児童・生徒が自ら結果を検討し，処理していく能力や態度を育成する指導のあり方とその実践

関　恵一[1]　町田一伸[2]　吉原義和[3]　遠藤育子[4]
鈴木セイ[5]　遠藤　寿[6]　本間　司[7]　小出　洋[8]
佐藤勝己[9]　岸本賢一[10]　吉田　泉[11]　笹川克典[12]

I　はじめに

毎日の算数・数学学習の中で，児童・生徒は与えられた課題に対して，答が出ればよい・解ければよいとする姿を見せることがしばしばある。

この１つの現実は課題と解答とがまさに細い１本の糸でつながれているだけの解決への道であってなんとも心もとない。自分の考えを自信を持って主張する態度，数学本来の目的である統合的発展的に考察する態度などの欠如が目につく。

そのような解決法を身につけている児童・生徒は，課題のもつ構造まで洞察した深い理解に達していて真の学力を身につけているとはいい難い。このことは，まったく同じ構造でありながら，ちょっとした条件の変更ですぐにつまづきを示す多くの例をみても明らかである。また，そのような細い１本の糸でしか結ばれていない解決からは，学ぶよろこびをともなった学習の場まで到達することはできず，逆に，算数・数学ぎらいの児童・生徒を生み出してしまうことになりかねない。

このような現実の姿が生まれてくる原因はどこにあるのだろうか。その多くは指導する教師のかまえ，児童・生徒が受けてきた指導のつみかさね，さらに結果のみを求めることの多い社会的要求などに起因するものと考える。

これらの現実の姿を解消し，望ましい学習を進めることができる児童・生徒に育てる方策を立て，その実施を急がなければならない。われわれは，本研究主題を究明することが，そのための１つの有力な解決策になると考え，その実践にとりくんだ。すなわち，細く弱々しくつながれていた解決への道を，児童・生徒が課題の構造まで考察し，自ら得られた結果を検討することにより，まず強められるであろうし，その上に，検討する過程から生まれた考え方，原理を発展させていくなどして，より太い，確かな過程にそって解決へと進んでいくであろうと考える。そして，そのことが自主性，創造性をもった学習を展開する誘因になるものと考える。

１：県立教育センター所員　２：県立教育センター所員　３：上越市立南本町小学校教諭
４：長岡市立表町小学校教諭　５：三条市立大崎小学校教諭　６：長岡市立中島小学校教諭
７：燕市立燕西小学校教諭　８：朝日村立猿沢小学校教諭　９：上越市立第二中学校教諭
10：巻町立巻中学校教諭　11：新発田市立猿橋中学校教諭　12：柏崎市立第一中学校教諭

Ⅱ　研究の目的と仮説

1　研究の目的

われわれは本研究主題にそって実践研究を進めるにあたって，大きく次の3つにその目的をおいた。

(1) これからの数学教育のあり方を求めて

これからの数学教育のあり方は児童・生徒側からみたとき，前述の1つの現実の姿から一歩進めて，結果があやまっていないことを確信するため検討すること(たとえば，検算等)までで止まってしまってはならない。さらにその状態から脱して，次のような姿をとれるようになることが望ましいと考える。

ア．多様な考察を進め，いろいろな方向からその課題に立ちむかうことによって，その課題のもつ構造を把握するまでに理解を深め，そこから，自ら結果を検討するようになる。

イ．検討の過程で得られた概念，原理を発展させ，類似の場面だけでなく，一見，まったくちがったものと思われる内容にまで適応させ，統合的にとらえるようになる。

ウ．課題が解決できたで終らず，その課題のもつねらいや存在理由までさぐってみるようになる。

児童・生徒が上のような姿をとれるようになったときには，単に解決できた，終ったとすることから，数学そのもののもつ内容のすばらしさに直面し，感嘆していくことであろう。

また，これからの数学教育のあり方を教師側からみたとき，題材を教えこむ，あるいは，答の出し方を伝達する，結果の正誤だけで評価する，などの指導体勢から脱して，次のような立場をとることが大切であると考える。

ア．児童・生徒の理解の程度をみきわめ，その課題の構造をとらえるまで理解が深まっているかどうか検討する。

イ．児童・生徒の発達段階に応じて，その課題に対する適切な検討する力を明確にし，助言できる体勢をつねに用意している。

ウ．児童・生徒の出した結果を評価するとき，その正誤だけによってではなく，解決の着想，過程，誤りにおちこんだ原因など，児童・生徒の示した過程をも評価の対象としてとりあげてやり，児童・生徒の検討しようとする意欲を大切にしてやる。

教師が上のような立場をとることによって，算数・数学の学習に，児童・生徒が自主的・意欲的にとりくむようになることが期待できると考える。

このような，児童・生徒側，教師側の両面から考察することを，われわれの研究の目的の第1とした。

(2) 検討の必要性を自覚させる

われわれの研究でめざした結果の検討は「同じ過程をもう一度たどってみて確かめる。」検討ではなく，思考過程の検討を中心にした。それらは，

ア．解決にいたるまでの思考を多様化する。

イ．解決されたものを，他の方法で考察しようとする。

ウ．他人の考えを聞き入れ，自分の考えをもう一度検討する。

といった内容のものである。

児童・生徒がそのような考えをもって学習にとりくむとき，算数・数学の内容を自分でわかったという実感をもてるようになると考える。

その結果，単に答を出せばよいという認識から，自ら結果を検討することの必要性，重要性，有用性を感じとるにちがいない。

上のような指導のあり方を求めて，授業研究をし，それによって，検討の必要性を自覚させる指導過程を考察することを第2の目的とした。

(3) 「検討する力」がどのように作用するかを究明する

見通しを立ててみたが，それが正しいかどうか検討しなければならない，自分で出した結果を検討する，あるいは，検討の過程で生まれた考え方や原理を発展させるなどを実践しようとするとき，つねにその人に「検討する力」がそなわっていなければならない。

われわれは個々の課題に対して，どんな検討する力が働くかという分析ではなく，おもに次のような観点から「検討する力」を究明することを第3の目的とした。

ア．1つの課題を検討しようとするとき，検討する力がどのようにして児童・生徒に想起されてくるか考察をする。

イ．1つの課題に対して，それに必要な検討する力を想起させるために，教師はどんな働きかけ方をすることが有効か。

ウ．児童・生徒が検討しようとする状態まで至らないとき，教師はどのような役割を果たすべきか。

上のような点について考察した後，いくつかの課題について，分析を試み，授業研究で実践し，児童・生徒の実態をは握しようとした。

以上のわれわれの研究目的の有効性を裏づける根拠の1つとして，現行の学習指導要領に示されている，次の算数・数学科の具体的目標(4)をあげることができる。

（小学校）： 事象の考察に際して，数量的な観点から，適切な見通しをもち，筋道を立てて考えるとともに，目的に照して結果を検討し，処理することができるようにする。

（中学校）： 事象の考察に際して，適切な見通しをもち，論理的に思考する能力を伸ばすとともに，目的に応じて結果を検討し，処理する態度を養う。

特に，上記の小・中の目標(4)の後半の内容が，従前の学習指導要領では直接示されていない新しいねらいである。このことは，従前の算数・数学教育における1つの反省点をあげているものとも考えられる。

2　研究の仮説

本研究の目的を達成するために，指導のあり方として，次の3つの仮説を立て，それらにそって，討論，実践報告をしあい，最後にその実践を授業研究でまとめた。

（仮説1）： 教師は指導過程をくむとき，児童・生徒が結果を検討する必要感をもつような場の構成をすることが大切である。それらのつみあげによって，児童・生徒が自ら結果を検討し，処理していく能力や態度が身につくものと思われる。

（仮説２）：　児童・生徒が自ら結果を検討し，処理していく過程に表われる，課題の構造に着目させることによって，原理・法則をよりよく理解する能力や態度が身につくものと思われる。

（仮説３）：　児童・生徒ひとりひとりは，自ら結果を検討したり，その過程を通して考え方を発展させていくとき，それに必要な"検討する力"を備えていなければならない。

その"検討する力"を事前に捉えて授業に臨むことが，児童・生徒の検討する力を伸ばす要因となろう。

もちろん，この３つの仮説は，それぞれ独立しているものではなく，互いに相補し合うものと考えられるが，研究をすすめる手順として，個々に列記し，その１つ１つを追求する授業を構成しようとした。

