垂直・平行の関係を理解しているかどうかをみる問題

e 学年間の関連性や発展性をみる問題

A_4 小学校第5学年 A_0 と同じ問題

D_4 小学校第5学年 B_0 と同じ問題

③ 中学校第3学年

a 調査問題 3 の分析的問題

A_0 調査問題 3 と同じ問題

A_1 A_0 の類似問題

b 調査問題 8 の分析的問題

B_0 調査問題 8 と同じ問題(式も書かせるようにした)

B_1 線分の比例、相似三角形の辺の比についての理解をみる基本的な問題

B_2 B_0 の類似問題(式も書かせるようにした)

B_3 B_0 よりやや程度の高い問題(式も書かせるようにした)

c 調査問題 12 の分析的問題

C_0 調査問題 12 と同じ問題

C_1 三角形の合同条件を適用する能力をみる問題

C_2 問題の条件と結論を見わけることができるかどうか、また記号を使って書けるかどうかをみる問題

C_3 三角形の合同条件の理解をみる問題

C_4 証明過程に適用されている図形の基本的性質を認めることができるかどうかをみる問題

C_5 C_0 を自由記述にした問題

d 調査問題 13 の分析的問題

D₀ 調査問題 13 と同じ問題

D₁ 二つの長方形の重ならない部分の面積をみいだす能力をみる問題

D₂ 回転角についての理解をみる問題

D₃ D₀ の類似問題

D₄ 回転角を応用した証明問題

e 学年間の関連性や発展性をみる問題

A₂ 小学校第5学年 A₀ と同じ問題

C₆ 中学校第1学年 C₀ と同じ問題

(3) 分析的問題による調査の対象児童・生徒

原則的には、先に2の(1)研究の方法のところで述べた応答調査の対象となった児童・生徒と同じで、小学校第5学年172人、中学校第1学年178人、第3学年173人の児童・生徒である。

(4) 研究日程について

全体計画に基づき、下記の日程にしたがって作業を進めた。

- ① 研究計画の作成 41年5月～6月
- ② 応答調査の実施とまとめ 6月～7月
- ③ 教科としての研究計画の作成 6月～7月
- ④ 分析的問題の作成 7月～9月
- ⑤ 分析的問題による調査の実施とまとめ 9月～10月
- ⑥ 付帯調査の実施とまとめ 11月～12月
- ⑦ 研究のまとめ 11月～42年2月

(5) 分析的問題による調査の実実施計画

分析的問題による調査の実実施は上記の日程にしたがいながら次に示す計画によって実施した。

第1表 小学校第5学年

学校 校時 学級	A						B					
	a			b			a			b		
I	A ₀	A ₃	A ₅	A ₀	A ₃	A ₅	A ₀	A ₃	A ₅	A ₀	A ₃	A ₅
	B ₀			B ₄			B ₀			B ₄		
II	A ₁	A ₂	A ₄	A ₁	A ₂	A ₄	A ₁	A ₂	A ₄	A ₁	A ₂	A ₄
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₁	B ₂	B ₃	B ₁	B ₂	B ₃	B ₁	B ₂	B ₃

第2表 中学校第1学年

学校 校時 学級	A				B			
	a		b		a		b	
I	A ₀	A ₄	A ₀	A ₄	A ₀	A ₄	A ₀	A ₄
	B ₀		B ₀		B ₀		B ₀	
	C ₀	C ₁	C ₀	C ₁	C ₀	C ₁	C ₀	C ₁

	\overline{D}_1	\overline{D}_3	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_3	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_3	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_3	\overline{D}_4
Ⅱ	\overline{A}_1	\overline{A}_2	\overline{A}_3	\overline{A}_1	\overline{A}_2	\overline{A}_3	\overline{A}_1	\overline{A}_2	\overline{A}_3	\overline{A}_1	\overline{A}_2	\overline{A}_3
	\overline{B}_1			\overline{B}_1			\overline{B}_1			\overline{B}_1		
	\overline{C}_2	\overline{C}_3		\overline{C}_2	\overline{C}_3		\overline{C}_2	\overline{C}_3		\overline{C}_2	\overline{C}_3	
	\overline{D}_1	\overline{D}_2		\overline{D}_1	\overline{D}_2		\overline{D}_1	\overline{D}_2		\overline{D}_1	\overline{D}_2	

第3表 中学校第3学年

学校 校時	A				B			
	a		b		a		b	
Ⅰ	\overline{A}_0	\overline{A}_2	\overline{A}_0	\overline{A}_2	\overline{A}_0	\overline{A}_2	\overline{A}_0	\overline{A}_2
	\overline{B}_0		\overline{B}_0		\overline{B}_0		\overline{B}_0	
	\overline{C}_0	\overline{C}_1	\overline{C}_3	\overline{C}_6	\overline{C}_0	\overline{C}_1	\overline{C}_3	\overline{C}_6
	\overline{D}_0	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_4	\overline{D}_0	\overline{D}_4
Ⅱ	\overline{A}_1		\overline{A}_1		\overline{A}_1		\overline{A}_1	
	\overline{B}_1	\overline{B}_2	\overline{B}_3		\overline{B}_1	\overline{B}_2	\overline{B}_3	
	\overline{C}_2	\overline{C}_4			\overline{C}_2	\overline{C}_4		
	\overline{D}_1	\overline{D}_2	\overline{D}_3		\overline{D}_1	\overline{D}_2	\overline{D}_3	

<実施計画表の説明>

ア 表の中の \overline{A}_0 、 \overline{B}_1 、 \overline{C}_2 、 \overline{D}_3 などの記号は、分析的問題の番号を示している。

イ テスト問題の配列順は、次のようになっている。

例 小学校第5学年A校 a クラスのⅠ校時…………… \overline{A}_0 、 \overline{A}_3 、 \overline{A}_5 、 \overline{B}_0 の順

ウ 小学校第5学年のⅠ校時および中学校第3学年のⅠ校時の問題のうち、a、b 両学級にそれぞれ異なる問題が一題ずつはいつている。これは、群ごとの応答を比較して、より多くの角度から分析しようとしたためである。なお両群は自然学級そのままであるが、それぞれの知能偏差値の平均および標準偏差についての有意差検定 (t 検定) の結果は、下記のとおりである。

例 小学校第5学年……………両校とも a 学級には \overline{B}_0 、b 学級には \overline{B}_4 の問題がはいつている。

中学校第3学年……………両校とも a 学級には \overline{C}_0 、b 学級には \overline{C}_6 の問題がはいつている。

学 年	小学校第5学年		中学校第3学年	
群 (人数)	a (85人)	b (86人)	a (89人)	b (89人)
平均	5.28	5.15	4.7.2	5.1.2
標準偏差	8.85	6.80	10.1	10.5
検 定	1.073		2.576 ^{***}	

(注) 両群の有意差検定 (t 検定)

- ・小5 5%の危険率で有意差は認められない。
- ・中3 1%の危険率で差が有意であり、b 群がすぐれている。

エ 調査をⅠ校時とⅡ校時とに分けた理由は、1回の調査時間が長くないようにするためと、分析的問題の応答が、たがいに影響し合うことをさけるためである。

オ 調査の所要時間は、次のとおりである。

小学校第5学年……………Ⅰ・Ⅱ校時ともそれぞれ約40分

中学校第1学年および第3学年……………Ⅰ・Ⅱ校時ともそれぞれ約45分

Ⅲ 研究の結果とその考察

1 小学校才5 学年

(1) 長方形の性質と角の計算

① 調査問題における小問のねらい

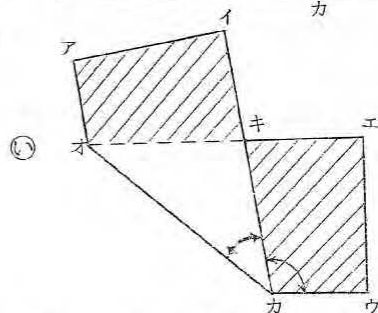
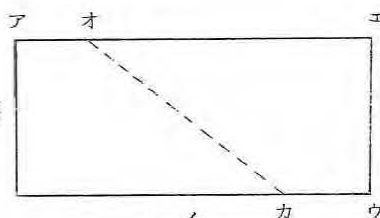
- a 2 直角が 180° であることを用いて、角の大きさを求める能力
- b 正方形、長方形などの理解にもとづいて、図形を判定する能力

② 調査問題 13

(あ) の図のような長方形の紙があります。

よう子さんは、オカを折り目にして、この紙を折りました。つぎの (1)、(2) の問いに答えなさい。

(1) よう子さんは、(い) の図のように、イカウの角 (イカウの角に印をつけたところ) が、ちょうど 100° になるように折りました。このとき、イカオの角 (イカオの角に印をつけたところ) の大きさは、何度になりますか。答えを の中に書きなさい。



13 (1) の答え

度 ⑰

(2) よう子さんは、こんどは、イカウの角 (イカウの角に印をつけたところが) が、 90° 度になるように折ってみました。それから、かさなっていないところ ((い) の図でいえば、斜線 をつけたところ) を切り取りました。

残ったところをひろげると、どんな図形ができますか。つぎの 1、2、3、4 の中から、正しいものをえらんで、その番号を答えの の中に書きなさい。

- 1 正方形
- 2 長方形 (正方形でないもの)
- 3 ひし形 (正方形でないもの)
- 4 台形 (1、2、3 のどれにもあてはまらないもの)

13 (2) の答え

⑱

③ 応答状況

a 調査問題 13 (1) について

o 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
170人	17人	128人	25人	10.0%

○ 誤答例

角	30°	45°	50°	60°	80°	90°	その他	計
人数	10	10	21	7	38	6	36	128

○ 考察

誤答例が示すように、80°と答えた者が多い。これは、2直角が180°であることは一応理解しているが、長方形の紙が、オカを折り目にして二つ折りになっていることに対する考察が不じゅうぶんなために、イカウの角が100°だから、イカオの角は(180°-100°=80°)であると、判断した結果ではないかと考えられる。また、80°を除いた誤答の子どもは、その多くが2直角が180°であることすらよく理解していないのではないかと推察される。

b 調査問題 13 (2) について

○ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤 答 例	
170人	49人	107人	14人	28.8%	2…35人 4…34人	3…36人 その他…2人

○ 考察

正答率はかなり低い。これは、平面図形概念が不明確なためではないだろうか。特に長方形の紙をオカを折り目にして、イカウの角が100°になっている場面から、90°に折った場合を想定して、余分のところを切り取り、さらに二つ折りになっているものを、開いた形に直してみるという操作を、頭の中に描かなければならないという点に、困難があったのではないかと考えられる。

④ 分析的の観点ならびに分析的問題のねらい

応答調査の結果から推察されることは、調査問題 13 (1) (2) は小学校第5学年の問題としては少々程度が高い問題であり、一方子どもの側においても、この問題を解くために必要な2直角が180°であることや、正方形・長方形などの理解にはじまる平面図形概念など、基本的事項の理解不じゅうぶんと、長方形の紙を折ったり、切り取ったり、開いたりすることを、頭の中に描いて考えることによる思考の操作や、直観だけでは間に合わない論理的な判断を要するところに、大きな抵抗があったのではないかと考えられる。そこで、これらの子どもは、調査問題を解くために必要な基本的事項を、どの程度身につけているのか、さらに、いろいろな操作を頭の中に描いて考えることが困難であるとすれば、それを助けるために、問題をわかりやすく分解して、図で示してやれば、ある程度理解も容易になるのではないかと考えられるところから、次のような分析的問題を作成した。

A₀ 調査問題 13 と同じ問題

A₁ 2直角が180°であることを用いて、角の大きさが求められるかどうかをみる基本的な問題

A₂ 調査問題を、わかりやすく分解した問題

A₃ 図形概念ができて、それがじゅうぶん明確なものになっているかどうかをみる問題

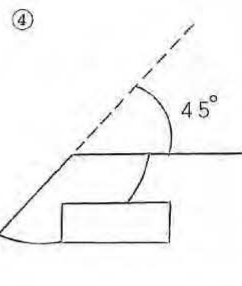
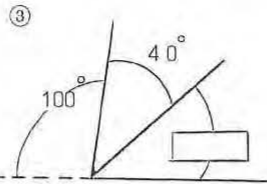
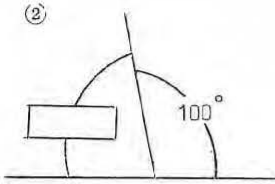
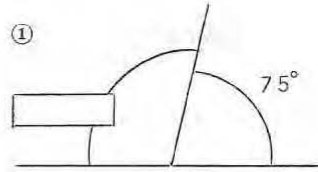
A₄ 長方形や、正方形の辺と角についての理解をみる問題

A₅ 角の用語の意味の理解をみる問題

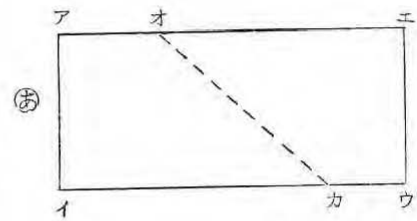
⑤ 分析的問題

A₀ 調査問題 13 と同じであるので、省略する。

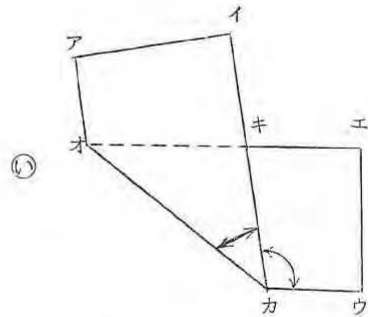
A₁ つぎの図の の中に、
角の大きさをかきいれなさい。



A₂ (あ) の図のような長方形の紙があります。
よう子さんは、オカを折り目にして、この紙を
折りました。つぎの (1), (2) の問いに答えな
さい。

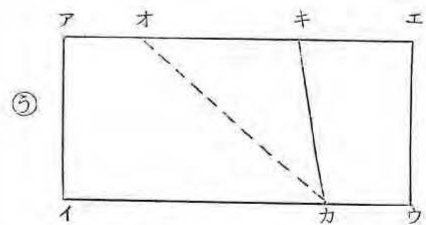


(1) よう子さんは、(い) の図のように、イカウの
角 (印をつけたところ) が、ちょうど 100
度になるように折りました。このとき、イカオ
の角 (印をつけたところ) の大きさは、何
度になるかをしらべるためにカキを結ぶ線に印
をつけて、(う) の図のように開いてみました。
イカオの角の大きさは何度になりますか。答え
を の中に書き入れなさい。

