

# 比の三用法の指導について

新津市立結小学校教諭 丹波 武雄

## I はじめに

数量関係の中でも、比の用法は子どもたちにとってたいへん困難を感じる教材である。また、指導する側からみると、たとえば比の第二用法に当る「160円の $\frac{3}{4}$ 」という場合に「 $160 \div 4 \times 3$ 」とするなど分数の乗除の意味の理解や適用ができないことや、基準量を1とみることの考え方の困難さ、また $B = A \div P$ の第三用法はPが分数、小数の場合は等分除の拡張に当り、除法であることが見えにくいなど、いろいろ指導上の困難点がある。

この教材は乗法・除法など数と計算に関連する上、比の値Pが一定である2つの量を変量と考えれば比例に発展する。また、この用法を適用する場面は日常生活にもよく現われ、応用範囲が広く重要な教材である。

このように子どもにとっては困難な教材であり、算数科では重要な教材である比の三用法の指導をどのようにしたらよいか、数学的な考えを育てるという立場で6年生の指導を通して実践研究することにした。

## II 研究の目的と仮説

この教材の指導内容は、三用法について理解を深めることと、これを有効に問題解決に用いることにある。6年生の指導内容は割合Pが分数・小数の場合も  $P = A \div B$   $A = B \times P$   $B = A \div P$  として求められること、またPが百分率や歩合で表わされている場合にも比の三用法を用いることができることになっている。

比の用法はこのように、かけ算・わり算の意味づけで、例えば $A \times B$ といたらBというのはAを単位にして測った数だという考えにしておくと、Bが小数や分数になった場合にも無理なくやれるものとする。それには整数も小数も分数も同じ数のなかまであるという意識をもたせることがたいせつで、このことを理解させるには数直線の活用が有効であろうと考える。

右の数直線で問いかけていることは20円を1とみる (貯金)0  $\times$  20円  
と $\frac{3}{4}$ はいくらかということである。20円を1とみると (割合)0  $\frac{3}{4}$  1 2  
いうことは20円を単位にして測定するというこ  
事である。したがって $20 \times \frac{3}{4}$ と演算決定ができるはずだ。20円の $\frac{3}{4}$ という場合に $20 \div 4 \times 3$ とする段階では、 $\frac{3}{4}$ というものを数としてしっかり確立してないのであって、比の用法すなわち分数の乗法の意味の理解や適用ができたとはいわれない。問題に示された各量を数直線上に表わし、それらの関係から $A = B \times P$ の公式が妥当であることを視覚的に理解させることが必要である。

次にこの三用法を問題解決に有効に用いさせるという指導内容があるが、いうまでもなく問題解

決はただ答えが出ればよいというものではない。求めるものが何であるかによって3通りの公式の形にまとまるが、この3通りの公式はそのうち1つから他が導き出される関係にあることを明らかにし、3つを対等と思わせないで、 $A=B \times P$ のかけ算の形を中心に他は代数的に導くという扱いをすることは問題を簡単に処理できるばかりでなく数学的な考えである形式化へもつながることでありたいと考えている。

以上述べたようなことから研究仮説を次のように設定した。

1. 比の三用法の理解を深めるために、数直線を用い問題構造を明らかにすることは有効である。
2. 比の第二用法、 $A=B \times P$ の公式を中心にし、他は代数的に扱うことは思考の節約にもなり、いろいろな問題を簡潔に処理でき、数学がねらっている形式化、一般化するという考えが育つ。

### Ⅲ 研究内容と方法

#### 1. 対象児童

6年生1クラス、男子16名、女子17名、計33名、算数総合標準学力検査の学力偏差値をもとに、上・中・下位群各10名を選び、研究の対象にした。上位群(知能偏差値64~53) 中位群(知能偏差値52~45) 下位群(知能偏差値44~35)