Ⅲ　研究の経過

この研究は，昭和４８年度教育センター定期研修員１０名と，センター所員２名によって，ほぼ月１回集まり，研究主題について研究協議を重ねたものである。主題にせまるためのサブテーマを設けて，それにそって，各自指導実践例をもちより，その報告・討論をすることから研究が進められた。その過程から，本研究主題への共通理解が生まれ，研究目的を明らかにし，研究仮説を設定した。

その仮説を実証するために，各仮説を受けて，３つのグループができ，各グループ毎に教材例の検討授業研究にあたっての指導案の検討を行ない実践に入った。

１　サブテーマとそのおもな論点

（サブテーマ１）：「児童・生徒が自ら見通しをたてて解決することができたと考えられる具体的課題と，その解決に至る過程」について，指導実践例をもちよる。

各実践報告に対して，およそ次のような研究協議があった。

(ｱ)　「児童・生徒の解決の見通しは，どのような観点から成り立っていくのだろうか。」

- 類推，類別，整理，関連，連想，対比，あてはめ，単純化，直観，…………
- 問題解決への意欲，数学への興味関心の高まり，おどろき………
- 学習方法の体得ー拡張してみよう，他の解決法はないか，答の意味するものは何かー。

(ｲ)　「児童・生徒が解決の見通しをうまく立てるためには，教師はどのような役割を果たすべきか。」

- 何を与えてから児童・生徒に見通しを立てさせるかを明確にしておく。
- 児童・生徒の思考や見通しには論理性がないことが多い。これにいかに論理性をもたせるか。
- 児童・生徒の思考や見通しには断片的なことが多い。これをいかに全体集合に着目した考察までたかめるか。
- 児童・生徒の立てた見通しをどのように検討，処理させるか。そのための手段や方法を準備しどこで働きかけるか。

（サブテーマ２）：「結果の検討が児童・生徒によって適切に行なわれた課題および，その検討方法」について平素の実践の中から事例をあげて考察する。

(ア)「検討する方法として，どのような場面でどのような検討方法があるか。」
（後述の実践例参照）

(イ)「検討の指導のパターン」としてどのようなものが考えられるか

- 個人で検討する。
- 児童・生徒同志で検討する。
- 教師の助言を受けて，児童・生徒が検討する。
- 児童・生徒の発表 ——— 教師修正。
- 教師からの方法・考え方の提示後ともに検討する。
- 教師による検討の範例

（サブテーマ３）：「結果の検討，処理のしかたを分類し，研究の目的を考察し，研究仮説を確立する。」

この段階の協議で，前述の研究目的，研究仮説について深めあい，仮説の実証のための研究体制を分担しあった。

2　研究体制

研究仮説を実証するために，各仮説にそって，３つのグループにわかれた。そのグループは：———

第１グループ　　結果の検討　（仮説１を受けて）
第２グループ　　検討した結果からの発展　（仮説２を受けて）
第３グループ　　検討する力　（仮説３を受けて）

これらの各グループではおもに，次の２つをその研究内容として進めた。

(1) 各仮説について論究する　（本文Ｐ６～Ｐ13参照）
　・主題との関連　・効果的と考えられる教材の展開例　・その他
(2) 各仮説のうえに立って，適切な教材について授業実践する　（本文Ｐ14～Ｐ58参照）

3　授業案検討の観点

本研究主題を前記の３つのグループの立場から考察を進め，各立場からみて最も適切と考えられる題材をあげ，授業研究の実践を通して究明しようとした。

その際，各自の授業案を次の観点から検討を加え，練り直し，実践に入った。

(1) 各グループの観点からみて，扱う題材は適切であるか。
(2) 児童・生徒の反応がじゅうぶん予想され，それを教師はどう受けとめていくかが配慮されているか。
(3) 児童・生徒が自ら検討を進められるような場が構成されているか。また，教師はいつ，どんな役割を果たすかが配慮されているか。
(4) 児童・生徒の考察や検討の方法をいかに多様化させるか。さらに，それらをいかに有効な方向へ導いていくかが配慮されているか。

Ⅳ　研究主題をとらえての指導のあり方

1　結果の検討

(1) 研究主題との関連

第1章に述べられている現状を改善していくためには，次のことがらが考えられる。

ア　結果を検討しなければならなくなるような課題の提示を考えること。

イ　意図的に検討の場を設定し，より合理的な方法を導きだすこと。

ウ　課題の構造に目を向けさせる提示のしかたを考えること。

これらのことを日常の授業の中でもっと試行し，積み重ねていくことが，1つの課題に対し，多様な思考をめぐらせたり，単に結果を出すことから脱却し，結果を出す過程を分析したりすることになり，自分なりに新しい解き方や法則性などを発見したりする喜びも経験できるであろう。

それらの経験が，課題に意欲的に取り組む主体的学習活動をうながし，結果のみならず結果を導きだす思考過程を大切にする態度を生み，結果を検討し，処理する能力や態度の育成につながると考える。

(2) 結果を検討する方法

結果を検討する手段・方法は，大別して2通りが考えられる。

ア　得られた結果に目を向け，誤りはないか調べる。

自分の思考の流れをもう一度確かめてみる場合と逆にたどってみる場合が考えられるが，そのとき大切なことは，解決への見通しをどう持ったかである。得た結果を課題の持つ条件や求答事項に照合してみるという検討の方法である。

イ　他の方法で解いた結果と比較してみる

例えば，ある課題を計算によって結果を得たならば，表で解くとか図で表わしてみることである。もちろん観点を変えた計算によって求める場合もある。要は，解決の視点を変え，得た結果からひとまず離れて，別の観点から解決に向かい，得た結果を比較する検討の方法である。この検討の方法を進めて行き，合理的な方法に目を向けさせていくならば，課題の本質を見きわめ，一般化へと発展しよう。

この2つの方法に共通して大切なことは，問題の読み取りであろう。問題場面や与えられた条件をとらえ，自分で問題構造を明らかにする力だと思う。

(3) 効果的と考えられる教材の展開例

ア　課題の提示例

例1　作問させる　（小学校5年）

かず子さんの家から学校までは1200mあります。かず子さんは分速80mで学校から家に向かって，妹は分速70mで家から学校へ向かって歩き出しました。	左記の文から問題を考え，題材のねらいに合ったものを選び展開する。意図は，問題をつくりあげていく過程で，条件の見取りや関係把握の力をのばしていこうとするのである。
例2　条件の不足　（小学校4年） はるおさんの組は，1つのはんだけが6人です。	条件の過不足の問題を与えて，何が不足か，何

ほかのはんは7人です。

この組の人数は，なん人でしょう。

が不要かを見抜かせ，問題の関係把握を確実にさせようとするものである。

イ　結果の検討例

例3（6年）整数×分数

①分数を整数になおして

(a) $5\times\frac{3}{4}=(5\div4)\times(\frac{3}{4}\times4)$

$=5\div4\times3$

$=\frac{5}{4}\times3$

$\frac{3}{4}\times4=3$ から，乗数を4倍したから，被乗数を4でわればよい。

(b) $5\times\frac{3}{4}=5\div4\times3$

$=\frac{5}{4}\times3$

$\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\times3$ だから，5Kmの$\frac{1}{4}$は$5\div4$で，それを3倍すればよい。

(c) $5\times\frac{3}{4}=5\times3\div4$

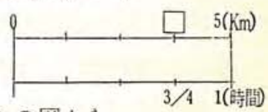
$=\frac{5\times3}{4}$

$\frac{3}{4}=3\div4$ から5Kmを3倍すると$\frac{3}{4}$時間の4倍になるので，4でわればよい。

②小数にかえて

$5\times\frac{3}{4}=5\times0.75$

③図にかいて

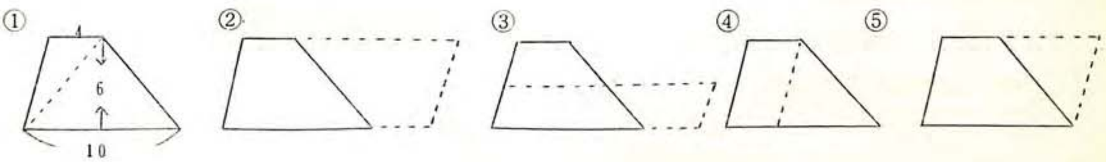


この図から

$5\div4\times3$を導く

この段階で②は，$\frac{3}{4}$でなく$\frac{2}{3}$ならばいつも使えるとは限らないが，それ以外はどの考え方も良いことを確認し，いろいろな考え方で共通しているものを話し合わせた。整数×分数の意味の拡張をはかり，分数×整数と同様で，$a\times\frac{c}{b}=\frac{a\times c}{b}$ の式で一般化した。