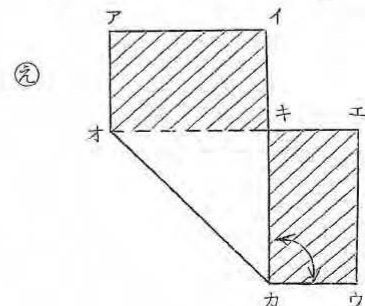


A₂ (1) の答え 度

(2) よう子さんは、こんどは、(え) の図のように
イカウの角 (印をつけたところ) が、90度
になるように折ってみました。それから、かさ
なっていないところ (え) の図でいえば、斜線
をつけたところ) を切り取りました。



のこ
残ったところ (お) の図) をひろげると、どんな
図形ができますか。つぎのア, イ, ウ, エの中
から、正しいものをえらんで、その記号を答え
の の中に書き入れなさい。



- ア 正方形
- イ 長方形 (正方形でないもの)
- ウ ひし形 (正方形でないもの)
- エ 台形 (ア, イ, ウのどれにもあてはまら
ないもの)

・ 考 察

応答調査の正答率よりはかなり高くなっているが、これは、時間的な経過や、その後の指導など、いろいろな要素が介入しているものと思われるので、ここではそれらについて深く立ち入ることを避けたいと思う。次に参考のために中学校第1・3学年の生徒にも(1)の場合と同様に同じ問題を解かせてみたのであるが、その結果は表のとおり、中学校第1学年の場合はむしろ小学校第5学年よりも正答率が低く、中学校第3学年の場合も小学校第5学年より正答率がやや高い程度で、学年に応じた発展性がなないように思われる。これは、小学校第4学年で学習した後、この種の教材を学習する機会が少なかったことや、或る想定のもとに、思考の操作をして論理的な判断をするということが、子どもにとって困難であることを示しているのではないかと考えられる。

○ 分析的問題 A_2 (1) について

・ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
172人	41人	121人	10人	23.8%

・ 誤答例

角	30°	35°	45°	50°	80°	その他	計
人数	7	17	18	5	42	32	121

・ 考 察

この問題は、応答調査の結果の考察や、④の分析の観点と分析的問題のねらいのところで述べたように、紙が重なっていることを見のがして、8°と答えた子どもの反応をみるためにくふうしたつもりであったが、結果は上記の表のとおりで、それ程効果をあげることはできなかった。これは、子どもが文章や図をよくみなかったり、依然として紙を折ったという操作が頭の中に描けなかったことなどが、原因となっているのではないかと考えられる。しかし、 A_0 (1) と A_2 (1) の正誤の比の差の検定(臨界比法)では5%の危険率で有意であることが認められたので、調査問題 13 を分解して図で示した A_2 (1) がある程度理解を容易にしたことはたしかである。

○ 分析的問題 A_2 (2) について

・ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
172人	124人	48人	0人	72.1%

・ 考 察

この問題は、予想したとおりの高い正答率であった。 A_0 (2) と A_2 (2) の正誤の比の差の検定(臨界比法)でも、1%の危険率で有意であることが認められたので、この種の問題では、(1)の場合よりもさらに分解図で示した A_2 (2) が効果的であるといえるようである。

○ 分析的問題 A_1 , A_3 , A_4 , A_5 について

・ 調査結果

問 題		正 答 率	問 題		正 答 率
A ₁	①	62.8%	A ₄	①	68.6%
	②	67.4%		②	66.3%
	③	67.4%	A ₅	あ	54.1%
	④	64.5%		い	44.8%
A ₃	①	72.1%		う	51.2%
	②	48.3%		え	40.7%

・ 考 察

分析的問題A₁は、応答調査にあらわれた誤答で、30°、45°、50°……などと答えた子どもは、2直角が180°であることの理解が不十分なために正しく答えられなかったのではないかと考えられたので、それらの能力をみるための基本的な問題である。調査結果の示す数字から判断すると、約60%の子どもは、2直角が180°であることは一応理解しているものと思われる。

分析的問題A₃、A₄は、平面図形の概念が明確になっているかどうかをみるための問題であったが、調査結果では、約70%の子どもは、正方形、長方形など簡単な平面図形の名称は一応理解しているというものの、その図形を他の図形と区別するための特徴をよくつかんでいないように思われる。

また、分析的問題A₅では、角の用語の意味がどの程度理解されているかどうかをみたのであるが、調査結果の数字が示すとおり正答率は低く、角の用語の意味がよく理解されていないようである。

b 調査問題 13 に関する面接調査

まず分析的問題A₀の調査で、80°と答えた小学校第5学年の子ども17人について、面接調査をしたのであるが、その状況は次のとおりである。その場でもう一度A₀の問題を解かせたところ、(1)について40°と正しく答えた子どもはわずかに2人で、残りの15人は相変わらず80°と答えた。(2)については、1と正しく答えた子どもは4人で、残りは、2、3、4などと答えていた。次にA₂の問題を解かせてみたところ、A₀(1)で80°と答えた子どものうち、A₂(1)で40°と正しく答えた子どもは、わずかに1人であった。やはり、80°と答えた者が最も多く、100°、90°、70°、50°などいろいろな答えが出た。50°と答えた子どもにその理由をたずねてみると、180°から100°を引いた残りの80°を、分解図から判断して30°と50°に分け、50°を採用したということで、説明文をよく読んでいないのである。A₂(2)については、分解図によって、先に正しく答えられなかった13人中11人までは正しく答えることができた。さいこに、A₂(1)でも40°と正しく答えられなかった子どもに対して、長方形の紙を指示されたとおりに折って、必要な箇所印をつけて開くという操作を実際に示してやると、漸く40°であるということが理解されたようである。参考のために中学校第1学年の生徒19人、中学校第3学年の生徒6人についても面接調査の際この問題を試してみたが、中学校第1学年の場合、A₀(1)では正解がわずかに2人で、80°と答えた者が11人もあったが、A₂(1)では、調査した8人全部が40°と正しく答えた。中学校第3学年では、A₀(1)で正しく答えられなかった者はわずかに1人で、この生徒もA₂(1)では正しく答えることができた。

c 調査問題 13 に関する考察のまとめ

応答調査、分析的問題による調査、面接調査などの結果をとおしていることは、平面図形の基本的事項である2直角が 180° であることや、平面図形の概念が明確になっていない子どもがかなり多く存在すること、2直角が 180° であることは一応理解している者でも、紙を折るとか、開くとかその操作を頭の中に描かなければならないような問題は、正答率が著しく低いということである。このような、思考の操作が必要とされる問題は、たしかに小学校第5学年の子どもには程度が高すぎたように思われるが、学年が進むにつれて追々と論理的な判断が必要とされる図形教材の指導においては、やはり早くから、動的な図形の取扱いによって、思考の操作や論理的な判断についての指導を充実する必要があると思われる。また、(2)の正答率が小学校第5学年の子どもより中学校第1学年の生徒が低いということとは、図形教材の配当が断片的になっているために理解が定着しなかった結果ではないかと思われるのである。

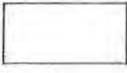
(2) 直方体についての理解

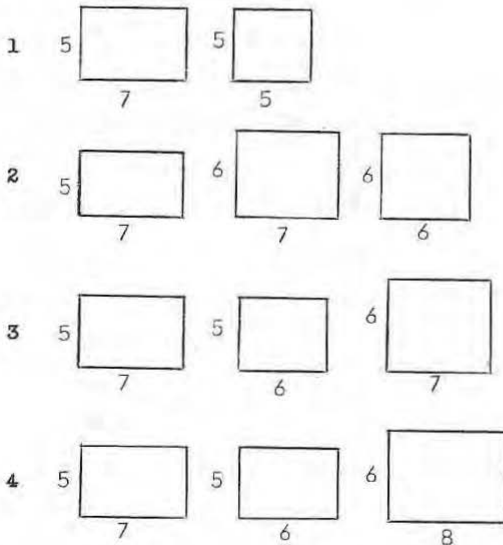
① 調査問題における小問のねらい

直方体についての理解

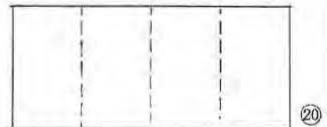
② 調査問題 15


四つの直方体があります。下にあげた1, 2, 3, 4は、それぞれの直方体について、形や大きさのちがう面がいくとおりあるかをしらべ、それらをのこらず図でしめしたものです。

たとえば、5  と書いてあるのは、5 cm と 7 cm の辺をもつ長方形をししています。



15 の答え



上にあげた1, 2, 3, 4の中には、正しくないものがいくつかあります。それらの番号を、のこらず答えの  の中に書きなさい。

③ 応答状況

○ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
170人	1人	110人	59人	0.6%

○ 誤答例

- (1, 2, 3, 4), (1, 2, 4, 2) など…………… 45人
- (5, 6, 7, 8) など5以上の数を用いたもの…………… 20人
- その他…………… 45人

○ 考察

正答がわずかに1人で他はすべて誤答か無答であり、その上誤答例に示されているように、見当ちがいの解答をしている子どもが圧倒的に多いのである。このようなところから判断すると、この問題については、子どもの、問題を解くために必要な直方体の基本的な性質の理解や、それらを適用する能力がじゅうぶんでないこともさることながら、調査問題の、文章表現や問題形式などについて難解な点があり、子どもは問題の意味がよくつかめないために正しく答えられなかったのではないかと考えられるのである。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上述の考察のとおり、調査問題 [15] については、この問題を解くために必要な直方体に関する基本的な事項がよく理解されていないのではないかと、また、調査問題の出題形式に問題点があるとすれば、調査問題と同じ内容で表現を変えた問題にすれば正答率も高くなるのではないかと考えられるので、既述のとおり次のようなねらいによって分析的問題を作成した。

[B₀] 調査問題 [15] と同じ問題

[B₁] 直方体の基本的性質を理解し、これを適用することができるかどうかをみる問題

[B₂] 展開図を見取り図になおす問題

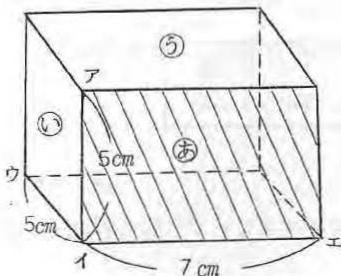
[B₃] 見取り図を展開図になおす問題

[B₄] [B₀] の文章表現を一部変更した問題 (調査問題 [15] の類似問題)

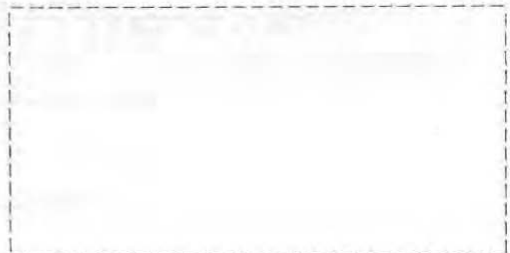
⑤ 分析的問題

[B₀] 省略

[B₁] つぎの図は、直方体の見取り図です。この図をもとにして、下の①、②、③の問いに答えなさい。



① 三つの面あ、い、うの形をかいて長さを書き入れなさい。

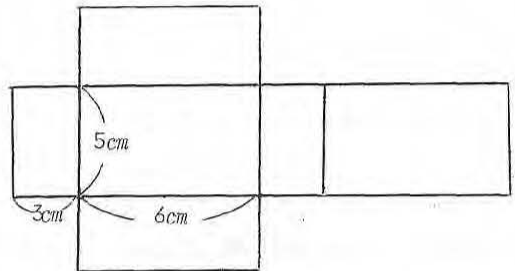


② たて(ウイ)の長さおよび、よこ(イエ)の長さをそのままにして、高さ(アイ)を6cmにしたときの、三つの面(あ), (い), (う)の形をかいて長さを書き入れなさい。

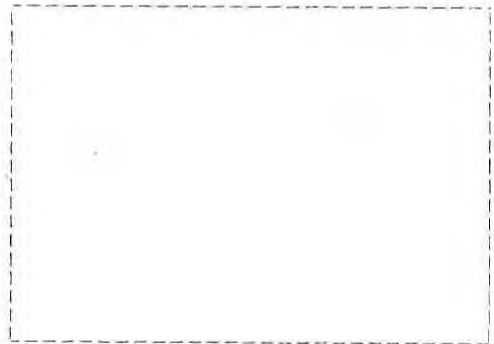
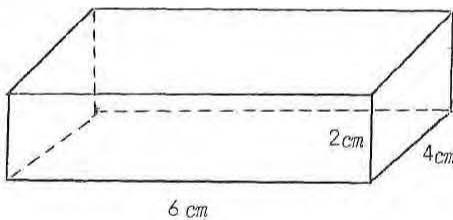
③ ①と②の図で、形や大きさのわからない面は、どれですか。

B₁ ③の答え

B₂ つぎの図は、直方体の展開図です。これを組みたてたときの、見取り図をかき、たて、よこ、高さそれぞれ長さを書き入れなさい。

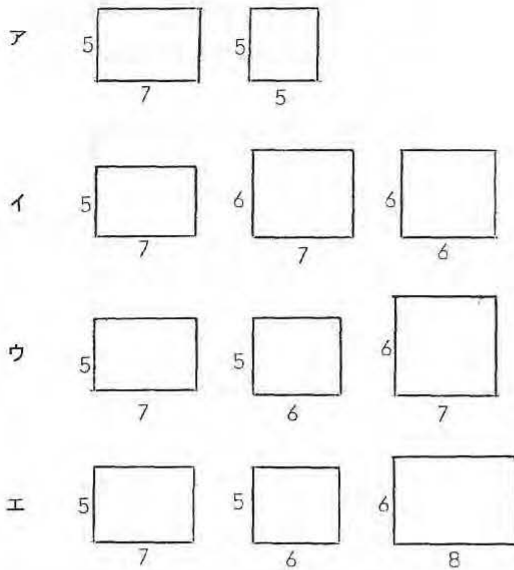


B₃ つぎの図は、直方体の見取り図です。この直方体の展開図をかき、B₂の図のように、長さを書き入れなさい。



B₄ かず子さんたちは、下の図のような長方形や正方形の厚紙を何枚かずつつかって、直方体を組み立てることができるかどうかを調べています。

ア、イ、ウ、エのそれぞれの組み合わせのうち、直方体のできるのは、どれとどれでしょうか。また直方体のできないのは、どれとどれでしょうか。答えの の中に記号を書き入れなさい。(下の図で、たとえば5 と書いてあるのは、5cmと7cmの辺をもつ長方形の厚紙をさしています。)