#### 2. 研究方法

現在担任している学級の児童を対象にして、一群法による実験を計画した。それは実践過程における子どもの学習状態を記録し、学習前と学習終了直後にテストを実施し、学習効果を測定する。

#### 3. 指導計画

時数	題 材	指 導 内 容 ( 目 標 )
2	割合にあたる量の求め方	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A=B \times P</math>のPが分数のときAを求める。</li> <li>• 公式に文字を使う。</li> <li>• 数直線に問題構造を表現する。</li> <li>• 比の値を使ってAを求める。</li> </ul>
2	もとにする量の求め方	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A=B \times P</math>の公式にあてはめてBを求める。</li> <li>• 数直線から作問する。</li> <li>• 比の値を使ってBを求める。</li> </ul>
2	公 式 の ま と め	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 比の三用法の公式をまとめ、その相互関係を明らかにする。</li> <li>• <math>A=B \times P</math>の公式にあてはめて問題を解く。</li> </ul>
4	いろいろな問題	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A, B, Pが直接示されていない場合の問題を解く。</li> </ul>

#### 4. 指導の実際

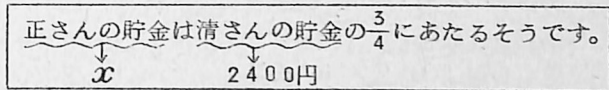
指導計画に従い、10時間で指導した。教科書の問題を印刷し、31枚のプリントを児童に使用させ教科書、ノートは使用させなかった。記録を正確に残すため児童には消しゴムを使わせないで

間違ったときは――で消させ思考の跡を残させ、教師はマイクを使いテープレコーダーで発言などの記録をとった。

授業記録（指導過程の概要）

〔第1, 2時〕

- ①文章を簡略化して読ませるため、右のような活動をさせた。



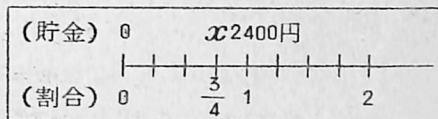
- ②(割合にあたる量) = (もとにする量) × (割合)  
 $a = b \times P$

として、公式に文字を使うことに約束させた。

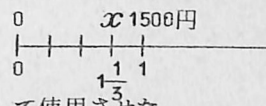
- ③公式にあてはめて立式するとき、何が、 $a$ 、 $b$ 、 $P$ にあたるかということがなかなかはっきりしない者がいた。

(正)  $x = 2400 \times \frac{3}{4}$  (21名)  
 (誤)  $2400 = x \times \frac{3}{4}$  (9名)

- ④ $x = 2400 \times \frac{3}{4}$ として立式してよいことを数直線に書かしたが、ほとんどの者が書けた。下位群に書けない者があった。



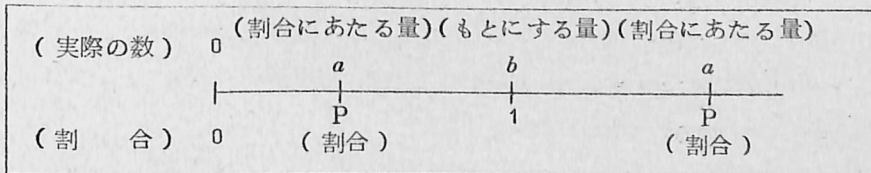
- $P$ が $1\frac{1}{3}$ などのとき、右のような誤りをする者があった。