例4（5年）台形の面積



$(4\times6\div2)+(10\times6\div2)$
$=(4+10)\times6\div2$

$(4+10)\times6\div2$

$(10+4)\times(6\div2)$
$=(4+10)\times6\div2$

$4\times6+(10-4)\times6\div2$

$10\times6-(10-4)\times6\div2$

∴　④⑤の解き方は式の観点から検討し，$(4+10)\times6\div2$に最終的にはまとめられることを確認する。

(4)　検討する場

検討を加えるのは結果を得てからだけではなく，思考して行く過程でも行なわれているであろうが，それは個人の意識の中にあって，具体的な姿としてとらえにくい。

そこで結果を得てからについて考えると，大別して次の3通りである。

ア　自分で結果をたしかめる

個人での検討は，最も大切な基本であるが，観点が固定しやすく発展しにくい。

イ　グループによる検討

発言や質問が自由で，考え方が徹底するが，グループによっては多様な考え方が出ない場合がある。

ウ　学習集団全員による検討

多様な考え方が期待されるが，発言の機会が制限され考え方の理解に徹底を欠きやすい。

どれが適しているかは，教材の内容や児童・生徒の実態によって変わるであろうが，学習の展開にあたってこれら3つの場を適当に組み合わせ，併用することを意識的に計画していかなければならない。

2　検討した結果からの発展

(1) 研究主題との関連

結果を検討する過程から生じた考え方を一般化し，発展させようとする指導を試みることは，児童生徒の論理的な思考力を伸ばし，多面的な見方を育てるだけでなく，創造力を養い，主体的な学習態度を育成する上できわめて重要な指導法のひとつであるといえる。

結果の正誤よりも思考過程を大切にした授業をすべきであるといわれ，その内容として次のものがあげられている。①思考の多様化をはかる。②問題解決にあたり自ら見通しを立てて処理する。③観点を変えて問題を解く。④思考をいろいろな方法で表現してみる。など。

ここでは，児童生徒に検討の場を与え，検討を深める中にその課題の構造を明らかにしていく。その過程から生じた原理・法則を抽出する，条件を変えても変わらない原理・法則を一般化する，その結果をさらに広げて他への適用をはかる，など「検討した結果からの発展」について追求しようと試みた。

すなわち，児童生徒が，自ら結果を検討し，処理し，一般化していくための課題のもつ条件，指導の場の構成，教師の働きかけなどがどうあったらよいか，いかなる留意点が必要かを考察してみたわけである。

(2) 授業における留意点

本主題に迫るための授業に際しては次の事項に留意した指導が必要である。

① ねらいを明確にもつ。

ア　何を検討させるのか，何を一般化し発展させようとするのかを明確にしておく。

イ　児童生徒が十分に検討できる課題を取り上げる。

・ 既習の知識・方法を駆使することができるもの。
・ 問題の構造・系統性・類似性を見ぬくことに価値のあるもの。
・ 数量関係や図形の基本的な特性や形式が他の問題にも保持されるもの。

② 一般化や統合をはかる。

ア　問題の条件を整理統合して総括的に見ることによって，統合することができないか考えさせる。

イ　式を変形してみたり，用語や式を置き換えてみることによって統合することができないか考えさせる。

ウ　既習の教材で同じ構造をもつものを統合することができないか考えさせる。

③ 課題の発展をはかる。

ア　課題の構造や過程の論理について検討させ，不変性，適応性をとらえて，もっと多くの場面への発展を考えさせる。

イ　条件の一部を変更して得られた結果をどこに適用できるか考えさせる。

(3) 指導過程

児童生徒の思考の多様化をはかり，結果を検討することによって一般化，発展，拡張させるために，授業過程の中に検討する場を設け，そのための時間を考えねばならない。そのような段階として，次の

3つの段階が考えられる。

① 結果を再確認しようとする段階

ア 課題に対して自分なりの予想と仮説をもたせる。そして推論し，それを検証する。そのとき，その結果をもう一度疑い，その推論の過程を再確認しようとする段階

イ 他の方法（推論）で同一の結論が得られるかどうか，異なる推論を試みようとする段階

ウ 各自の得た推論の結果を共通の場に出し，自分の考えた過程，結果と異なるものの根拠を確かめようとする段階

② 結果の検討の段階

ア 共通の場に出された結果を，既習の知識・方法を用いて検討し，確かめ合いながら，共通する原理法則に気づいていく段階

イ 共通する原理・法則を自分たちのきまりとして認めていく段階

ウ きまりの不変性や適応性について再検討する段階

③ まとめの段階

ア 構造の類似している課題に適用したり，作問したりして，考え方の発展をはかる段階

(4) 検討の方法

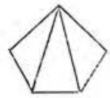
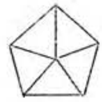
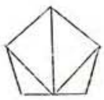
① 条件を変えてみる。　② 観点を変えてみる。　③ 場面を変えてみる。

④ 作問してみる。　⑤ 簡単な数を代入したり，特殊な例によって調べてみる。

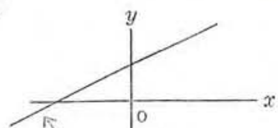
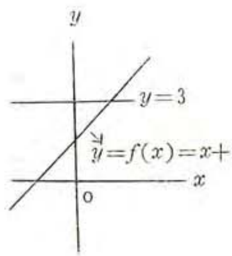
以上のような指導によって，児童生徒は自分の検討の観点をもち，課題のねらいに迫ることが可能となり，主体的な学習活動を展開できると考えるのである。

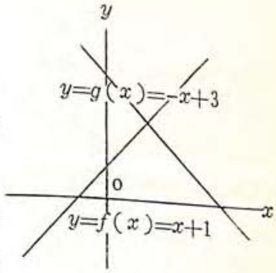
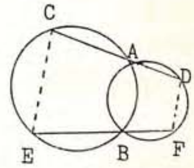
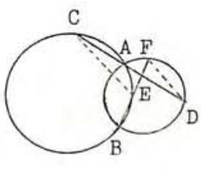
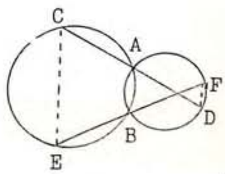
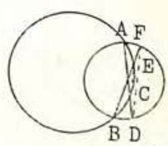
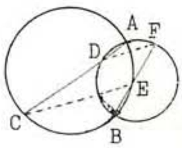
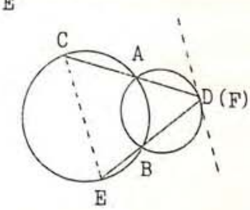
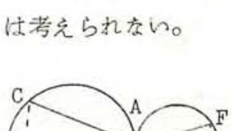
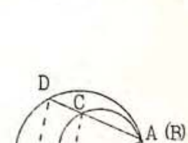
(5) 教材の展開例（小学校の事例）

<table>
<tr><th>題材</th><th>ねらい</th><th>指導内容</th></tr>
<tr><td>0のかけ算
（3年）</td><td>$a \times b$ という式が a または b が0のときにも用いられることを理解させる。</td><td>(1) 点とり遊びの成績を示して，各人の得点のらんがいくらになるか記入させる。
<table>
<tr><td>て　ん</td><td>10</td><td>7</td><td>5</td><td>3</td><td>0</td></tr>
<tr><td>はいった回数</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>得　点</td><td>ア</td><td>イ</td><td>ウ</td><td>エ</td><td>オ</td></tr>
</table>
(2) 得点，ア，イ，ウ，を求める式をいわせる。
（てん）×（はいった数）＝（得点）
(3) エ，オの場合の得点の求め方を式に表わすことについて考えさせ，(2)と同じ考え方で表わせることをみつけさせる。
(4) 各得点の求め方を式に表わすとよい点を明らかにする。
(5) 得点を求める式が，0×0　だと，どんなことを表わすか考えさせる。
(6) 0のかけ算についてまとめる。</td></tr>
</table>

多角形の内角の和（5年）	多角形の内角の和の規則性を見つけさせ，多角形についての理解を深める。	1. 五角形の内角の和の求め方を考えさせる。 (1) いくつかの三角形に分割する。 (2) どんな分割のしかたがあるか考えて，内角の和を求める。 ①正五角形で調べる。 a  a＝180°×（5－2） b  b＝180°×5－360° c  c＝180°×（5－1）－180° ②他の五角形（凹形も含めて）で調べる。 2. 六角形や七角形の内角の和の求め方を考えさせる。 3. 多角形の内角の和の求め方を一般化させる。 ・多角形の内角の和＝180°×（辺の数－2）