B_4 の答え

直方体のできるもの	
直方体のできないもの	

⑥ 結果と考察

a 調査問題 B_0 の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 B_0 について

・ 調査結果

学 年	調 査 人 数	正 答 数	誤 答 数	無 答 数	正 答 率
小 5	87人(a群)	2人	78人	7人	2.3%
中 1	178人	40人	125人	13人	22.5%

・ 考 察

既に、調査問題 B_0 の応答に対する考察のところでも述べたように、この問題は文章表現や問題形式にも難点があると考えられるので、それらを確認するために調査対象の子どもを a, b の 2 群に分け、a 群には調査問題 B_0 と同じ B_0 を、b 群には形式をかえた別の問題 B_4 を解かせてみた。 B_0 の調査結果は上記のとおりで正答はきわめて少なく、誤答も (3, 1, 2, 4), 5と5, 6と6などと、応答調査の場合と全く同じ傾向を示している。また、参考のために中学校第1学年の生徒にも同じ問題を解かせてみたが、これも上記のとおり誤答が多く正答率は低い。

o 分析的問題 B_4 について

・ 調査結果

調 査 人 数	正 答 数	誤 答 数	無 答 数	正 答 率
85人(b群)	12人	70人	3人	14.1%

・ 考 察

この問題は、調査問題 B_0 が文章表現や問題形式に難解な点があるために、正答率が低いのではない

かとの考えから、同じ内容の問題を表現を変えてb群に出題したものである。正答率はa群よりも高く、 B_0 と B_4 の正誤の比の差の検定(χ^2 検定)でも、1%の危険率で有意であることが認められたので、b群がすぐれており、このことから、出題の形式を変えることが正答率に影響があるといえる。

o 分析的問題 B_1 , B_2 , B_3 について

・ 調査結果

問	題	a 群	b 群	全 学 年
B_1	①	49.4%	42.4%	45.9%
	②	24.6	18.8	22.7
	③	23.0	16.5	19.8
B_2		40.0	20.0	30.2
B_3		55.2	43.5	49.1

(注) 両群の正答率の差の検定(χ^2 検定)では5%の危険率で有意差は認められないので直方体の基本的事項

の理解には差がないといえる。

・ 考 察

直方体の基本的事項に関するこの調査では、上記の表のとおり正答率はきわめて低い状況である。また、 B_1 , B_2 の解答状況からは、直方体の見かけの形と本質的な形との区別が不明確である者が実に多いことが認められた。平面的な思考にくらべて、立体的な思考が困難であるためにこのような結果をきたしているとするれば、指導上のくふうが大いに望まれるところである。

b 調査問題 1.5 に関する面接調査

小学校第5学年の子ども9名を主体に、中学校第1学年の生徒10名、第3学年の生徒5名にも面接して調査した結果、 B_0 については成績上位の中学校第3学年の生徒でも、題意をつかむのに困難な様子であり、成績下位の中学校第1学年の生徒では問題の意味を理解することが困難で、答えることができなかった。また小学校第5学年の子どもの場合、1, 2, 3, 4の各直方体の代表的な面が二つないし三つ書いてある図を見ただけで、これでは直方体にならないと判断した者がかなりいることがわかった。

c 調査問題 1.5 に関する考察のまとめ

以上の諸調査の結果から、直方体に関する基本的な事項の理解不じゅうぶんなことと相まって、問題が慣れない形式のために意味がつかめなかったことが正答率の低い原因になっているといえる。

2 中学校才1学年

(1) 長方形の縮図についての理解

① 調査問題における小問のねらい

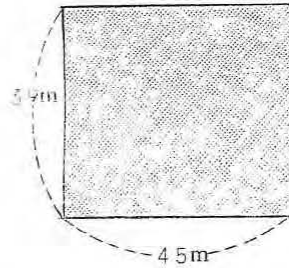
長方形の縮図についての理解、適当な大きさの紙を選択すること。

② 調査問題 12

下の図のような長方形の形をした土地があります。この土地の縮図を $\frac{1}{200}$ の縮尺でかくことにしました。できるだけ余白(図のまわりのあいているところ)を少なくしてかくためには、次のアイ、ウ、エの中では、どの紙を選んだらよいですか。このねらいに合ったものを一つだけ選んで、

解答用紙のその記号を○で囲みなさい。縮図は、土地の長方形の辺が、紙のふちの線に平行になるようにします。

- ア たて 15 cm, よこ 20 cm の長方形の紙
- イ たて 20 cm, よこ 25 cm の長方形の紙
- ウ たて 20 cm, よこ 30 cm の長方形の紙
- エ たて 25 cm, よこ 30 cm の長方形の紙



③ 応答状況

○ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
179人	112人	65人	2人	62.6%

○ 考察

小学校第5学年の図形の調査問題にくらべると、正答率が著しく高くなっているが、これは、中学校第1学年の図形の問題が全部選択法になっていることが大いに影響しているものと思われる。したがって、イを○で囲んだ112人の生徒であっても、縮尺についてよく理解していて、正しく計算した上で答えたのかどうか疑問であり、いっばう、正しく答えられなかった67人の生徒についても、縮図の意味や縮尺の計算そのものが全然わからないのか、それとも縮尺の計算はできるけれども、適当な大きさの紙を選択することに困難を感じたのかどうかなど、不明な点が多い。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上述の考察のとおり、生徒はどの程度縮図について理解し、縮尺の計算ができるのか、また縮尺の計算ができて適当な大きさの紙を選択することができるかなどを確かめるために、下記のねらいによって分析的問題を作成した。

A₀ 調査問題12と同じ問題

A₁ きわめて簡単な縮尺の計算能力をみる問題(式も書かせる)

A₂ 調査問題12の類似問題(式も書かせる)

A₃ 適当な大きさの紙を選択する能力をみる B₀ の類似問題

⑤ 分析的問題

A₀ 省略

A₁ たて 20 cm, 横 30 cm の長方形の紙があります。この紙の縮図を $\frac{1}{5}$ の縮尺でかくことにしました。たて、横それぞれいくらの長方形をつくることになりますか。

式

A₁ の答え

たて	cm
横	cm

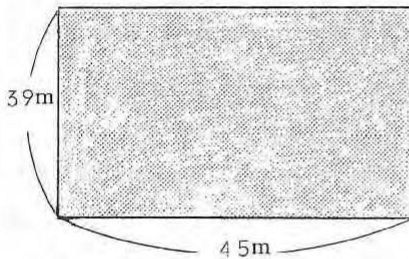
A₂ たて 6 m, 横 11 m の長方形の花だんがあります。この縮図を縮尺 $\frac{1}{200}$ でかくことになりました。たて, 横それぞれ何 cm の長方形になりますか。

式

A₂ の答え

たて	cm
横	cm

A₃ 下の図のような長方形の形をした土地があります。この縮図を 2 辺が 20 cm と 25 cm の長方形の紙に書くことにしました。できるだけ余白を少なくしてかくためには, 次の縮尺のうちでどれを用いたらよいでしょうか。このねらいに合ったものをつだけ選んで答えの の中に書きなさい。縮図は, 土地の長方形の辺が, 紙のふちに平行になるようにします。



- $\frac{1}{50}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{200}$ $\frac{1}{500}$ $\frac{1}{1000}$

A₃ の答え

⑥ 結果と考察

a. 調査問題 **12** の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 **A₀** について

・ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
178人	125人	53人	0人	70.3%

o 分析的問題 **A₁**, **A₂**, **A₃** について

・ 調査結果

問 題	正 答 率
A₁	80.1% (式 73.0%)
A₂	69.1% (式 65.7%)
A₃	68.5%

・ 誤答 (無答を含む) 者と数学の成績との関連

数学の成績	1	2	3	4	5	計
A₀	10人	14人	22人	6人	1人	53人
A₁	15人	12人	5人	1人	1人	34人

- ・ 参考 $\begin{cases} \boxed{A_1}, \boxed{A_2} \text{ 共に正答で, } \boxed{A_0} \text{ 誤答の者} \cdots \cdots 24 \text{ 人} \\ \boxed{A_1}, \boxed{A_2} \text{ 共に正答で, } \boxed{A_3} \text{ 誤答の者} \cdots \cdots 17 \text{ 人} \end{cases}$

○ 考 察

以上の調査の結果から、数学の成績が中位以下の生徒の中には、縮尺の意味のわからない者や、簡単な縮尺の計算もできない者がかなり多くいること、さらに縮尺の計算ができる生徒の中にも、適当な大きさの紙を選択するということになる、困難を感じる者がいるということがいえる。

b 調査問題 12 に関する面接調査

面接調査で判明したことは、数学の成績が下位の生徒には、始めから全然計算をしないで適当に○をつける者が多いことや、変った例としては、たて・横の長さを計算しないで、面積を計算してから答えを求めようとした生徒があったことである。

c 調査問題 12 に関する考察のまとめ

以上の諸調査の結果から、縮図に関する基礎的な知識・理解・技能の指導はもとよりたいせつなことであるが、単に縮尺の計算のみに終わることなく、全体に対する見通しとか、現象を批判・検討する筋の通った考えを持つための指導もくふうする必要があるように思われる。

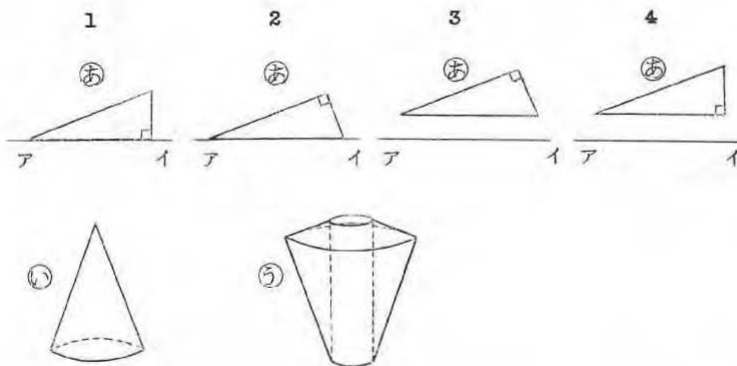
(2) 回転体の判別能力

① 調査問題における小問のねらい

直角三角形をもとにして構成される回転体を判別する能力

② 調査問題 13

下の図のように、直角三角形(あ)が、直線アイに対していろいろな位置にあります。直線アイをじく軸として、直角三角形(あ)を回転させることにしました。これについて、(1)、(2)の問いに答えなさい。



(1) 上の(1)のような立体ができるのは、1、2、3、4のうちどの場合ですか。解答用紙のその番号を○で囲みなさい。

(2) 上の(2)のような立体ができるのは、1、2、3、4のうちどの場合ですか。解答用紙のその番号を○で囲みなさい。

③ 応答状況

○ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
179人	126人	52人	1人	70.4%

○ 考察

調査問題14に次いで正答率の高い問題であるが、正しく答えられなかった53人の生徒(無答も含む)は、調査問題の図の示し方が、教科書の場合とやゝ異なっているために、回転体の理解が不十分なことと相まって、その判別に困難をきたしたのではないかと推察される。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

ふだんの指導において、生徒の最も理解しやすい形だけに終わっている場合は、調査問題のように図の示し方を変えると、まごつく生徒が出てくることが予想される。そこで、生徒は図の示し方によってその反応にどのようなちがいをみせるかを確かめるために、次のような分析的問題を作成した。

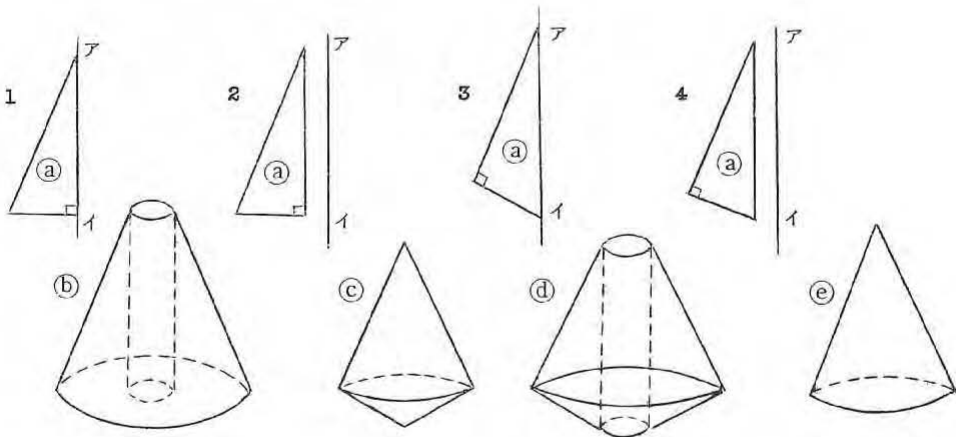
B₀ 調査問題と同じ問題

B₁ **B₀** を平易にした調査問題と類似の問題

⑤ 分析的問題

B₀ 省略

B₁ 下の図のように、直角三角形(a)が、直線アイに対していろいろな位置にあります。直線アイを軸として、直角三角形(a)を回転させることにしました。これについて、次の問いに答えなさい。



(1) 上の (b) のような立体ができるのは、1, 2, 3, 4 のうちのどの場合ですが、正しいものをえらんで、その番号を答えの の中に書きなさい。 **B₁** (1) の答え