- ⑤解決の手順を身につけさせるため、プリントに次のように印刷して使用させた。

㊦答の見当 ㊦数直線 ㊦使う公式 ㊦立式 ㊦答

- ⑥教室の前面に本時に学習したものとして ②の公式カードと下の数直線のカードを貼った。



〔第3, 4時〕

- ①問題 春男さんの家の畑の面積は $30a$ で、これは田の面積の $\frac{2}{5}$ にあたるそうです。田の面積はどれだけか。

㊦答の見当 ㊦数直線 ㊦公式 ㊦立式 ㊦答……という順に授業を進めた。

㊦答の見当は( $30a$ より大)という結果で、ほとんど正解であった。

㊦数直線に表わす作業では、中位群(2), 下位群(6)名の者がうまく表現できなかった。

㊦公式は、 $a = b \times P$ を使っている。

㊦立式  $30 = x \times \frac{2}{5}$  上位群(100%) 中位群(100%) 下位群(90%)で正解。

㊦答  $x = 30 \div \frac{2}{5}$

$= 75(a)$  上位群(100%) 中位群(100%) 下位群(70%)で正解。

- ②ここで等式の考えで $x$ を求める学習をやった。

③その後4問題やらせたが、下位群はなかなかスムーズにいかなかった。

④第4時では比の値を使ってBを求める問題を扱った。

[ A村とB村の面積の比は5:3で、A村の面積は25km<sup>2</sup>です。B村の面積はどれだけか。 ]

①求めるものは何か( B村の面積 )……全員正解

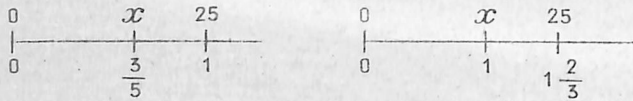
②答の見当( 25km<sup>2</sup>より少ない ) 下位群で1名わからなかった。

③数直線に書く。

第2時で  $\left( \begin{array}{c} 0 \qquad \qquad \qquad x1200円 \\ |-----|-----| \\ 0 \qquad \qquad \qquad 3 \quad 4 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{c} 0 \qquad \qquad \qquad x1200円 \\ |-----|-----| \\ 0 \qquad \qquad \qquad \frac{3}{4} \quad 1 \end{array} \right)$  このように基準量を1として考えるように指導したのだが、まだ左側のよ

うに表わした者がいた。

A村を基準にして考えた者と、B村を基準にして考えた者があつた。



④公式は全員  $a = b \times P$  を使って立式している。

⑤第1問は共同学習で検討し、第2問以後はグループで検討させるという流れをとつた。

[ 第5, 6時 ]

①  $a = b \times P$      $P = a \div b$      $b = a \div P$  の3つの公式についてまとめる。

3つの公式はそのうち1つから導き出される関係にあること、 $a = b \times P$  のかけ算の式を使うことにした。

② (長方形の面積) = (たて)  $\times$  (よこ), (道のり) = (速さ)  $\times$  (時間), (円周) = (直径)  $\times$  3.14……などは  $a = b \times P$  の形をしていて、同じ関係であること、また文字を使うといっそう形がはつきりすることを理解させた。

[ 第7, 8, 9, 10時 ]

①  $a = b \times P$  の公式を中心に関係を整理して、 $a$ ,  $b$ ,  $P$  が直接示されていない問題を解く練習をさせた。

②自分のやったことを相手にことばで説明できるようパターンを示し練習させた。

(どんな問題か)  $\rightarrow$  (公式)  $\rightarrow$  (要素と公式との関係)  $\rightarrow$  (立式)  $\rightarrow$  (計算)  $\rightarrow$  (答)



## IV 結果と考察

### 1. テスト問題

- テスト 1 (観点)  $A = B \times P$  の  $P$  が  $\frac{n}{m}$  で表わされている場合に  $A$  を求められるか。(問題省略)
- テスト 2 (観点)  $A = B \times P$  の  $P$  が比で表わされている場合に  $A$  を求められるか。(問 # )
- テスト 3 (観点)  $A = B \times P$  の  $P$  が  $\frac{n}{m}$  で表わされている場合に  $B$  を求められるか。(問 # )
- テスト 4 (観点)  $A = B \times P$  の  $P$  が比で表わされている場合に  $B$  を求められるか。(問 # )
- テスト 5 (観点)  $A = B \times P$  の  $B$  が直接示されていない場合の問題が解けるか。(問 # )
- テスト 6 (観点)  $A = B \times P$  の  $A$  が直接示されていない場合の問題が解けるか。(問 # )
- テスト 7 (観点)  $A = B \times P$  の  $P$  がそのまま使えないとき  $A$  を求められるか。(問 # )
- テスト 8 (観点) 数式をみて作問できるか。(問 # )
- テスト 9 (観点) 問題構造を数直線に表わすことができるか。(問 # )
- テスト 10 (観点) 問題を読んで、 $A$ 、 $B$ 、 $P$  の判定ができるか。(問 # )
- テスト 11 (観点) 小数、分数の乗除法ができるか。(問 # )
- テスト 12 (観点) 「割合の割合」の問題が解けるか。(問 # )