（中学校の事例）

関数と方程式の関係（2年）	・$y=f(x)=ax+b$ のグラフから，x 軸の交点を求めることは，1次方程式 $y=f(x)=0$ を解くことと同値であることを検討をとおして知る。 ・$y=f(x)=ax+b$ $y=g(x)=cx+d$ の交点の座標を求めることは，連立方程式の解を求めることと同値であることを	・$y=f(x)=\frac{1}{2}x+1$ のグラフを書く。 ・x 軸との交点の x 座標をもとめる。 ・x 軸との交点を求めるということにはどんな意味があるか，検討する。 ・計算によって求めるにはどうしたらよいか考える。 ・$f(x)=0$ を求めることは，1次方程式を解くことと同値である。  ・$y=f(x)=x+1$ と $y=3$ との交点の座標をもとめる。 ・$y=f(x)=x+1$ と $y=g(x)=-x+3$ の交点の 

	理解する。	座標をもとめる。 ・グラフの交点の座標を求めることは，どんな意味を持っているのだろうか，検討する。 ・２式を等号で結ぶことは代入法によって，連立方程式をとくことと同値関係にあることを知る。 
円に内接する四角形（３年）	２円の共有点を通る直線と２円との交点を考えた時，同じ円にある交点を結んだ線分は平行になることが，条件を変更しても一般的に成立するといえるか検討をさせる。	交わる２円の共有点を通る直線と２円との交点をそれぞれＣ，Ｄ，ＥＦとする。  右の図でＣＥとＤＦはどんな関係にあるだろうか。 直線ＣＡＤ，ＥＢＦがもっと異なる位置にきた時はＣＥ∥ＤＦは成立するだろうか。      ２円の位置関係を変えてもＣＥ∥ＤＦは成立するだろうか。 ２円が離れたりすると円周上の共有点がないので，この問題は考えられない。  

3　検討する力

(1) 研究主題との関連

課題解決の過程で思考の論理を検討するためには，それ相当な力が必要なことはいうまでもない。また力があったとしても，検討の必要性を引き出す動機づけがなされなければ，その力は生かされない。その力とはなにか，いかにしたら児童生徒が身につけるのか。それは，児童生徒の発達段階に応じ，また各々の教材によってまちまちであり，一概にはいいつくせない。しかし，それを究明しないで，ただ「検討せよ」といって児童生徒に検討をゆだねることは，無責任なことである。

そこで，次のような観点にそって「検討する力」というものを考察してみた。

(2) 検討する力の働く範囲

指導過程の流れとして，次のような一例を考えてみよう。

①課題構造把握 ― ②予想 仮説 ― ③検証 究明 ― ④検討 反省 ― ⑤習熟 定着 ― ⑥一般化 発展・拡張

一般に検討するというと，④の段階に限ってのみ考えられがちであるが，実際は過程全般を通じて検討する力が働いているものと思われる。しかし，課題によっては検討する力の作用があっても課題解決までいたらないこともある。たとえば，予想は立てられるが，既習事項を総動員しても検証できない課題がその一例である。その際，児童生徒が，あれやこれやと検討を加え，現段階では検証不可能であると認識できたなら，解決する力はなかったが検討する力はあったとみなしてよい。

(3) 検討する力の分類

指導過程の各段階で児童生徒が働かせる「検討する力」について次のように考察している。

(ア) 課題解決に必要な既習事項の総動員

課題 ——→解決
　└— 既習事項の想起

（課題が提示されると，その課題解決に関係ありそうな既習知識を全て想起する力。全過程に働いている。直観力，記憶再生）

(イ) 既習知識，経験を選択し，方向づける

課題提示 ——→予想，仮説の設定
　└— 取捨選択，関連，方向づけ

（想起された知識を取捨選択し，それらを関連づけたり方向づけたりして予想，仮説を立てる力。類推，帰納）

(ウ) 推論する

予想・仮説 ——→検証
　└— 推論

（予想，仮説の真偽を論理的に推論し，確かめる力。計算，演繹）

(エ) 観点変更する

予想，仮説 ——→検証 ⇄ 予想，仮説
　└— 思考の転換

（推論の途中で行きづまると再度条件を見直したり，違った方法を適用してみたりして観点変更をはかる力。）

(オ) 適，否の判断

検証 ═══ 問題解決
　└— 再検討

（検証できたこと，すなわち問題解決できたことにはならない。再び最初から振り返って，過程に誤りがあるかどうか見直してみる力。）

(カ) 比較，修正する

結果 ──→ 習熟，定着
　└─ 考え方，方法の比較

（自分で結果を得たら他のものと討論を通して，比較し，よりよい方法を見いだし，修正していく力。）

(キ) 発展させる

課題解決 ──→ 発展
　└─ 一般化，特殊化，拡張

（解決できた時，それが他の場合にも適用できるか，そのまま適用できないとしたら，どこが障害になっているか，どこを変えればよいか考える力。）

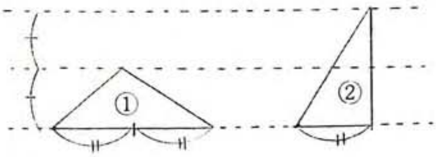
(4) 効果的と考えられる教材の展開例

事例1　適否の判断の段階での検討

ア．題材　三角形の面積（小学校5年）

イ．展開　（問）①と②の面積を比べなさい。　（反応）

・等しい── 全体の$\frac{3}{4}$　・不明── 全体の$\frac{1}{4}$



（問）よく考えてみなさい

・ちがう── $\frac{3}{4}$　・等しい── $\frac{1}{8}$　・不明 ── $\frac{1}{8}$

（ちがう理由）　高さと底辺の長さが等しければ等しいけれど，長さがちがえば$\frac{1}{2}$になるからちがう。

ウ　検討

◦本当にちがうか，どうか。どうしたら調べられるか。

◦数字を入れたらできる。

（具体的な数字の代入）

◦あれ!!　等しくなっちゃった。

◦どんな数を入れても等しいなあ。

事例2　課題　$x+3>5$…①を解くために，$-3>-5$であることを利用してみる。大きい方の数ど
（中学校2年）うしの和は小さい方の数どうしの和より大きいから$(x+3)+(-3)>5+(-5)$
すなわち，$x>0$…②，ところで$1>0$だから，1もこの不等式の解になる。以上のことがらが正しいか，正しくなければどこに誤りがあるか。

解答例　◦正しくない。1が①の式の解であったとするならば①のxの代わりに1を代入しても不等式が成立つはずである。しかし$1+3<5$になって成立たない。すなわち，1は$x+3>5$の解ではないからこの考え方はまちがいである。

◦正しくない。$x+3>5$を解くと$x>2$になる。だからこの考え方はまちがいである。

考察　大部分の生徒は，①を機械的に解くことも，①の解として1が不適当であることはわかる。しかし，どこが，なぜ間違っているかを明確にし，誤りを修正できる生徒は少ない。つまり検討する力として，(オ)はあっても(エ)(カ)の力が不足していることを意味している。

V　実践例

「結果の検討」の実践例 (1)　　小学校　第2学年

1　題材　三角形と四角形

2　研究主題にもとづいた題材のねらいと問題点

(1) ねらい

三角形や四角形などの基本的図形について，弁別・転写（方眼紙上に）等の作業と，その結果を検討させることにより，図形を構成する要素（頂点・辺・角等）に着目させる。この過程を通してそれぞれの図形の概念を一般化させ，明確にさせる。

(2) 問題点

本題材の指導において，次のような問題点が考えられる。

(ア)　「結果の検討」に対する学級の児童の実態と本題材

問題として与えられた素材に直面した時，児童の多くは　「あっ，わかった」と直感的に答を導き出すか，「わからない」といって，投げ出してしまうかのいずれかになりがちである。

また，一応答が出れば　それに満足してしまい，人は人，自分は自分で，「はたして，これでよいのか」と，なかなかふり返ってくれない。人の意見に対しても，批判的に見たり，受け入れようとすることが少ない。一方，本題材のように　基本図形の定義づけという抽象度の高い学習は，特に，自から求め　検討して深められた時，はじめて　より身についた概念がうちたてられるものである。