(2) 上の (c) のような立体ができるのは、1, 2, 3, 4 のうちのどの場合ですか。正しいものをえ

らんで、その番号を答えの の中に書きなさい。

B_1 (2) の答え

(3) 上の (1) のような立体ができるのは、1, 2, 3, 4 のうちのどの場合ですか。正しいものをえ

らんで、その番号を答えの の中に書きなさい。

B_1 (3) の答え

⑥ 結果と考察

a 調査問題 1.3 の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 B_0 について

・ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
178人	138人	39人	1人	77.5%

o 分析的問題 B_1 について

・ 調査結果

問題	正答率
①	92.1%
②	96.1%
③	92.7%
④	89.3%

注 B_0 と B_1 の正誤の比の差の有意差検定(臨
界比法) $CR=3.66$

危険率1%で有意であり、 B_1 の問題が理解さ
れやすいことを示している。

・ B_1 ④の誤答(無答を含む)者19人の数学の成績との関連

数学の成績	1	2	3	4	5
人数	10	1	7	1	0

・ 考察

予想通り、図の示し方によって反応にちがいがあることがわかった。特に数学の成績が中位以下の生徒に著しいようである。図形指導上留意すべき事項と思われる。

b 調査問題 1.3 に関する面接調査

回転体のもとになる示された直角三角形から、立体をどのようにして考えるかについて調査してみたのであるが、概して成績中位以上の生徒は基本になる図形を回転軸を軸として、それぞれ与えられた場面について回転させた場合、どのような立体ができるかを一応頭の中に描いた上で答えるのに対し、成績下位の生徒は、逆にでき上がった立体の断面図からもとの形を求めようとしたところは、対称的であった。そして断面図からもとの形を考える場合、回転軸そのものがよく理解されていないために、正しく答えられない生徒が多かった。

c 調査問題 1.3 に関する考察のまとめ

本問の場合、正答率はかなり高いといえるものの、上述の諸調査の結果をとおして考えられることは、指導の徹底をはかるためには、その指導が基本的な場面に留ることなく、いろいろな場面に対する配慮が必要であり、具体物を介するなどして、念頭に立体が描けるようにするための指導上のくふうも必要であるということである。

(3) 平行四辺形の性質について

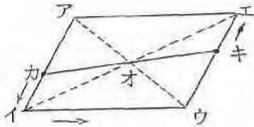
① 調査問題における小問のねらい

平行四辺形の性質についての理解。なお、この問題は、小学校段階で習得した能力について、その発展の可能性をみる意図でやや高い程度で出題されたものである。

② 調査問題 14

平行四辺形アイウエがあります。下の図のように、一つの辺アイの上に点カをとり、カから対角線の交わる点オを通る直線を引き、他の辺ウエと交わる点をキとします。

いま、カの点を、辺アイの上を矢印の方向に動かしていき、頂点イを通して、さらに辺イウの上にも、動かしていくことにします。このとき、キの点も、それにつれて、辺ウエや辺エアの上を動くこととなりますが、カオとオキの長さはどうなりますか。下にあげた1, 2, 3, 4のうちで、正しいものを選んで、解答用紙のその番号を○で囲みなさい。



- 1 カオの長さは、オキの長さより、いつも長い。
- 2 カオの長さは、オキの長さより、いつも短い。
- 3 カオの長さと、オキの長さは、いつも等しい。
- 4 カオの長さは、オキの長さよりも、長くなったり短くなったりする。

③ 応答状況

○ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
179人	157人	21人	1人	87.7%	1…4人 2…3人 4…14人

○ 考察

応答調査の結果では、調査問題中最も正答率の高いものであるが、3を○で囲んだ生徒は平行四辺形の性質をよく理解していて、その上題意のとおり忠実にカの点が動くにつれてキの点も動いていく過程を動的にとらえて答えたかどうかについては疑問の余地があるように思われる。それは、本問では図をみて直観的にカオとオキの長さが等しいことに気付くことが余想されるからである。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上記のようにこの問題は正答率が高いとはいえないものの、題意にそって動的にとらえないで、静的に、かつ直観的に考えやすいことが予想されるので、生徒が平行四辺形の性質や点対称についてどの程度理解しているのかその実態を見きわめることが必要だと考え、次のような分析的問題を作成した。

C₀ 調査問題と同じ問題（ただし、理由を書かせるようにした。）

C₁ 平行四辺形の性質についての理解をみる問題

C₂ 点対称の図形で、対称の中心を中心として半回転した場合の、点や線分の移動に関する問題

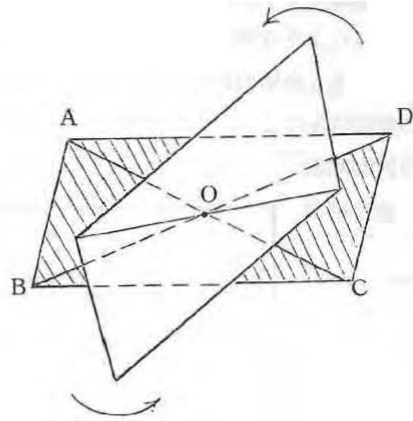
C₃ 点対称の図形で、対応する点や線分の関係についての理解をみる問題

⑤ 分析的問題

C₀ 省略

C₁ 紙で同じ平行四辺形を二まい作って、きちんと重ね、対角線の交わる点を中心にして、上の平行四辺形だけを中心のまわりに回転させたとき、また、きちんと重なるのは、どれだけ回転したときですか。

C₁ の答え

 度


C₂ 平行四辺形 ABCD の対角線の交わる点を O とする。O を中心にして、半回転させたときのことについて、次の問いに答えなさい。

(1) AO, BO は、それぞれどこへ移りますか。

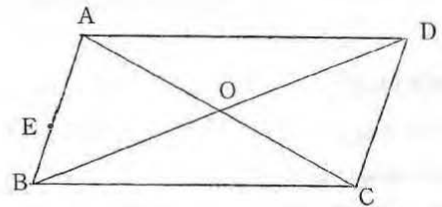
C₂ (1) の答え

(2) AB 上の点 E が移る点を F とすると、EO と FO の長さはどうなっていますか。

C₂ (2) の答え

(3) 三角形 ABC は、どこへ移りますか。

C₂ (3) の答え



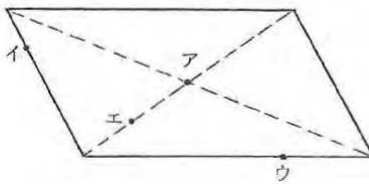
C₃ 点について対称な図形で、対応する点や直線の関係について次の問いに答えなさい。

(1) 対応する点を結ぶ直線は、対称の中心でどのように分けられますか。

C₃ (1) の答え

(2) 対称の中心は、どの点ですか。また、点イ、ウ、エに対応する点の見つけ方をいいなさい。

C₃ (2) の答え



⑥ 結果と考察

a. 調査問題 **14** の分析的問題による調査結果の考察

o. 分析的問題 **C₀** について

・ 調査結果

学年	調査人数	正答率	理由の説明状況
中 1	178人	88.8%	点対称を用いて説明した者 1.7%
中 3	173人	89.6%	三角形の合同による説明 2.9%

・ 考 察

応答調査の場合と同様に正答率は高いが、正答でも理由の説明が全然ない生徒が中学校第1学年で20人、中学校第3学年で27人もあり、理由の説明の大部分が、「点オは対角線の交点で平行四辺形の中心だから」といったような断片的なものであった。これらの点から考えて、平行四辺形の性質をよく理解していて解答したとは思われないのである。なお念のために、平行四辺形に関する基本的な問題[C₁]、[C₂]、[C₃]の解答状況によって、以下検討を加えてみたいと思う。

- 分析的問題[C₁]、[C₂]、[C₃]について

・ 調査結果

問 題		正 答 率
[C ₁]		59.6%
[C ₂]	①	65.7%
	②	47.2%
	③	61.2%
[C ₃]	①	19.7%
	②	74.2%
		14.6%

注

調査人数 178人

・ 考 察

分析的問題[C₃]の、対応する点を結ぶ直線は対称の中心でどのように分けられるかとか、対応点を見つけるにはどうしたらよいかなどの問題が特にわるいところから判断して、平行四辺形や点対称に関する基本的事項はじゅうぶん身につけているとはいえないようである。

b 調査問題 [14] に関する考察のまとめ

上記の諸調査で考察してきたとおり、この問題の場合、正答率はたしかに高く喜ぶべき現象であるといわなければならないが、調査問題がそのねらいに反して、静的にかつ直観的に考えても結果的には正答になっているところに問題点があり、さらにその理由や背景となる基本的事項がじゅうぶんでないところから判断して、平行四辺形の性質についての理解は浅く、ねらいである平行四辺形の性質をよく理解しているということにはならないと考えられるのである。

(4) 平面に対する直線の垂直を判別する能力

① 調査問題における小問のねらい

平面に対する直線の垂直を判別する能力

② 調査問題 [15]

下の見取り図で示したような五角柱の模型を作りました。そこで、辺アカが底面アイウエオに垂直であるかどうかを調べることにしました。次の1, 2, 3, 4のうちで、どの方法がいちばん正しい調べ方といえますか。1, 2, 3, 4の中から一つだけ選んで、解答用紙のその番号を○で囲みなさい。



- 1 辺アカと辺アイが垂直かどうかを調べる。
- 2 辺アカが、辺アイと辺アオの二つに垂直かどうかを調べる。
- 3 2で調べたことのほかに、オアイの角(\curvearrowright 印をかいたところ)も垂直かどうかを調べる。
- 4 辺アカが、辺アイ、辺アオ、直線アウおよび直線アエに、みな垂直かどうかを調べる。

③ 応答状況

o 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
179人	70人	107人	2人	39.1%	1…35人 3…38人 4…34人

o 考察

中学校第1学年の図形問題の中で最も正答率が低いということは、問題にもよるが、立体図形が平面図形と比較して、概念をつかむことが困難であることを示しているといえるようである。この問題の場合、選択法であるために、問題の意味をよく読みとらないで適当に○をつけた生徒があることも予想されるが、4に○をつけた生徒は、まぐれあたりでないとすれば正答ではないけれども一応平面に対する直線の垂直関係は理解しているものと解釈される。いずれにしても、この学年の生徒は立体図形的基本的なものについてどの程度たしかな概念を身につけているのか確かめてみる必要があると思われる。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上述の考察のとおり、この学年の生徒は立体図形的基本的なものについて、どの程度理解しているのか、また4に○をつけた生徒は平面と直線の垂直関係を理解した上で○をつけたのかどうかなどをたしかめるために、次のような分析的問題を作成した。

$\boxed{D_0}$ 調査問題15と同じ問題

$\boxed{D_1}$ 平面に対する直線の垂直を判別する能力をみる問題

$\boxed{D_2}$ 直方体の面や辺の垂直の関係を理解しているかどうかをみる問題

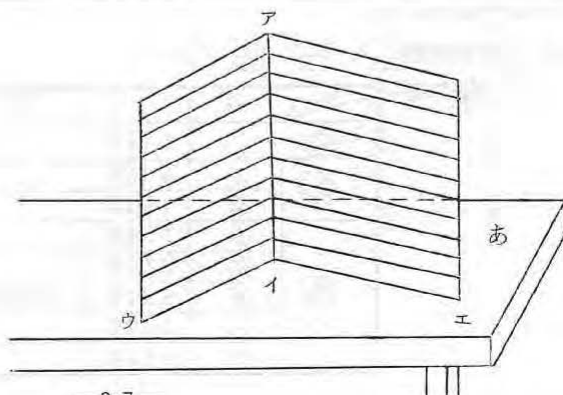
$\boxed{D_3}$ 角柱の面や辺の垂直、平行の関係を理解しているかどうかをみる問題

⑤ 分析的問題

$\boxed{D_0}$ 省略

$\boxed{D_1}$ 右の図で、折目の線(アイ)がつくえの面(あ)に垂直に立ったとき、(アイ)と(イウ)や、(アイ)と(イエ)は、どんな関係になっているといえますか。

$\boxed{D_1}$ の答え



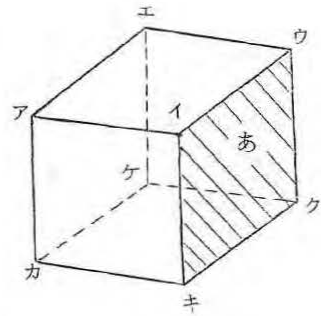
D₂ 右の直方体の図を見て、下の (1) (2) の問いに答えなさい。

(1) (あ)の面に垂直な面を一つ書きなさい。

D₂ (1) の答え

(2) それは、(あ)の面に垂直な、どんな直線をふくんでいますか。

D₂ (2) の答え



D₃ 角柱の面や辺の垂直・平行の関係について、次の問いに答えなさい。

① 二つの底面は、たがいにどうなっていますか。

{ }

② 底面と側面とは、たがいにどうなっていますか。

{ }

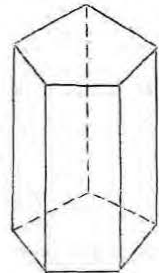
③ 一つの底面の辺は、反対側の底面に対してどうなっていますか。

{ }

④ 側面と側面の、さかいの辺は、たがいにどうなっていますか。

また、底面に対して、どうなっていますか。

{ }



⑥ 結果と考察

a 調査問題 **15** の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 **D₂** について

・ 調査結果

調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
178人	73人	105人	0人	41.0%	4...26人

・ 考察

応答調査の場合とほとんど同じ傾向を示している。すなわち、問題が選択法であるためか無答はないが誤答数が多い。これは、上述のとおり生徒にとって立体図形概念をとらえることのむずかしさを示しているものと思われる。

o 分析的問題 **D₁** , **D₂** , **D₃** について

・ 調査結果

問題	正答率	
D₁	61.2%	
D₂	① 68.5%	全問正解の者 28.9%
	② 18.0%	
D₃	① 75.8%	
	② 82.0%	
	③ 59.0%	
	④ 48.9%	
	⑤ 58.4%	

⑧

調査人数

178人

・ 考 察

D_2 の ② を除いてはどの問題の正答率も約 50%以上なので、分析的問題 $D_1 \sim B_3$ に関する限り約半数の生徒は立体図形の基本的事項を理解しているものと推察されるが、単なる知識・理解にとどまって、実際場面に応用できない生徒がいるために、 D_0 の正答率が 40%台に終わっているのではないかと考えられる。また D_0 の問題で \blacktriangle に \bigcirc をつけた生徒は、いちばん正しい調べ方でないとしても、平面对する直線の垂直関係は理解しているものと解されるので、それらの生徒 2 人について $D_1 \sim D_3$ の応答状況を調べた結果、8 問中 4 問以上正答の者はわずかに 12 人過ぎず \blacktriangle に \bigcirc をつけたからといって必ずしも平面对する直線の垂直関係を理解していたとは解されないようである。面接調査の際にもこの点を確かめようとしたが、くわしく調べることはできなかった。これらのことから選択法による問題は、まぐれあたりもあり、まぐれあたりでないものもあるということができそうである。

b 調査問題 15 に関する考察のまとめ

中学校第 1 学年の図形に関する調査問題がいずれも選択法をとっているためか、他の 3 問が高い正答率を示しているのに反し、本問に限って正答率が目だって低いということは、立体図形の学習が生徒にとってはいかに困難であり、理解されにくいものであるかを示しているように思われる。