### 2. テストの結果と比率の差の検定

(事前, 事後テストの結果)

		全 体		上 位 群		中 位 群		下 位 群	
		前	後	前	後	前	後	前	後
テスト 1	正解者数	20	26	10	10	5	10	5	6
	比率の差	※							
テスト 2	正解者数	17	23	9	10	5	9	3	4
	比率の差	※							
テスト 3	正解者数	12	23	4	10	5	9	3	4
	比率の差	※		※					
テスト 4	正解者数	16	26	7	10	6	10	3	6
	比率の差	※ ※							
テスト 5	正解者数	8	18	6	9	1	6	1	3
	比率の差	※ ※							
テスト 6	正解者数	10	18	7	10	2	6	1	2
	比率の差	※							
テスト 7	正解者数	4	23	4	9	0	10	0	4
	比率の差	※ ※				※ ※			

テスト 8	正解者数	7	18	4	10	3	6	0	2
	比率の差	※	※	※					
テスト 9	正解者数	11	25	6	10	4	10	1	5
	比率の差	※	※			※			
テスト 10	正解者数	11	21	3	9	6	7	2	5
	比率の差	※	※	※					
テスト 11 (小数の除法)	正解者数	19	28	9	10	6	10	4	8
	比率の差	※	※						
テスト 12	正解者数	8	18	6	10	2	6	0	2
	比率の差	※	※						

(※印は5%, ※※印は1%の危険率で差が認められる)

### 3. 結果の考察

- テスト1～7は式と答の両方ができている者を正解者数とした。テスト1を例にとると、式  $4600 \times \frac{3}{4}$  を正解とし、 $4600 \div 4 \times 3$  や、 $\frac{3}{4} \times 4600$  は正解としなかった。それは、指導によってそこまで高めなければならないと考えたからである。
- テスト6の  $A = B \times P$  の  $P$  を求める第一用法の問題など学習前のテストでは正解者は全部  $A \div B$  と立式しているが、 $A = B \times P$  の公式を中心に指導した後のテスト結果は、 $A = B \times x$  と立式している。このことは当然の結果であり、式と計算は別のものであるという指導をしたことや、子どもたちが、「これは割合の問題だから  $A = B \times P$  の公式にあてはめて立式すればよい」というふうに形式的に処理するようになった結果だと考える。
- テスト8は数式をみて作問する力をためしたもので、指導前はあまりできなかったが、指導過程の中へ数式や数直線から作問するという活動を入れたことは、そのことへの理解を深めるのに役立ったと思う。
- 授業を通して感じたことは、子どもたちが問題文を読むとき鉛筆でアンダーラインを引いたり、図を書いたりして考えるようになったこと、また、自分のやったことを相手に説明するとき、要領よく説明ができるようになったことである。それは、第5時までの指導で問題解決の手順を身につけさせるために、プリントに必ず ①求めるものは何か ②答の見当 ③どんな公式を使うか ④立式 ⑤求答 ⑥確かめ(数直線)と印刷し学習させたことが一つのパターンとして身についたのだと思う。
- 全体としてみると、指導の効果があつたと言える。しかし、各群についてみると、上、中位群には多少学習効果があつたと言えるが、下位群については問題があり、指導方法等について再検討する必要がある。