従って，本題材では，特に児童を検討せずにいられない場に追いこむことが必要になってくる。

(イ) いかにして，「さんかく」「しかく」の概念を修正させるか。

同じ正方形に対し，入学前は「しかく」一年では「ましかく」と捉えてきたのを，ここでまた，四角形として一般化するわけである。しかし，この学習の前の調査の結果，半数近くの児童は，正方形を「ましかく」と呼ばず，「しかく」とよんでいる。これらの児童は，「長しかく」は「しかく」と別個のものとして捉えていることが考えられる。このようにあいまいな概念しか持っていない児童にいかにして，三角形・四角形の概念を一般化させたり，四角形の中に含まれる長方形や正方形の概念を身につけさせていくか問題になる。

(ウ) 用語や図をかく抵抗をいかにして少なくしていくか。

今まで日常のことばで表わしていたものを，正方形・長方形等の数学用語に改めて用いることは，言葉自体のむずかしさも加わって相当抵抗があるものと予想される。また，一定のきちんとした図をかくことは　これがはじめての経験である。限られた広がりの中で，あらかじめ　位置・大きさを決めてかかねばならず，相当高度な技能が要求され，児童にとって困難な場合もあるであろう。用語をどう意識づけ，どのような学習を先行経験させたら，かくことの抵抗が少なくなるか　考えることが大切だろう。

3　指導の構想

(1)　検討の場の設定

(ア)　検討する形態

極めて直感的であり　自分の考えに固執しがちな低学年という特性から考え，個人個人の検討より集団による検討を主体にしたい。

(イ)　検討する必要感をいかにして持たせるか

検討の必要感を持たせ得るか　得ないかは，どのような素材を使って考えさせるかに　大きなかかわりがある。その問題の提示だけでも　検討に追い込む方法はいろいろあろうが，本時は，既習経験のないものを持ち込むことによって児童の全てにまよいを起こさせ，意見の対立を生もうと図った。

(ウ)　検討の場

本時は，「しかく」の概念を修正し　「四角形」の概念を明確にさせるのである。初めに「四角形とは」と　はっきりと教えるのでなく，児童自らが検討していく中でしだいに四角形の概念が明確になっていくという流れをとりたい。そのために検討の場を次のような学習場面に考えてみた。

a　定義を導き出す場面

図形をなかま分けさせ，分けた根拠を明らかにする中で四角形の定義を児童自ら導きださせたい。

b　定義を明確化する場面

aで導いた定義をもとに四角形を選び出させ，「確かにそうか」と　定義に照らして検討させていく過程で四角形の概念を明確にさせて行きたい。

c　定義を拡張・発展させる場面

四角形で捉えた定義は，他の多角形にも適用されることに気づかせ　発展させる。この活動により四角形の定義は　よりはっきりと理解されよう。

(2)　「しかく」「さんかく」の概念を修正し，四角形・三角形の概念を持たせるために

(ア)　指導の順序を次のようにする。 $\boxed{\text{折れ線}}$ → $\boxed{\text{三角形}}$（頂点・辺で三角形を決定）→ $\boxed{\text{四角形}}$

(イ)　特殊な形だけ扱わず，一般四角形・三角形なども入れて　一般的な形の中の特殊な形をより強く意識づけて行く。この過程の中で，各々の形の概念が　より明確に身につけられて行くものと思われる。

(3)　かく抵抗を少なくするために

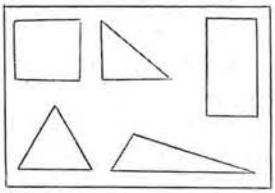
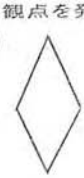
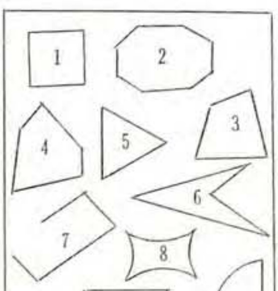
折れ線を先に学習させ　座標の考え方を使って　広がりを捉えたり，位置を決める力をつけておく。このステップにより児童は，かく力がつくと同時に　一般的な姿で図形を捉え　かいて行くだろう。

(4)　指導計画　（8時間）　①直線と折れ線　2時間　②三角形と四角形　2時間（本時2/2）
③長方形と直角　2時間　④正方形とまとめ　2時間

4　本時の指導

(1)　ねらい　いろいろな平面図形の集合から，四角形のなかまとして選び出したものが　妥当かどうかの検討を通して　四角形の概念をよりはっきりと理解させる。

(2) 展　開

指導項目	教師の働きかけ	予想される児童の反応	留　意　点
◦なかま分け	(1)次の形を二つのなかまになかま分けしよう。 	◦各自机上で「なかま」に分ける。 ・かんたんだ。 ◦児童のほとんどは，直感的に形で分けるだろう。 ◦直角のある形とない形で分ける児童もあるかもしれない。	◦観点が複雑になることをさけるため，色のないものを使う。 ◦直角でなかま分けする子はすでに要素に着目しているのだが，もし，出ても大半の子の実態から考え，ここでは，あまり取り上げない。 ◦四角形を選び出させる前に，選ぶ観点を個々の児童にはっきり持たせるために　このなかま分けをさせる。
◦分けた根拠（観点）の発表	◦観点を発表させる。 (2)  では，この形は　二つのうち　どちらのなかまの中に入れたらよいでしょう。 ◦それは，なぜか発表させる。	◦分けた根拠を発表する。 ・三角形と「しかく」に分けた。 ・「しかく」のなかまだ。 ・かどが4つ　辺が4つだから，三角形のなかまではない。	◦分けたわけといっても，初めは　直感的に分けてしまって　要素にしっかりと目をつけていないため，説明できない子が多いだろう。そこで，ひし形を提示し　要素に自然に着目させていきたい。
◦用語　四角形	(3)四角形の用語を知らせる。	・しかくでなく　四角形というのではないか。 ・四角形は　頂点も辺も四つだな。	
◦定義による四角形の弁別	(4)四角形は，何番と何番でしょう。 	・四角形だと思う番号を記入する。 ◦頂点や辺の数に着目して選んでいくだろう。 ◦曲線を持つ図形に迷うだろう。	◦プリントした紙をもとに考えさせる。 ◦曲線のあるものは　レデネスがない。だから，断定はできず　予想にとどまるだろう。従って，これは　指導する内容となろう。
◦開いた形と閉じた形 ◦直線と曲線 ◦四角形の定義	◦出た結果を検討させる。 (5)新しく出てきた条件も	◦開いた形，曲線を持つもの，凹四角形が，検討の中心になるだろう。	◦全員検討に参加できるよう　番号を送って順に検討を進めていかせる。

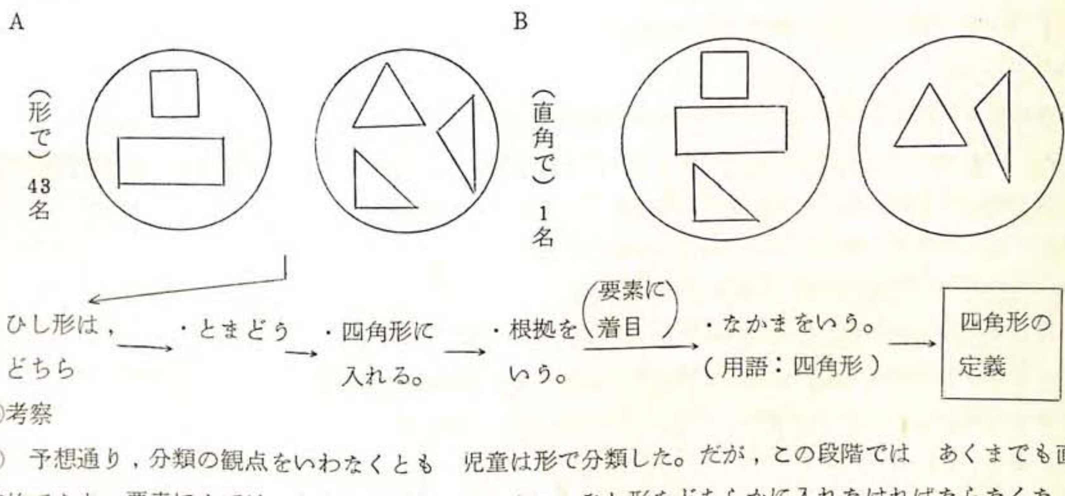
	つけ加え，四角形を成り立たせる条件をまとめる。		
◦五角形の予想	(6)五角形の定義を予想させる。 (7)五角形をかかせる。	・五角形だから　頂点も辺も五つだろう。 ・簡単だ。かけるぞ。 ・もっとかきたいな。	◦かかれた五角形の評価の観点は， ・閉じた形であるか。 ・直線になっているか。 ・五つの辺・頂点からなっているか。