このような点から、立体図形の指導においては実物や模型の観察、材料を与えて立体を作らせるなどして、空間にある図形としてとらえさせるようにすることが重要であり、基本的事項の理解を徹底させるとともに、さらに基本的事項を根拠として、いろいろな場面に対処して考察していく態度の養成もあわせて考える必要があるように思われる。

3 中学校第 3 学年

(1) 平行線と二等辺三角形についての理解

① 調査問題における小問のねらい

平行線の錯角あるいは同位角についての理解

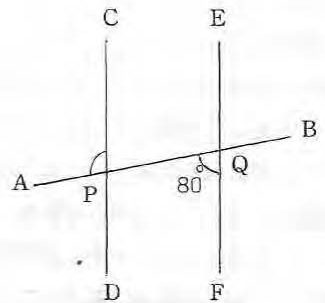
二等辺三角形の角についての理解

② 調査問題 3

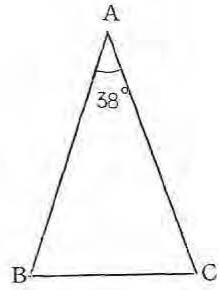
次の 1, 2 の問いの答えを、解答用紙に書きなさい。

1 右の図で、直線 AB は、平行な 2 直線 CD, EF と交わり、その交点をそれぞれ P, Q とする。

$\angle PQF = 80^\circ$ のとき、 $\angle APC$ は何度であるか。



- 2 右の図で、三角ABCは、 $\angle A = 38^\circ$ 、 $AB = AC$ の二等辺三角形である。 $\angle B$ の大きさは何度であるか。



③ 応答状況

o 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
1	177人	120人	55人	2人	67.8%	$80^\circ \dots 43$ 人
2	177人	144人	29人	4人	81.4%	$52^\circ \dots 5$ 人 $76^\circ \dots 7$ 人

o 考察

この問題は中学校第1学年の内容であるためか、第3学年の調査問題の中では正答率の高い方であるが、小問1における誤答例が示すように、 80° と答えた生徒が43人もあったことに注目する必要があると思う。これは、 $\angle PQF$ と $\angle APC$ とが錯角の関係にあって等しいと、誤って記憶しているのではないかと考えられるからである。次に、小問1が小問2にくらべて正答率が下がっているのは、図の示し方がふだん教科書などでなじんでいる一般的な形と異なっているために、平行線の錯角あるいは同位角についての理解がじゅうぶんでない生徒や応用のきかない生徒は、示された図からそれぞれの角の間における関係をとらえることができず、正しく答えられなかったのではないとも考えられるのである。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

問題解決の必須条件としては、まずその問題を解決するために必要な基礎的知識・理解・技能が身につけていることがたいせつであり、さらにそれらをじゅうぶん活用する能力もまた必要欠くべからざる条件であるといえる。基本的な問題はよくできるが、応用問題になるとできが悪いという生徒が存在することは周知の事実である。これらの生徒をできる限り少なくするためには、他にも方法はあると思われるが図形教材の場合においては、基本的な形にとどまらないで、いろいろな場面について考察する能力や態度を養成するための指導上のくふうが必要であると考えられる。

また、調査問題では答えを解答欄に記入するのみで、その答えが出るまでの過程を知ることができないが、生徒の思考傾向やつまづきやすい点を究明するためには、どうしてもその過程を知ることが必要である。特に調査問題 3 における小問1の場合は、平行線の錯角あるいは同位角についての理解を見る問題であるが、この場合同位角、錯角のいずれを用いても正しく答えることのできる問題であるところから、生徒はどちらを多く利用するかその傾向を調べることも肝要であり興味のあることである。

そこで、以上の観点に基づいて、図形の向きによってその問題の解決に難易があるのではないかと考えられるので、先に中学校第1学年の調査問題 13 (回転体)について試みたように、同内容の問題を図の向きをかえて出題し、あわせて問題解決の過程を知るために角の大きさの求め方の欄をもうけ、そ

の反応を見ようとした。作成した分析的問題は次のとおりである。

A_0 調査問題 3 と同じ問題

A_1 A_0 の類似問題 (求め方をみるために、式も書かせる)

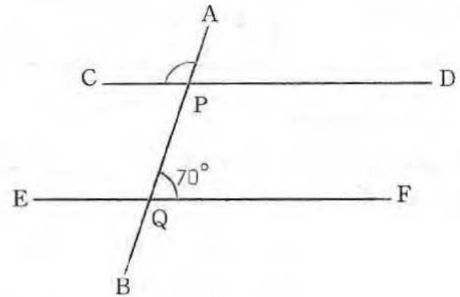
⑤ 分析的問題

A_0 省略

A_1 次の 1, 2 の問いについて、求め方と答えを の中に書き入れなさい。

1 右の図で、直線 AB は、平行な 2 直線 CD, EF と交わり、その交点をそれぞれ P, Q とする。

$\angle P Q F = 70^\circ$ のとき、 $\angle A P C$ は何度であるか。

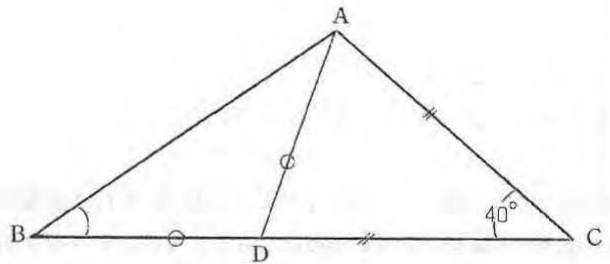


$\angle A P C$ の求め方

A_1 1 の答え 度

2 右の図で、 $A C = D C$, $B D = A D$ である。 $\angle C = 40^\circ$ のとき、 $\angle B$ の大きさは何度であるか。

$\angle B$ の求め方



A_1 2 の答え 度

⑥ 結果と考察

a 調査問題 3 の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 A_0 について

・ 調査結果

小 問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤 答 例
1	173人	123人	47人	3人	71.1%	$80^\circ \cdots 33$ 人
2	173人	140人	30人	3人	80.9%	$52^\circ \cdots 5$ 人 $76^\circ \cdots 5$ 人

・ 考 察

正答率において若干のちがいはあるが、応答調査の場合とほとんど同じ傾向を示している。錯角とま
ちがえて 80° とした生徒もあいかわらず多い。

o 分析的問題 A_1 について

・ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	式の正答状況
1	173人	137人	30人	6人	79.2%	62.4%(同位角を利用した者48.6%)
2	173人	105人 (121人)	50人	18人	60.7% (69.9%)	63.0%(外角利用 13.9%その他49.1%)

・ 考 察

小問 2 は、応答調査の結果がかなり高い正答率を示していたので、分析的問題では調査問題よりもやや
程度が高くなっているが、調査問題と同じ問題である A_0 と比較するためには、同じ段階までの調査
結果が必要になってくるので、それについては角の求め方のところで調べ、結果は小問 2 の欄に ()
内の数字で示したとおりである。

以上の調査結果から、この場合も図形の向きによってその正答率に差があるということがいえるよう
である。 A_0 1 と A_1 1 との正誤の比の差の検定(臨界比法)では、5%の危険率で有意差が認められ、
 A_0 2 と A_1 2 との正誤の比の差の検定(臨界比法)でも1%の危険率で有意差が認められた。このよ
うなことから、先にも考察のところで述べたように、図形教材の指導にあたっては、基本的事項はじゅ
うぶん徹底するように指導することがたいせつであると同時に、いつもきまった向きの図形ばかりを取り
扱うことを避け、図形をいろいろな角度から眺め、動的にとらえる態度やその場合の解決能力を伸ば
すような指導上のくふうが肝要であるといえる。

次に、小問 1 においてどのような解き方をするかをみるために求め方の式を書かせたところ、その結
果は本問の場合、同位角を利用した生徒が圧倒的に多く(84/173, 48.6%)、錯角を利用した
生徒は少なかった(24/173, 13.9%)。しかし、このことから、錯角について理解している生
徒が少ないとは必ずしもいえないようである。それは調査問題 12 の分析的問題において、平行線の性
質を適用する場合に錯角が必要になってくるが、その場合本問で同位角を用いた生徒もけっこう錯角を
利用して正しく答えているからである。

b 調査問題 3 に関する面接調査

調査問題 3 の 1 および分析的問題 A_0 1 について、正しく答えられなかった生徒の中で 80° と答え
た生徒が大部分であったことから判断して、これらの生徒は平行線における錯角の意味がよく理解され
ておらず、 $\angle PQF$ と $\angle APC$ が錯角で等しいとまちがって記憶しているのではないかと推察されたの
で、分析的問題 A_0 1 で 80° と答えた生徒(33人)のうち6人について面接調査の際に調べてみた結
果、やはり平行線における錯角の関係を誤って憶えこんでいることが確かめられた。

c 調査問題 3 に関する考察のまとめ

上述の調査結果の数字が示すとおり、調査問題 3 は、中学校第1学年の内容であるためか正答率が

きわめて高いのであるが、問題点がないわけではない。それは、分析的問題による調査や面接調査によって次の事項が明らかになったからである。

○ 誤ったことを、正しいものと思いこんで記憶している生徒がかなりあること。

平行線における錯角の例が示すように、調査問題 [3] の 1 や分析的問題 [A] 1 で 80° と答えた生徒は、平行線における錯角の関係を誤って記憶しているのである。まちがって記憶してしまうとあとあとまで悪い影響をおよぼすことは自明のことであるので、これらの生徒を早期に発見して適切な指導を加えてやる必要があると考えられる。

○ 図形の向きによって正答率にちがいがあるとのこと。

上述の考察のとおり、図形の動的なとりあつかいによって、いろいろな角度から図形を観察し、考察を加える指導がたいせつであると考えられる。

(2) 線分の比例と相似三角形についての理解

① 調査問題における小問のねらい

線分の比例についての理解

相似三角形の辺の比についての理解

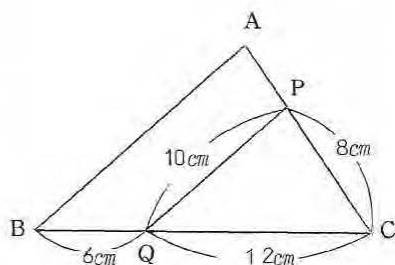
② 調査問題 [8]

右の図で、 $AB \parallel PQ$, $BQ = 6\text{ cm}$

$QC = 12\text{ cm}$, $PC = 8\text{ cm}$, $PQ = 10\text{ cm}$ です。

次の 1, 2 の問いの答えを、解答用紙に書きなさい。

- 1 線分 AP の長さは、何センチメートルであるか。
- 2 線分 AB の長さは、何センチメートルであるか。



③ 応答状況

○ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
1	177人	124人	43人	10人	70.1%	6 cm… 23人
2	177人	89人	77人	11人	50.3%	16 cm… 34人

○ 考察

この調査問題 [8] は、図形の向きが一般的ではないが、かなり基本的な問題であったためか小問 1, 2 とともに 50% 以上の正答率で、この限りでは線分の比例や相似三角形の辺の比については割合によく理解されているものと思われる。しかし、小問 1 と 2 の正答率においてそこに約 20% の開きがあるのが気になるところである。常識的には、一応小問 1 は線分の比例についての理解を見る問題であり、小問 2 は相似三角形の辺の比についての理解をみる問題であると解されるところから、相似三角形の辺の比に関する理解は、線分の比例についての理解よりも劣っていると判断されるが、また、小問 1 の場合でも線分の比例を用いずに、相似三角形の辺の比を用いても正しい答えが求められるところから、二つ

の正答率を比較しただけではどちらがよく理解されているのか断定できないようである。いずれにしてもいろいろな問題に対する生徒の反応をしらべ、それらによって検討してみる必要があると思われる。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上記の考察にもとづいて、生徒のもっているこの問題を解決するために必要な基礎的知識・理解・技能はどの程度のものか、また問題の解決にあたってどのような方法を用いるか、そのためには答えのみならず問題解決の過程も明らかにする必要があり、さらに図形の向きのちがいによる正答率の差もみたいと考え、次のような分析的問題を作成した。

B₀ 調査問題 **B** と同じ問題（ただし、式も書かせるようにした）

B₁ 線分の比例、相似三角形の辺の比についての理解をみる基本的な問題

B₂ **B₀** の類似問題（式も書かせるようにした）

B₃ **B₀** よりも、やや程度の高い問題（式も書かせるようにした）

⑤ 分析的問題

B₀ 省略

B₁ 右の図で、△ABCの一边AB上の点Pを通り、BCに平行線をひき、ACとの交点をQとする。この図について、次の①、②の問いの答えをそれぞれア、イ、ウ、エの中から一つずつ選んで、その記号を○で囲みなさい。

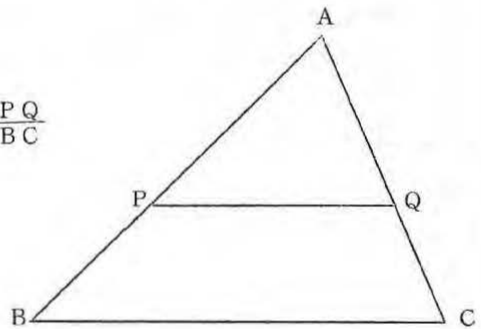
① $\frac{AP}{PB}$ に等しいものは、どれですか。

ア $\frac{CQ}{QB}$ イ $\frac{AC}{AQ}$ ウ $\frac{AQ}{QC}$ エ $\frac{PQ}{BC}$

② $\frac{BC}{PQ}$ に等しいものは、どれですか。

ア $\frac{AQ}{AC}$ イ $\frac{BP}{AB}$ ウ $\frac{AQ}{QC}$

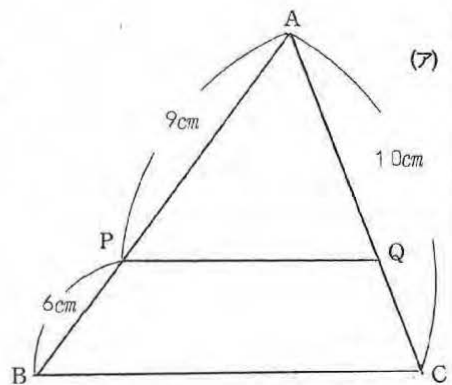
エ $\frac{AB}{AP}$



B₂ 右の図（ア）、（イ）で、PQ//BCとすると、

① （ア）の図で、AQ、QCの長さはそれぞれ何センチメートルか。

式

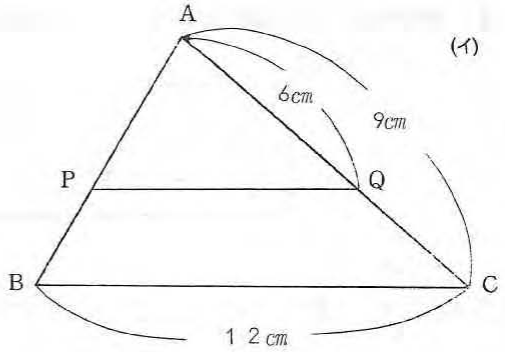


B₂ (1) の答え

AQ	cm
QC	cm

(2) (1) の図で, PQ の長さは何センチメートルか。

式



B₂ (2) の答え

PQ	cm
----	----

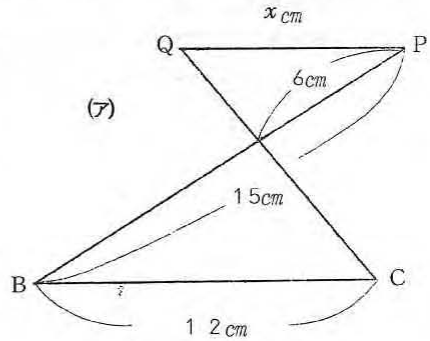
B₃ 右の図 (ア), (イ) で, $PQ \parallel BC$ とする。各部分が, 図に示したような長さであるとき, x, y, z を求めなさい。

(ア) 式

式

B₃ (ア) の答え

x	cm
-----	----

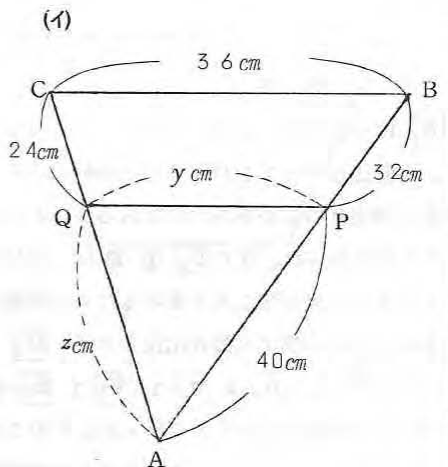


(イ) 式

式

B₃ (イ) の答え

y	cm
z	cm



⑥ 結果と考察

a. 調査問題 B_0 の分析的問題による調査結果の考察

o. 分析的問題 B_0 について

・ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	備 考
1	173人	122人	28人	23人	70.5%	式92人 53.2%
2	173人	106人	43人	24人	61.3%	式91人 52.6%

・ 考 察

小問1の場合、正答であっても式が書いてないために、どのような方法によって解いたのかわからない生徒が30人もあったが、正答で、式も正しかった92人の生徒について調査した結果によれば、線分比を利用したものが64人(69.6%)、相似比を利用したものが28人(30.4%)であった。

また、小問2の場合も、式を書いていない生徒が15人もあって、正答者全員についてその解き方を調査することはできなかったが、式の正しかった91人について調査したところによれば、これは当然のことながら、どの応答も相似比の利用によるものであった。

o. 分析的問題 B_1 , B_2 , B_3 について

・ 調査結果

大 問	小 問	正答率	式	備 考
B_1	①	83.2%		線分比
	②	63.0%		相似比
B_2	①	64.2%	54.9%	相似比86人 線分比9人
		64.2%		
	②	64.7%	61.3%	相似比利用
B_3	ア (x)	48.0%	43.4%	〃
	イ (y)	51.4%	49.7%	〃
		(z)	49.1%	38.2%

・ 考 察

B_1 については、その正答率からみて基本的事項に関しては、線分の比例についての理解が特にすぐれ、相似比についてもかなりよく理解していると判断される。 B_2 ① では、相似比と線分比のどちらが多く利用されるかをみたのであるが、その結果は表の備考欄に示したとおり相似比を利用する者が多いことがわかった。また B_2 ① ② は、図形の向きをかえることによって、 B_0 1, 2 の場合と解答にどのような差が生じるかをみるための問題であったが、表のとおり正答率にはそれ程差がなかった。正誤の比の差の検定(臨界比法)では、 B_0 1 と B_1 1 との関係のみ1%の危険率で有意差が認められたが、 B_0 2 と B_1 2, B_0 1 と B_2 1, B_0 2 と B_2 2 のそれぞれの関係については、何れも5%の危険率で有意差は認められなかった。このことから B_0 1 よりも B_0 2 の方が生徒に理解されやすく、その他の場合はいずれも図形の向きが正答率におよぼす影響はなかったといえる。これの理由としてはいろいろなことが考えられるが、その一つは基本的事項がかなりよく理解されていたためではないだろう

うか。B₃ は調査問題 8 よりもやや程度の高い問題であったので、正答率もそれなりに低くなっているが、約半数の生徒が正しく答えているところから、線分の比例や相似三角形の辺の比に関しては、かなりよく理解されていると思われるのである。

b 調査問題 8 に関する考察のまとめ

既述のとおり、図形の向きによって、正誤の比の差が、著しいものがあったが、調査問題 8 に関する分析問題では、考察のところで述べたように、そのことを明確にすることはできなかった。これは問題の種別のちがいによるものか、分析的問題の不備によるものか、いろいろな要素が関係してくるのでその理由をいちがいに断定することはできないが、基本的事項をよく理解していることが図形の向きによる正答率に及ぼす影響を少なくするための必要事項であるということは、この場合にも当てはまるのではないだろうか。

つぎに、簡単な問題では、相似比よりも線分比の方がより多く利用されているようではあるが、問題によっては線分比を用いて解いた方が容易であると思われるのに、むしろ相似比を用いて解いている場合が多いことである。このことから、問題解決の場合には問題に応じて、各人の好みによりいずれかの方法で正しく解ければよいわけであるから、基本的事項の徹底と、いろいろな場面に對して考察する態度を養った上は、各人の得意とする方法を用いるように指導するのがよいのではないかと考えられるが、能率的・効果的という数学の本質的な立場から考えると、指導過程において、順次問題場面に對して効率的に解決していく方法を各人が発見するように指導していくことが、最も重要であるといえる。

(3) 平行四辺形について、推論の筋道を見通し、根拠となる事柄を用いて正しく推論を進める能力

① 調査問題における小問のねらい

三角形の合同条件を適用する能力

三角形の合同や平行線の性質を適用する能力

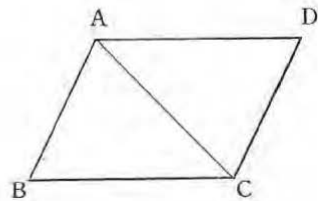
② 調査問題 12

〔問題〕 右の図の四角形 $ABCD$ は、辺 AD と BC は平行で、長さが等しい四角形である。

この四角形 $ABCD$ は、平行四辺形であることを、次の平行四辺形の定義によって証明せよ。

平行四辺形の定義

向かい合う二組みの辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形という。



上の〔問題〕を証明するには、仮定から $AD \parallel BC$ はいえるので、あと $AB \parallel DC$ をいえばよい。そのために、次の 1, 2 のように考えましたが、それが正しくなるように、{ } の中のア、イ、ウ、エおよびカ、キ、クおよびサ、シ、ス、セの中から、それぞれ一つずつ選んで、解答用紙

のそれらの記号を○で囲みなさい。

1 対角線 AC をひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において

- | | | |
|---|---|---|
| } | ア | $AB=CD, BC=DA, AC=CA$ |
| | イ | $AB=CD, BC=DA, \angle B=\angle D$ |
| | ウ | $BC=DA, AC=CA, \angle ACB=\angle CAD$ |
| | エ | $AC=CA, \angle ACB=\angle CAD, \angle BAC=\angle DCA$ |

によって、 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ となる。

2 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ から、

- | | | | |
|---|---|-------------------------|----------|
| } | カ | $\angle ACB=\angle CAD$ | } がわかる。 |
| | キ | $BC=DA$ | |
| | ク | $\angle BAC=\angle DCA$ | |

- | | | |
|---|---|--|
| } | サ | 平行四辺形の向かい合っている角は、それぞれ等しい |
| | シ | 平行四辺形の向かい合っている辺は、それぞれ等しい |
| | ス | 平行な二直線に他の一直線が交わってできる錯角は等しい |
| | セ | 二直線に他の一直線が交わってできる一組みの錯角が等しければ、この二直線は平行である。 |

ということによって、 $AB \parallel DC$ がいえる。

③ 応答状況

○ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率	誤答例
1	177人	94人	82人	1人	53.1%	ア…10人 イ…30人 エ…42人
2	177人	48人	129人	0人	27.1%	キシ…24人

○ 考察

論証の問題は、図形教材の中では生徒にとって最も苦手とされるものであるが、小問1の正答率から見ると、生徒の約半数は三角形の合同条件を適用することができるもののように解釈できそうである。しかし、これは問題が選択法をとっていることがかなり影響していることを考慮する必要があり、さらに、誤答者の82人について、その解答を調査したところによれば、誤答例に示したように、いずれも未知の事項を既知の事項として使用しているところに注目する必要があると思う。

また、小問2については、上記の正答率が示すように、きわめて理解が困難なようである。これは、三角形の合同や平行線の性質を一応理解している者でも、これらの事柄を根拠として推論を進めるところに困難があるのではないかと考えられる。

④ 分析の観点ならびに分析的問題のねらい

上記の考察に基づいて、まず推論を進めるための根拠となる三角形の合同や、平行線に関する基本的事項がどの程度理解されているのか、さらに、推論の筋道を見通して、推論を進める能力はどの程度のものかなどをみるために、次のような分析的問題を作成した。なお、選択法による問題の場合と自由記

述による問題の場合との応答状況を比較することも計画した。

C₀ 調査問題 12と同じ問題

C₁ 三角形の合同条件を適用する能力をみる問題

C₂ 問題の条件と結論を見わけることができるかどうか、また記号を使ってかくことができるかどうかをみる問題

C₃ 三角形の合同条件の理解をみる問題

C₄ 証明過程に適用されている図形の基本的性質を認めることができるかどうかをみる問題

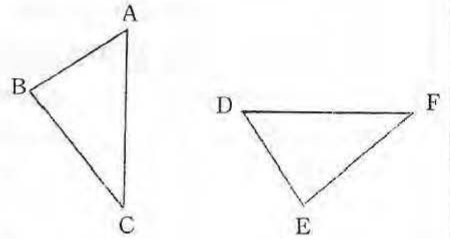
C₅ C₀を自由記述にした問題

⑤ 分析的問題

C₀ 省略

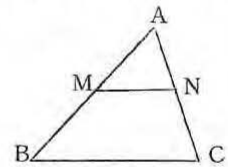
C₁ 図を見て、下の文の の中に、できそうなことばや記号を入れなさい。

右の図の三角形ABCと、三角形DEFとは、まったく重ね合わせることができる。このとき三角形ABCと三角形DEFとは、 であるという。ACがDFに重なるとき、頂点Aに対応する頂点は、 であり、角Bに対応する角は、 で、辺BCに対応する辺は、 である。



C₂ 次の問題について、図を見て、下の問いに答えなさい。

〔問題〕 三角形ABCの辺ABの中点をM、辺ACの中点をNとすれば、直線MNは、辺BCに平行になり、その長さはBCの半分になる。



① この問題を、あたえられている条件(わかっていることがら)の部分と、結論(証明すべきことがら)の部分に分けて、問題文の条件の部分の下には _____ を、結論の部分の下には ~~~~ をひきなさい。

② あたえられている条件を、記号を使って書きなさい。

③ 結論を、記号を使って書きなさい。

C₃ 下の①から⑦までは、右の二つの三角形についてのべたものです。正しいものには○を、まちがっているものには×を、 の中に書き入れなさい。

① $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E,$
 $C = f$ のとき、二つの三角
 形は合同である。

② $\angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ の
 とき、二つの三角形は合同
 である。

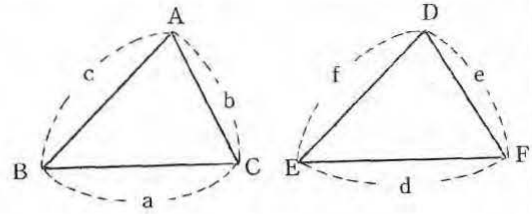
③ $\angle A = \angle D, C = f, a =$
 d のとき、二つの三角形は
 合同である。

④ $\angle B = \angle E, C = f, a = d$ のとき、二つの三角は合同である。

⑤ $a = d, b = e, C = f$ のとき、二つの三角形は合同である。

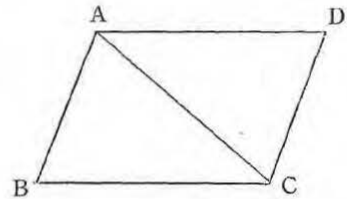
⑥ $\angle B = \angle E, \angle C = \angle F, C = f$ のとき、二つの三角形は合同である。

⑦ $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ のとき、二つの三角形は合同である。



【C】 右の図の四角形 ABCD は、辺 AD と BC は平行で、

長さが等しい四角形である。この四角形 ABCD は、
 平行四辺形であることを、次のように証明しました。
 この証明の中で、①, ②, ③の段階には、下の〔 〕
 の中のことがらのうち、どのことがらを使っていま
 すか。 の中にその記号を書き入れなさい。



(証明)