5　結果の考察

(1)　検討を通して定義を導き出すまで

「二つのなかまに分けられるか」との問いに対し児童は，「かんたんだ」と言いながら　さっと分けてしまった。分けてから　定義を導き出すまでをたどると次のようになる。

・分ける



・ひし形は，どちら → ・とまどう → ・四角形に入れる。 → ・根拠をいう。 $\xrightarrow{\text{（要素に着目）}}$ ・なかまをいう。（用語：四角形） → 四角形の定義

◎考察

① 予想通り，分類の観点をいわなくとも　児童は形で分類した。だが，この段階では　あくまでも直感的であり，要素にまではっきりと目がむいていない。ひし形をどちらかに入れなければならなくなって，はじめて前時の学習が想起され，『頂点・辺が四つだから「しかく」のなかまだ』と明確にいえた。このことがまた，この後，児童自ら「四角形」という用語を導きださせたものと思われる。

② 本時のように，検討を通して定義を与えたことは，四角形のイメージを児童に明確に与えたばかりでなく，導入として　気分をもり上げる効果があった。

(2)　定義を明確化する場面での児童の反応と検討

(ア)　開いた形について

はじめはびっくりしていた。かき落としと取った子もあったほどである。結局，四角形として選んだ児童はひとりもなかった。頂点四つ，辺四つの定義にあてはまらないからと根拠づけていた。

◎考察

四角形は，まず　閉じた図形を前提条件にしなければならず　点や辺の考察以前のものである。それ

なのに，その確認がはっきりとされなかったため，五角形になってもまだ　考察の対象に上っている。

(イ) 凹四角形について

あまり抵抗がなかった。迷った児童は3人にすぎず，その児童も結局，頂点四つ　辺四つだから　四角形であるとしている。

◎考察

既知の四角形の概念からみて，もっと児童を迷わせるものと思ったが　予想外の結果だった。結局，これは　「方向が変わる所には　点がある。」という折れ線の学習が生かされて，四つの頂点が　とらえられたものと考えられる。

(ウ) 曲線を持つ形について

学級の児童のほとんどが四角形として選び，「おかしいな」と　いった児童は　僅か1名であった。なぜ　おかしいと思うのか，否定する意見がはっきりと述べられなかったため，多勢に無勢，最初迷った数人の児童までが　討議がもり上がるにつれて　「頂点四つ　辺四つ　」だから　四角形だと考えるに至った。初めから四角形として選んだ児童は，四角形は直線図形であることに注意しなかった。結局児童の検討で否定されず，教師の説明で納得した。

◎考察

曲線については，新しい内容であり　児童の検討する力を超えたものであるという先入観念があったため，できるだけ　児童の方から出そうとする工夫が考えられなかった。そのために，最も大事な検討の場を生かせなかった。「これも三角形だろうか」とおおぎ形等を示して視覚に訴えたならば，充分児童の力で，否定する方向に持って行かれたものである。

(3) 五角形への概念の拡張

五角形とは，五つの直線からなる辺と五つの頂点によってできる形であるということが　すらっと出てしまった。そして，その後　五角形をかくときも　先ず　頂点を決め，それを直線で結んで　五角形を作っていた。

◎考察

五角形の定義がすらっと出たり，頂点から先ずかいたということから，児童はもう　直感だけでなく，しっかりと要素に着目して図形を見るようになっていることがわかる。

児童が自由に作図し，しかも　頂点を結ぶ手法が多かったことは，折れ線や三角形の学習が身についているためであると共に　児童の図形の概念が　一般化されていることの現われでもあろう。

(4) この指導を終って

検討により，概念が明確になっていった過程をとった。児童は実に生き生きと取り組み，授業を終っても　もっとやりたいと立ち上がろうとしない。ここに結果を検討し，進める授業の大切さ・良さを感じた。

語いも，表現力も乏しい低学年の児童に検討を深めさせるには，できるだけ具体的にイメージを持たせてやることであり，それを達成するには　教師の教材分析が大きくかかわることを痛感した。

（鈴木セイ）

「結果の検討」の実践例 (2)　　小学校　第5学年

1　題材名　いすの数　考え方 (3)

2　研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

ア　条件に範囲のあることに気づき，解答にも範囲のある問題を解く力をのばす。

イ　自分の考えた結果をたしかめたり，人の考え方と比較したりする態度を養う。

(2)　問題点

ア　題材に対する児童の既習経験

4年で，いくつかの品物の中から2つを組み合わせて買い，そのおつりの範囲を考える問題を経験しているが，そこでは解答に範囲のあることが明示されている。

解答に範囲があることを明示しなかった場合，範囲のあることを見逃し易く，困難が予想される。

イ　児童の実態から

(ア)　結果を検討する態度

ある課題を解こうとするとき，すぐ数値を使って立式し計算に走りがちである。その結果が答を出すことに専念させ，答が出ると終わってしまう傾向がある。また，得た結果についても答があっているかどうかを問題にし，考え方に目が向かない。

結果を出す，ということを，問題に対したとき，その解決について何らかの見通しを立て，それに沿って解いた結果と考えるならば，見通しをどう立てさせるかが重要である。

見通しを立てて，直線的な思考によって解答を出す場合と，思考の過程で見通しの立て直しをしたりして，流動的な思考によって解答を出す場合などがあるが，その見通しの立て方を身につけるには，論理的な筋道を追うことばかりでなく，直感的な思いつきや試行錯誤を，課題の条件に照らして分析検討するフィードバックの考え方が大切である。

(イ)　検討する場や方法

一つの課題解決で検討する場は，見通し，解決過程，結果について，などが考えられるが，これらの場での検討が軽くあつかわれ，指導がなされていたか疑問である。同様に，検討の方法を知らない実態から，指導の手ぬかりが指摘される。

この題材は文章題であるから

a　問題場面の情景をとらえる。（問題場面がわかり構成できること）

b　文の中から解く手がかりとなるものを探る。（条件や求答事項をはっきりさせる。）

c　手がかりからaを含めて問題構造をとらえる。

といった一連の作業を通し，見通しを持たせたい。このことが検討を加える大切な手がかりである。

結果の検討を加えるなかで，自分の考えを述べることは，自分の考えた筋道を整理した結果であり，他の考えを聞くという場合にも，自分の考えをたどってみたり，気づかなかった観点や考え方を知るこ

とが，問題に対する視野を広げたり，逆に考え方の不備な点に気づいたりすることになる。

結果の検討とはいうものの，それが単なる答の比較になっては問題がある。条件に照らし，結果が生まれて来た過程，考え方を重視した検討でなければならない。このような検討が一般化や発展統合につながると考える。

ウ　課題の提示

教科書に見られる課題の提示は，親切すぎるきらいがある。例えば，表が書かれていたり，絵や図が示されていたりする。その表や図を導き出す過程に考え方や見方を育てる大切な指導の場があると考えるのである。

教科書のような提示では，すでにある程度思考の段階がふまれて明示されており，その示された思考方法を追うことで解ける場合が多く，多様な考え方が生まれにくい。

3　指導の構想

(1)　配当時間　2時間（本時1／2時）

(2)　本時の構想

ア　課題の提示

解答や条件に範囲のある問題の提示は，「……は，〇〇から〇〇でしょう。」と解答に範囲のあることを明示してあるのが多い。それでは解答に範囲のあることを見つけ出す苦労がなく，問題を読み取る大切さを経験できない。

そこで，「……は，〇〇と考えたらよいでしょう。」と提示することにより，少なくとも2通り異った結果が得られるものと期待される。しかも，その両方の考え方とも自分なりの考え方が説明できる。

A　4人がけのいすだから，全部4人かけると考えて解く。

B　最後のいすに目をつけて，全部4人かけるとは限らない　と解く。

このように結果に違いが生ずることによって，検討をしなければならない必要感が生まれ，検討を加える過程で考え方，問題のとらえ方の違いに気づき，問題の条件を読み取ることの大切さを実感として経験させることができると考える。

イ　予想される児童の反応

結果については，上記の2通りの解答が予想される。いすの数については，人数から考える児童と，いすの最大必要数から考える児童とが予想され，それが　観点を変えての検討につながる。

結果の検討については，上記Aで解いた児童は，自分で検討を加えている間は　問題条件の見落としに気づかないであろう。Bで解いた児童は，図などを使ってたしかめることも予想される。しかし，実態としては，計算で求めると　すぐ逆算に走る傾向から，多くは期待できないし，表やグラフに表わしてたしかめるなどは期待できない。それは，発展として考え，取り上げたい。

ウ　問題条件の気づかせ方

一斉討議により，最初にかくれた条件を読みとらせる方法もあるが，そういう指導の積み重ねが，問題の読み取りを浅くしたり，結果を省りみない態度をつくっているように思われる。ここでは結果を得

てから，グループの討議を通して条件の見落としによって結果も違ってくることに気づかせ，主体的な学習態度育成の一助としたい。

4　本時の指導

(1)　ねらい　。それぞれが範囲のある2組の条件から，求められる解答を考える。

。結果を検討したり，考え方を比較したりする。

(2)　展　開

指導項目	教師の働きかけ	予想される児童の反応	指導上の留意事項
	1組の生徒が4人がけの長いすにかけていくと，長いすが9きゃくいります。2組の生徒だけでは8きゃくいります。1組・2組の生徒は，それぞれ何人いると考えたらよいでしょう。また，1組・2組がいっしょに長いすにかけると，長いすは何きゃくいると考えたらよいでしょう。		
	。問題文を提示	。問題文を読む。 簡単だな，変だな？	・問題と読み取りを記入するプリントを配布する。
。条件の洗い出し	。自分の考えで1・2組の人数を解かせる。	。プリントに記入し，問題を考える。 $4\times9=36$ —— 1組 $4\times8=32$ —— 2組 } A ⇒ $4\times9=36$ $4\times8=32$ $32+1=33\ (36-3=33)$ 1組は　33〜36人 2組は　29〜32人	・書き出した条件が解決への見通しのポイントであり，検討する手がかりとなることに気づかせる。 ・条件に範囲のあることが読みとれない児童 } B
。個人の結果の検討	。各自答が正しいか検討させる。	。自分の答をたしかめる。 ・条件にあてはめる。 ・図などで調べる。	・条件にあっているかどうか。 ・別の方法で考えられないか。 ・A・Bの解き方をした児童を抽出板書させる。
。班で検討 。条件に範囲があること	。A・Bの解き方について各班で討議させる。	。A・Bそれぞれの立場で自分の考えを説明する。 ・Aの考え方をした児童の中にはBの説明のわからないことも予想される。	・各班での説明は，Aを先にする。
。集団討議 。解答にも範囲があること	。なぜ違いが出てきたのか。	。いすに全部こしかけたかどうかの違いだ。 ・最後のいすが問題だ。	・問題の読みとりのどこが違ったのかに目を向けさせる。 ・条件に範囲があることから，解答も範囲のあることを理解させる。 ・最後のいすの処理に目が向くかどうか。
	。両組合併の問題を考えさせる。	。人数から考えて $(36+32)\div4=17$ $(33+29)\div4=15\cdots2$ A. 16〜17きゃく	$(36+32)\div4=17$ } 最大値であること $9+8=17$ ・あまり2の処理の仕方 ⇓
。最大最小の考え方 。他の方法で検討を加えること	。結果を検討させる。 ・各班で ・全員で	。いすの数から考えて $9+8=17$ $17-1=16$ A. 16〜17きゃく	図で説明できるか ⇑ ・1を引くことの意味

	∘次時までの課題として ・ほかの方法でたしかめられないか。			・表やグラフなどにも目を向けさせる。

5 結果の考察

(1) 課題の提示

ア 授業に見られた児童の姿

問題の読みとりについては，予想通り2通りの解答が得られた。その意味では提示の意図に合い，検討の必要性が生じた。

グループ討議の中で，前記Aの考え方で解いた児童の発言に「国語の問題みたいだ。」「2つの解き方(考え方)がある。」などがあり，かくれた条件が読みとれず，問題場面の情景がよくとらえられていなかった。それをグループや全体討議で読みとらせようと意図したのであるが，なかにはわかったと言いながら両組合併の問題で同じ失敗をくり返している児童も見られた。

これは，討議するときのテクニックにもよるであろうが、課題提示の改善も必要である。

イ 課題提示の工夫

1組の生徒がいすにかけていくと，いすが9きゃくいります。
2組の生徒がいすにかけていくと，いすが8きゃくいります。
1組・2組の生徒は，それぞれ何人いると考えたらよいでしょう。

という条件欠如の問題を与える。

1組は9人と答えるとすれば，1人用という条件を設定しているのであり，きまらないと答えるとすれば，条件欠如に気づいていることになる。そこで討議をさせることにより，いすに焦点づけ，いすの条件を4人がけと設定して展開する方法も考えられる。

(2) 児童の示した思考の傾向

ア 解決の方法

数値が，4人がけ，9きゃくなどという簡単なものであったため，直観的に計算で解いていた。図で考えて解く児童もあると予測したのであるが，無かった。その原因は，問題を読んだあとにおよその見当をつけさせたためと思う。

イ 結果の検討

個人的な検討の方法は，逆算で条件に照合している児童と，線分図でたしかめている児童がほとんどであった。しかし，Aの解き方をした児童は，自分で検討を加えても不十分な答に気づいた児童がなくその検討は自分の解答を正当化する検証になっていた。

A・Bのグループ間の比較検討は活発で，Bの考え方に対して「何人から何人までと書いてない」という反発があったり，Aの考え方に対して「いすにきちんと全部かけると，とは書いてない」などという反論があったりして，問題を読み取ることの大切さを認識させるには成功したと考える。

Aの考え方の児童に，Bの考え方を説明する児童は，ことばで説明していた。説明の論理があいまいなため不十分な理解であった。図などを用いて視覚にうったえた説明の仕方を指導する必要があった。

また，両組合併の問題では，人数から考えて解く児童と，いすの最大必要数から解く児童が見られ，その考え方を比較する過程で，「ああ，いすから考えたのだな」とか「人数から出した」などの発言に見られるように，観点を変えて解くことができることを意識づけるのに役立った。

ウ　検討の論理性

グループでの討議や，全体での討議で，Bの考え方の説明に次のようなものがある。

「1脚に1人の時もあるし，4人の時もあるから。」

「1脚に1人かも知れないし，2人かも知れないから答はいくつもある。」

「1人あまったかも知れないし，9脚ちょうどかも知れない。」

「9脚のうち，4人がけで，1脚が，ちょうどきっちりでないかも知れないから33〜36になる。」

などの説明も，説明している本人の理解していることの説明としては不十分で，理解されにくい。1脚とか，1人あまる，などということが，どのいすのことなのか，Aの考えをした児童にのみ込めなかったようである。

最後のいすとか9脚目のいすということばが出て来ないところに，論理の甘さが見られた。

しかし，Aの解答については，「間違いではない。」「正しいとは言えない。」という判断を下しており解答の中の1つと認識している児童が多いことから，論理性を育てるのに適した題材の一つであると思う。

同様なことが，いすの問題でも言える。ここでは，17−1=16の−1が問題になるが，これを説明するのに最後のいすが使われた。

(3) 反　省

式で解こうとする傾向が強く，表や図に目が向かないので，発展として取り上げて指導した。表では項目はわりと簡単にとれたが，いす1−4人，2−8人の表記がほとんどで，図や式では解答になると範囲を表わしながら，それが表になるとできない。いす1−1〜4，2−5〜8　を導きだすのに時間をとった。

常に，このような課題ばかりを与えることは問題であるが，児童生徒の柔軟な思考をのばすにはもっと取り入れる必要がある。これらの経験のくり返しが，問題の読み取りや結果を検討する力をのばし，態度化へと期待される。

このように，条件が完全に表記されていない問題に対しては，児童は経験も少なく，条件の洗い出しに失敗が見られる。日頃，このような課題をもっと意図的に提示し，条件の読み取りや問題場面のとらえ方を高めていくことが大切である。

グループや全員討議では，論理の大切さに気づかせると同時に，用語の大切さも指導していかなければならないと反省している。文章題では，「みんなで」とか「くらべると」などのように，演算を決めることばがしばしば用いられているが，これらの指導も忘れてはならない。