対角線 AC をひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において、

$BC = DA, AC = CA$ ①

$\angle ACB = \angle CAD$ ……

よって、

$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ となり、…

② $\angle BAC = \angle DCA$ となる。

このことから、 ③

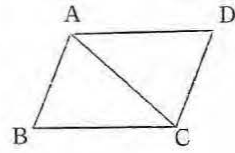
$AB \parallel CD$ となり ……

四角形 ABCD は二組みの辺
 が、それぞれ平行な四角形だから
 平行四辺形であるといえる。

- ア 平行四辺形の向かい合っている角は、それぞれ等しい。
- イ 平行四辺形の向かい合っている辺は、それぞれ等しい。
- ウ 平行な二直線に他の一直線が交わってできる錯角は等しい。
- エ 二直線に他の一直線が交わってできる一組みの錯角が等しければ、この二直線は平行である。
- オ 二辺とそのはさむ角がそれぞれ等しい二つの三角形は合同である。
- カ 一辺とその両端の角がそれぞれ等しい二つの三角形は合同である。
- キ 三辺がそれぞれ等しい二つの三角形は合同である。
- ク 平行な二直線に他の一直線が交わってできる同位角は等しい。

C₅

〔問題〕 右の図の四角形ABCDは、辺ADとBCは平行で、長さが等しい四角形である。この四角ABCDは、平行四辺形であることを、次の平行四辺形の定義によって証明せよ。



平行四辺形の定義

向かい合う二組みの辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

花子さんは、上の問題を証明するために、次のように書きましたが、よくわからないところがあって、未記入のところがあります。□の中に適当な文字や記号を入れて、証明を完成しなさい。

〔証明〕 仮定から、 $AD \parallel BC$ である。……………①

対角線をひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において

(ア) □

(イ) □

(ウ) □

よって、 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ となる。

$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ から

(エ) □ がわかる。

このことから、

(オ) □ ということによって、

$AB \parallel CD$ となる。……………②

①、②から、四角形ABCDは、向かい合う二組みの辺がそれぞれ平行であることによって、平行四辺形であるといえる。

⑥ 結果と考察

a 調査問題 12 の分析的問題による調査結果の考察

o 分析的問題 C₁ , C₂ , C₃ , C₄ について

- ・ 調査結果(正答率)

問 題	a 群	b 群	全 学 年	備 考	
C ₁	①	80.2%	82.8%	81.5%	三角形の合同
	②	84.9	86.2	85.5	
	③	90.7	89.7	90.2	
	④	90.7	89.7	90.2	
	全	74.4	72.4	73.4	
C ₂	①	55.8	46.0	50.9	条件と結論
	②	40.7	35.6	38.2	} 記号化
	③	39.5	39.4	39.3	
	全	34.9	29.9	32.4	
C ₃	①	81.4	86.2	83.8	
	②	79.1	85.1	82.1	
	③	67.4	75.9	71.7	
	④	77.9	85.1	81.5	
	⑤	81.4	88.5	85.0	
	⑥	72.1	74.7	73.4	
	⑦	61.6	58.6	60.1	
	全	33.7	35.6	34.7	
C ₄	①	67.4	70.1	68.8	} 合同条件
	②	66.3	70.1	68.2	
	③	38.4	44.8	41.6	平行線
	全	36.0	37.9	37.0	

注

・ 調査人数

a 群… 86人

b 群… 87人

全 … 173人

・ 両群の正答率の差の検定 (χ^2 検定) では、5%の危険率で有意差は認められなかった。すなわち、論証の基礎になる C₁、C₂、C₃、C₄ を解く力は a、b 両群に差がないといえる。

・ 考 察

C₃ は三角形の合同条件についての理解をみる問題であったが、7問全部を正しく答えた生徒はわずかに34.7%にすぎなかった。しかし、小問一つずつについては、それぞれ70%以上の正答率を示している。同じく三角形の合同条件についての理解をみる問題である C₁ の調査結果とあわせて判断すると、三角形の合同条件に関する基本的なことについては、かなりよく理解されているといえるが、これを応用する場面に適用するということになると、条件と結論を混合したり、未知の事項と既知の事項との間に混乱があったりなどして、困難を感じる生徒があることが C₄ の調査結果から推察されるのである。また C₄ の調査結果からは、平行線の性質をうまく適用できない生徒がかなりいることも推察される。なお、C₂ の調査結果からは、問題を読んで条件と結論を明確に区別できる生徒は約半数であり、さらにそれらを記号化できる生徒は、40%にも満たないという状況であることがわかる。

o. 分析的問題 C_0 , C_5 について

・ 調査結果

群	a			b				
	86人			87人				
大問	C_0			C_5				
小問	1	2	全	1	2		全	
					エ	オ		全
正答数(人)	54	31	25	21	13	10	9	8
正答率(%)	62.8	36.0	29.1	24.1	14.9	11.5	10.3	9.2

・ 考察

小学校第5学年の調査問題15について試みたように、同じ内容の問題を出題の形式をかえ、対象生徒をa, bの2群に(知能偏差値についてはb群がすぐれている)分けて調査を実施し、その応答状況を比較することによって、問題の難易度を見ようとしたのである。

まず、 C_0 の調査結果から判断されることは、応答調査にくらべて正答率は時間的なずれがあったためか、約10%ずつ高くなっているものの、傾向としては先にも考察したように、三角形の合同についてはかなりよく理解されているが、筋道を立てて推論を進める能力については劣っており、論証の問題は、根拠となる基本的事項をよく理解するだけではじゅうぶんでなく、さらに、それらを用いて推論を進めるところに困難があるということである。

次に、 C_5 の調査結果について、 C_0 の調査結果と関連させながら考察を進めていきたいと思う。それぞれの正答率にあらわれているように、論証の自由記述となると、中学校第3学年でも完全に答えられる生徒は約1割程度で、きわめて少ないことがわかる。また全体の傾向としては、 C_0 の場合と同様に根拠となる事柄を用いて筋道を立てて推論を進めていくところに、困難があることを示しているように判断される。 C_0 と C_5 の正誤の比の差の検定(χ^2 検定)では、 C_0 1と C_5 1, C_0 2と C_5 2ともそれぞれ1%の危険率で有意差が認められた。このことから、中学校第3学年の第1学期の段階では、論証の自由記述は一部の優秀な生徒を除いては、まだ無理があるということがいえるようである。

b 調査問題12に関する考察のまとめ

以上の調査問題および分析的問題の調査結果についての考察を通して判断されることは、このような論証の問題にあっては、論証に必要な根拠となる基本的事項を、よく理解していることが先決問題であると思われるが、さらにこれらの根拠となる事項を正しく記号化できる技能や、その場に応じて図形どのような性質を適用していけばよいかという判断力、ならびに、未知なものは何であるかを正しくつかんで、筋道を立てて推論を進めていくところの能力なども、基本的事項の指導とあわせて養っていく必要があることを強く感じさせられるのである。

(4) 図形を動かして、その中に不変の性質があることを見いだす能力

① 調査問題における小問のねらい

回転角についての理解と二つの正方形の重なる部分の面積を求める能力

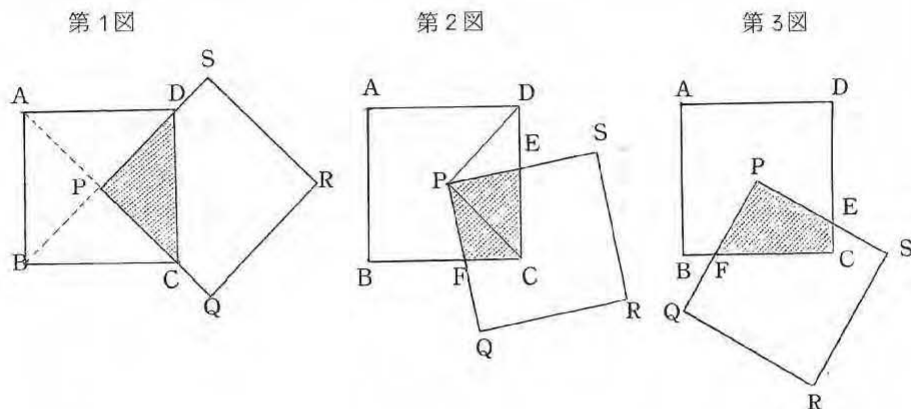
二つの正方形の重なる部分の面積が一定であることを見いだす能力

② 調査問題 13

同じ平面上に、一辺が 10cm の二つの正方形 $ABCD$ 、 $PQRS$ があって、正方形 $PQRS$ の頂点 P は、正方形 $ABCD$ の対角線の交点といつも一致しているとします。

いま、次の第1図のように重なった位置から、頂点 P を中心として正方形 $PQRS$ を、第2図、第3図のように回転させます。このとき、辺 PS と CD の交点を E 、辺 PQ と BC の交点を F とします。

下の 1、2 の問いに答えなさい。



- 1 次の (1)、(2)、(3) の問いの答えを、解答用紙に書け。
 - (1) $\angle DPE = 20^\circ$ のとき、 $\angle CPF$ は何度であるか。
 - (2) $DE = 4\text{cm}$ のとき、二つの正方形の重なっている部分 (四角形 $PFCE$) の面積は、何平方センチメートルであるか。(第2図)
 - (3) $DE = 8\text{cm}$ のとき、二つの正方形の重なっている部分 (四角形 $PFCE$) の面積は、何平方センチメートルであるか。(第3図)
- 2 回転の角 DPE を変えると (鋭角の範囲とする。)、それにともなって、二つの正方形の重なっている部分の形は変わる。このとき、次のア、イ、ウ、エの中から、正しいものを一つ選び、解答用紙のその記号を \bigcirc で囲め。
 - ア 四角形 $PFCE$ の面積は、 DE の長さが長くなるにつれて、小さくなる。
 - イ 四角形 $PFCE$ の面積は、 DE の長さが長くなるにつれて、大きくなる。
 - ウ 四角形 $PFCE$ の面積は、 DE の長さが長くなるにつれて、小さくなったり、大きくなったりする。
 - エ 四角形 $PFCE$ の面積は、 DE の長さに関係なく一定である。

③ 応答状況

○ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
1	177人	53人	111人	13人	29.9%
2	177人	49人	123人	5人	27.7%

○ 考察

中学校第3学年の調査問題において、図形教材の中では最も正答率の低い問題である。この問題でみようとしていることは、上述の小問のねらいのとおり、回転角の理解と二つの正方形の重なる部分の面積を求める能力、ならびに二つの正方形の重なる部分の面積が一定であることをみいだす能力はどうかということである。応答状況は、正答率にあらわれているとおりいずれもよくない結果になっている。特に小問2は、直観的に一定であると判断した者でも小問1の(1), (2), (3)において、回転角の大きさや、二つの正方形の重なった部分の面積が正しく求められなかった者は誤答にとりあつかわれているので、いっそう正答率が低くなっているわけである。

このような実態から考えて、この問題の場合は、回転角の理解と二つの正方形の重なった部分すなわち四角形の面積を求めることができるかどうか、大きな鍵になっているように思われる。

④ 分析の観点ならびに分析点問題のねらい

上記の考察に基づいて、回転角についての理解、ならびに三角形や四角形の面積を求める能力をみるために下記のような分析的問題を作成した。なお、回転角の大きさが変わるとつれて、二つの正方形の辺の交点移動するために、面積計算の基礎となる辺の長さがかめなくなり、問題解決に困難をきたす生徒が予想されるので、それらも考慮して分析的問題を作成した。

D₀ 調査問題 13 と同じ問題

D₁ 二つの長方形の重ならない部分の面積をみいだす能力をみる問題

D₂ 回転角についての理解をみる問題

D₃ D₀ の類似問題

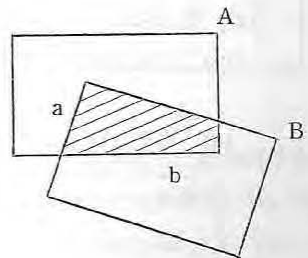
D₄ 回転角、三角形の合同を応用した証明問題

⑤ 分析的問題

D₀ 省略

D₁ 完全に重なっていた二つの長方形AとBの一方を図のようにずらすと、重なっていない部分aとbの面積はどのような関係にありますか。答えを の中に書き入れなさい。

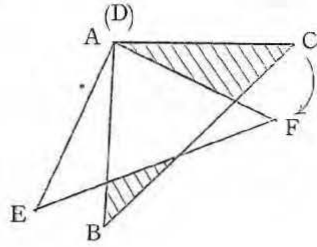
D₁ の答え



D₂ 完全に重なっていた二つの直角三角形ABCとDEFが、頂点Aを中心にして図のように回転すると、

$\angle CAF = 30^\circ$ のとき、 $\angle BAE$ も 30° になる。

その理由を の中に書き入れなさい。



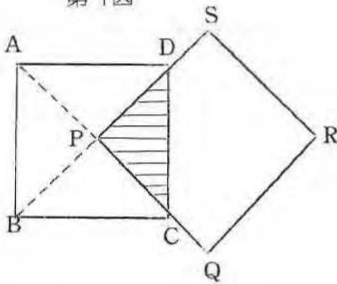
D₂ の答え

D₃ 同じ平面上に、一辺が 10 cm の二つの正方形ABCD, PQRSがあって、正方形PQRSの頂点Pは、正方形ABCDの対角線の交点といつも一致しているとします。

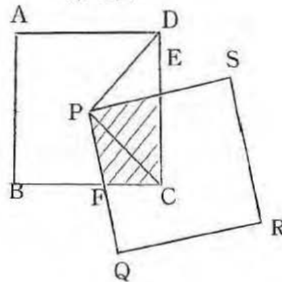
いま、次の第1図のように重なった位置から、頂点Pを中心として正方形PQRSを、第2図、第3図のように回転させます。このとき、辺PSとCDの交点をE、辺PQとBCの交点をFとします。

下の(1), (2), (3)の問いに答えなさい。

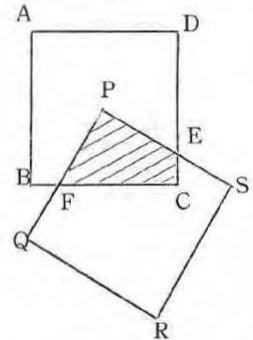
第1図



第2図



第3図



(1) 三角形PCDの面積(第1図で斜線 をつけたところ)は何平方センチメートルであるか。式と答えを の中に書き入れなさい。

式

D₃ (1) の答え cm^2

(2) 第2図において、 $DE = 4\text{ cm}$ のとき、

(ア) CEは何センチメートルであるか。

D₃ (2) (ア) の答え cm

(イ) CFは何センチメートルであるか。またなぜそのようになるか。理由も説明しなさい。

理由

D₃ (2) (イ) の答え cm

(ウ) 四角形PFC E (二つの正方形の重なっている部分)の面積は何平方センチメートルであるか。式と答えを の中に書き入れなさい。

式

D_2 (2) (ウ)の答え cm^2

(3) $DE=8cm$ のとき, CE, CFはそれぞれ何センチメートルであるか。また, 四角形PFC E (第3図で二つの正方形の重なっている部分)の面積は, 何平方センチメートルであるか。式と答えを の中に書き入れなさい。

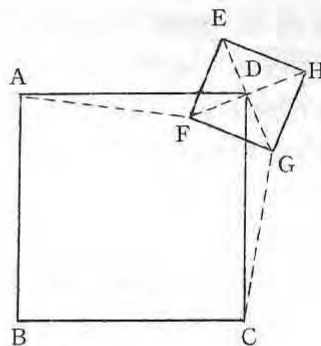
式

D_3 (3)の答え

CE	<input type="text"/>	cm
CF	<input type="text"/>	cm
面積	<input type="text"/>	cm^2

D_4 図のように, 正方形ABCDの頂点Dに, 正方形EFGHの中心が重なっている。このとき, $AF=CG$ である。 $AF=CG$ となることを三角形の合同を用いて証明しなさい。

証明



⑥ 結果と考察

a. 調査問題 D_3 の分析的問題による調査結果の考察

o. 分析的問題 D_0 について

・ 調査結果

小問	調査人数	正答数	誤答数	無答数	正答率
1	173人	73人	95人	5人	42.1%
2	173人	72人	88人	13人	41.6%

・ 考察

分析的問題 D_0 は, 現時点における調査問題に対する反応を見て, 他の分析的問題と比較検討するために調査問題と全く同じになっているが, 前回の調査から時間的にかなりのへだたりがあるため, その間に有利な条件が作用したのであろうか, 正答率はいくぶん高くなっている。しかし傾向としては, 応答調査の場合と同様のことがいえそうである。すなわち, 回転角の大きさや, 二つの正方形の重なる部

分の面積が一定であることは、直観的に正しく判断しているようであるが、その裏付けともいべき面積の計算が正しく求められていない生徒がかなりいることである。面積については、三角形の場合は容易に求められるが四角形になると困難を感じるのか、それとも最も基本である辺の長さがよくつかめなかったのか、それらについては次の分析的問題 D_3 で考察することにする。

○ 分析的問題 D_3 について

・ 調査結果

小 問	正答数	正答率	備 考	
(1)	131人	75.7%	式……72.2%	
(2)	ア	140人	80.9%	
	イ	142人	82.1%	理由……20.8%
	ウ	110人	63.6%	式……52.6%
(3)	CE	151人	87.3%	
	CF	149人	86.1%	
	面積	110人	63.6%	式……42.2%

⑨

調査人数

173人

・ 考 察

小問(1)は、問題第1図のように二つの正方形の重なった部分が三角形になっている場合であるが、正答率が示しているようにかなり多くの生徒が理解していることがわかる。また、式を正しくかくことができた生徒が72.2%もあったことから、三角形の求積については約70%以上の生徒は一応理解しているものと判断される。問題点があるのは第2図、第3図のように二つの正方形の重なった部分が四角形になっている場合である。小問(2)のア、イ、小問(3)のCE、CFのように、辺の長さを確認した上で面積を求めた結果が、(2)のウおよび(3)の面積である。三角形の場合とくらべるとわずかに正答率が下がってはいるが、前問の D_0 の結果と比較するとずいぶん正答率が高くなっていることがわかるのである。 D_0 2と D_3 2, 3の正誤の比の差の検定(臨界比法)では、1%の危険率で有意であることが認められるので、このことからしてもこのような四角形の面積を求める場合のつまずきの原因はいろいろあるものと思われるが、その一つに辺の長さを正しくつかんでいないか、大いに影響しているものといえるようである。

○ 分析的問題 D_1 , D_2 , D_3 について

・ 調査結果

問 題	正答数	正答率	備 考
D_1	121人	69.9%	面積の不変性
D_2	44人	25.4%	回転角に等しくなる理由
D_3	31人	17.9%	回転角, 三角形の合同利用

⑨

調査人数

173人

・ 考 察

直観的に面積の不変性を判断する能力は、 D_1 の結果や D_0 の結果から考えあわせて、かなりあるものと推察される。また、回転角についても直観的にあるいは経験的には正しく答えられる者が多いことは、 D_0 1の(1)における正答率が78.6%もあるところからうなずけるのである。ところがその理由はとなると、 D_2 および D_3 の部分において正しく答えられない生徒がきわめて多いといった状況である。

b 調査問題 13 に関する考察のまとめ

上述の諸調査の結果によるそれぞれの考察のように、回転角の大きさを判断したり、面積の不変性を判断する能力は、直観的にあるいは経験的にかなり鋭いものを持っていることが認められるが、それらを実証的に文字や数式などを用いてあらわすことについては、じゅうぶんとはいえないようである。また、分析的問題 D₃ の第 2 図、第 3 図のような場面においては、二つの三角形に分けて考えることはもちろんのこと、面積を求める場合の条件となる辺の長さを確認するということが、問題解決の有力な鍵になるといえるようである。

IV ま と め

上述のとおり、調査問題のそれぞれについて、応答調査、分析的問題による調査とそれらの付帯調査の結果から考察を進めてきたのであるが、終わりにあたりこれらの考察と、最初に掲げた研究の目的とを照らしあわせて、研究のまとめにしたいと思う。

a 調査問題の適否・妥当性

ア まず問題点としてあげられるのは、小学校第 5 学年の調査問題 15 であろう。なるほど立体図形の基本的事項についての理解はたしかに良いとはいえないが、調査問題 15 の応答調査や分析的問題による調査の結果に関して考察したように、この問題は形式が変わっているために、問題の意味を理解するのにきわめて困難であったように思われる。分析的問題 B₄ が必ずしも完全とはいえないが、あの程度の表現でかなり正答率に影響があったとすれば、同じ内容の問題でも、その表現のしかたしだいによって正答率に大きな影響があるといえる。試みに中学校第 1 学年の生徒や第 3 学年の生徒に解かせてみた結果において、問題の意味を理解することができなかった生徒が多かったことから判断しても、問題の構成に無理があったのではないかと思われる。直方体に関する理解を見るにしても、小学校第 5 学年の子どもの発達段階に応じたふさわしい表現で、くふうされた問題にすべきであったと思われるのである。

イ 第 2 の問題点は、中学校第 1 学年の調査問題 14 ではないだろうか。平行四辺形の性質についての理解を見ることをねらいとした問題である。正答率だけから見た場合はたしかに高く、この面についてはよく理解されていると判断されるが、この問題のように図で示してある場合は、ややもすると、平行四辺形のいろいろな性質を適用して考えたり、また、問題の指示によって図形を動的に考えるということをしないうで、静的な立場で、直観的に判断しても、正しく答えられるということもあり得るので、この問題は正答率のみではその良否を断定することはできないように思われる。このことは、分析的問題においてその理由を書かせてみると、満足に書けた者がきわめて少なく、直観的な判断が正答であっても、大部分の生徒は平行四辺形の性質を断片的に取り上げているだけであったことからもうなずけると思う。このような点から考えて、本問題は正答率が高いとはいえないもの、これはねらいである平行四辺形の性質の理解がよいということにはならないと思われるのである。

ウ 第 3 の問題点としては、小学校第 5 学年、中学校第 1 学年および第 3 学年を通じてその正答率

を見た場合、図形教材に関しては、小学校第5学年の正答率の低いのが目だつことである。中学校第1・3学年の正答率が概して高かったのは、選択法の問題が多かったことがおそらく影響していると思われるが、小学校第5学年の調査問題は選択法が少なく、中学校の生徒でもそれらの問題を解くのに困難を感じ、それ程高い正答率を示すことができなかった。これらの点から考えて、小学校第5学年の図形の問題は、いくぶん程度が高すぎたのではないかと考えられるのである。

エ さいごに、今回の図形に関する調査問題の特徴は、小学校第5学年の調査問題¹³や中学校第3学年の調査問題¹³のように、平面および立体に関する図形を動的にとらえて考察しなければならない問題が取り上げられていたことである。最近教育の現代化が叫ばれ、算数・数学の学習指導の面においても、図形の動的な見方、考え方や発見的、創造的思考を伸ばす学習指導の研究などが再び強調されているのであるが、調査の結果では正答率が低く、一つの弱点を示していると思われるので、今後はこの面についての指導上のくふうが痛感されるのである。この意味において、今回の上述の問題は、われわれに良い示唆を与えてくれたものといえる。

b 調査問題を解決するために必要な基礎的知識・理解・技能

ア 小学校第5学年の場合

調査問題¹³の分析的問題による調査結果からいえることは、角についての意味がよく理解されていない者がかなりいることや、2直角が 180° であることを理解していない者が相当数いるということである。また、代表的な平面図形である正方形・長方形・平行四辺形・ひし形・台形などについて、描かれた図形を見れば一応名称はわかるが、その図形を他の図形と区別するための特徴ともいべき事項については、明確になっていないということである。

次に、調査問題¹⁵に関するものとしては、代表的な立体図形である直方体についての概念が明確になっていないようであり、真の形と見かけの形との区分が不明確である者が相当数あることである。これらの子どもをできるだけ少なくするためには、初期の段階において具体物を用いたり、操作を通すことによって理解を容易にさせるなど、指導上のくふうが望まれるのである。

イ 中学校第1学年の場合

この学年の調査問題の特徴は、図形教材の4問全部が選択法の問題であったことである。これが影響しているのであろうか、調査問題¹⁵を除いて他の3問は比較的高い正答率(62.6%~87.7%)を示しているので、かなり多くの生徒がよく理解しているように思われるが、選択法の問題の場合は正答であってもそれはまぐれあたる場合もあり得るので、正答率を見ただけではその良否を判断することは早計のように思われる。

調査問題の応答調査の結果からは、まぐれあたりかどうかについてはうかがい知ることができないが、分析的問題による調査や、面接調査の結果から、まぐれあたりや直観による判断がかなりあったことが判明した。基本的事項で不備なものとしては、縮尺の意味がよくわからない者、縮尺の計算ができない者、回転体の図形において、回転軸そのものについてもよく理解されていない生徒があったのである。選択法の問題でありながら調査問題¹⁵の正答率のみが目だって低い(39.1%)ということは、立体図形の概念をとらえることが生徒にとって困難であることを

示しているようであり、小学校第5学年の調査問題15の直方体の場合と考えあわせて、立体図形の指導については、理解を容易にさせるためのくふうが必要であるように思はれる。

ウ 中学校第3学年の場合

この学年で特に目だったことは、三角形の合同条件や、線分比、相似比などについてはかなりよく理解しているのであるが、論証の問題において、問題を読んで条件と結論を明確に区別できなかったり、それらを文字や記号を使ってうまく表現できないことである。また、平行線における錯角をまちがって記憶している生徒がかなりあったことや、三角形の面積は求められるが四角形となると困難を感じる生徒が多いことなどである。

エ 各学年を通じて

小学校第5学年、中学校第1学年および第3学年を通じて、直観的に判断することについては、鋭いものを持っているが、その根拠になるものというべき基本的事項については、問題の種別によって一様ではないが、概して貧弱である。

c 子どもの思考過程やつまづきやすい点

先にも述べたように、今回の図形に関する調査問題では、動的な思考を要する問題が多く取り入れられていたのが特徴であるが、これらに対して子どもの弱点が最もよくあらわれていたように思われる。立体図形の部分的要素であるいくつかの正方形や長方形をもとにして、立体図形を頭の中に描くことや、長方形の紙を折ったり、開いたりする操作を念頭に描くことによって、角の大きさや図形の形を判断すること、直角三角形の一边を回転の軸として回転させた場合にできる回転体を念頭に描くことなどに困難を感じる生徒がかなりいることである。また、教科書でなじんでいる一般的な図形の向きであれば正しく答えられるが、図形の向きがかわると正答率が下がることなども、図形指導上留意すべき事項として対策を考慮する必要があると思われる。なお、論証の問題についても既述のとおり、基本的事項はある程度理解されておりながらそれらを根拠として筋道を立てて推論を進めるところに困難があるようで、この面に対する指導上のくふうも要望されるところである。しかしながら、これらの問題は単なる知識を注入するのみでは解決できることではなく、具体物を用いたり、操作を通すことによって図形の概念を明確にするとともに、図形を動的にとらえいろいろな角度から眺め、自ら発見的に学習していく態度や能力の養成もあわせて肝要であるといえる。

d 学年間の図形の関連性や発展性

学年間の図形の関連性や発展性を見るために、小学校第5学年の調査問題13に関する分析的問題A₀を中学校第1学年および第3学年に、また中学校第1学年の調査問題14に関する分析的問題C₀を中学校第3学年の生徒に実施し、さらに、面接調査の際には、小学校第5学年の調査問題15に関する分析的問題を中学校第1・3学年の生徒に試みた結果によれば、学年の進むにつれていくぶん発展の様子は見られるが、小学校第4学年で学習したはずの直方体に関する事項や、小学校第6学年で学習したはずの点対称に関する事項などについては、理解が定着していなかったせいか正答率にその差が見られず、発展していないようである。また、平面図形である正方形を判定する能力については、むしろ中学校第1学年の生徒が小学校第5学年の子どもより劣っているといっ

た結果であった。これらは、現行の学習指導要領による図形教材の配当が断片的で系統性に欠ける点があることなどが大いに関係していると思われるので、今後じゅうぶんに考慮しなければならない事項であるといえる。

あ と が き

「全国学力調査の結果に関する分析的研究」は、大竹大三、若林兵三、沢田勉、片桐安治の4名をメンバーとする小委員会によって推進された。このメンバーのうち、全体の企画を片桐安治が担当し、若林兵三が算数・数学についての研究を担当した。

参 考 文 献

(若林兵三)

- ・ 小学校算数・中学校数学 各社教科書
- ・ 京都市立教育研究所 研究紀要第64集
- ・ 新潟県立教育研究所 研究紀要第45・47・53集
- ・ 文部省 小学校算数指導書
- ・ 文部省 中学校数学指導書
- ・ 石谷茂・渡辺幸信著 図形の新しい指導(明治図書)
- ・ 戸田清・和田義信監修 図形の指導(金子書房)
- ・ 遠山啓著 教師のための数学入門図形編(国土社)