（本　間　　司）

検討した結果からの発展 (1)　小学校　第5学年

1 題 材　正三角形の数──きまりをみつけて解く考え方

2 研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

この題材を学習するまでに，次のようなことについて学習しているはずである。

。3年で，対応する数量を考え，値の組を作ったり，それを表にまとめたりして2つの数量を関係づけてみること。。4年では，伴なって変わる2つの数量の関係を折れ線グラフなどに表わして，変化の特徴を読みとること。

ここでは，きまりをみつけることのよさや数量の関係の見方や調べ方を中心に指導することになるがその際，次のような考えで，思考が広げられるようにしようとするものである。

ア　提示された正三角形の数を求めるとき，きまりをみつければ解けるのではないか，という予想をもつようにする。きまりをみつけるべく解決方法を考えるとき，。もっと簡単な方法、能率のよい方法手ぎわのよい方法はないか，。もっと多くの場合にあてはまる一般的な方法はないか，。もっと整理してまとめて考えることはできないか，等の考えをはたらかせて思考を進めるようにさせる。

イ　求めた結果を検討し，検討を深めていく中で，。この条件からどんな問題ができるだろうか，。条件を変えてみると結果がどのように変わるだろうか，と発展させていきたい。

(1) ねらい

ア　正三角形の数を求めさせることを通して，辺の長さと単位正三角形の枚数の二量の関係から，対応の規則性をみつけ出し，それを用いて問題を解決することができる。

イ　検討して得られた規則性や方法をもとに，問題の一部を変更して類題づくりができる。

(2) ねらい達成上の問題点

結局は，この素材でどんな検討のさせ方をしたならば，子どもはみずから一般化し，考えを広げようとするか，ということになるのであろうが，具体的には次のような問題点が考えられる。

ア　正三角形の数を求めるのだという意識を強めるためどんな提示のしかたをしたらよいのだろうか。また，子どもは規則性発見には抵抗があり，規則性をみつけようとするより，ただ数はいくつかをあてるために無意味な試行錯誤をつづけることが多いので，規則性をみつけることのよさや必要性を意識させる点からも，どんな素材提示をしたらよいのかが問題である。

イ　子どもが，ここでの規則性を発見するために，既習の「多角形の内角の和の求め方」と関連づけて思考をすすめた方がよい。しかし，4ヶ月も過ぎた現在，どうしたら再生され，解決のための思考をたすけるだろうか。

ウ　この正三角形の数の学習から，条件を変えたり形を変えて考えたりして思考を広げさせたいのである。「変えたらどうなるか」ということが，子どもみずからの発想になるようにするにはどのような展開が適切か。

これらの問題点の上にたち，どう授業を組織したらよいか。

3　指導の構想

(1)　素材の選択

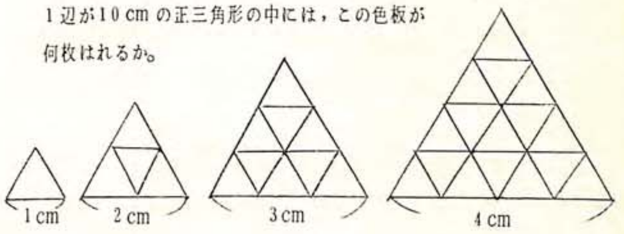
授業を成功させるかぎは，素材の選択にかかっているといっても過言ではないと思う。次のような観点から，導入問題を選んでみた。

- 各人の力に応じて解決できるようなもの。
- できるだけ，種々な考え方がでるようなもの。
- 検討方法がはっきりでそうなもの。
- 各人の力に応じて類題づくりがでそうなもの。

(2)　一般化として

この素材で検討させた結果の一般化として，正三角形の一辺に並ぶ単位三角形の枚数 a と，正三角形全体を構成している単位三角形の総数 b との間に，$a \times a = b$ の関係があることをまとめる。

1 辺が 1cm の正三角形の色板が下の図のように並んでいます。
1 辺が 10 cm の正三角形の中には，この色板が何枚はれるか。

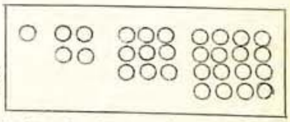


(3)　拡張・発展の考え方として

問題のどこが変えられそうかなと考え，一部を変更させる。

ア　連続して考え，10 cm を 20 cm，30 cm………1 m にしたらと考えてみる。やっぱり，a^2 でよい。

イ　形を変えてみる。正三角形を正方形にしてみたら，とか，直角三角形ではいけないのか……とか考えてみる。………やっぱり a^2 でよい。



ウ　正方形の色板でなく，おはじきなどでやってみる。やっぱり a^2 でよい。

エ　このおはじきならべを三角形にしてみると，こんどは a^2 でなく，$\frac{a(a+1)}{2}$ となる。更には正多角形の対角線の数や台形の形に並んだおはじきの数を求めることも，また，6 年教材になろうが，すもうの取組み回数にも発展させられる。これは，ここで発展させなくても，その教材で学習した際，同じような構造であり，場面がちがうだけといった捉え方ができそうである。

(4)　検討方法

ア　図をかいて" 1 ずつ数える "" 段数を数え，たし算する "→ 1 ＋ 3 ＋ 5 ＋ 7 ……

イ　関数表から。（この関数表も，たてにしたり横にしたり，いろいろであろう。）

ウ　三角形の求積公式から　　など考えられる。

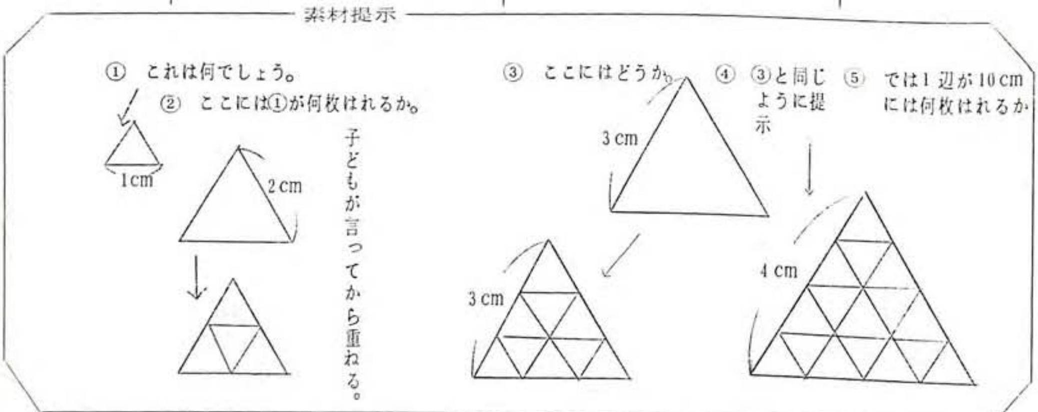
(5)　指導計画　　3 時限 10 分

- 新しい教材にはいるために（ 10 分）
- きまりをみつけて解く考え方（ 2 時限ー本時 1／2 時）
- 類題づくり　（ 1 時限）

4　本時の指導

(1)　ねらい：自分の考えを発表しあう中で，検討を加えながら，$b = a^2$ のきまりをみつけさせる。

(2) 展 開



指導項目	教師のはたらきかけ	予想される児童の反応	留意点
問題の正しい理解。	(1) 素材提示により，本時の問題の意味をわからせる。	◦だんだんふえていくぞ。 ◦おもしろそうだな。	◎問題をたしかに把握させる場。
自分の考えに根拠をもつ。	(2) 枚数の予想を発表させる。 ・何枚はれると思うか。	直観で ◦④の全体の大きさの何倍位あるか考えて ◦全く ばく然と。 ◦求積公式を思い出して。	
関連ある既習事項の想起。	(3) たしかめ方を考えさせる。 ・どのようにしてたしかめたらよいか。	◦10cmの正三角形をきちんとかいて，図をかき数える。 ◦①②③④と変わり方に目をつけ，きまりがあるのではないかと考えて きまりをみつけようとする。	◎解決方法を検討させる場。 ◎(5)で各自作業するとき，困っていることがあったら発表。
	(4) どの方法がよいか話しあわせる。 ・どの方法がよさそうでしょうか。	◦数え方をくふうして，三角形の並び方が，1，3，5……となっているのに気づき，たし算していくとよい。 ◦多角形の内角の和の学習を思い出して，きまりをみつけようとする。	◎発言と記録から思考方法把握。 ◎別な方法，簡単な方法はないかと考えさせる。
規則性の発見。	(5) きまりをみつけさせる。 ・簡単な求め方を考えてやりましょう。		◎自分の納得のいくまで質問させる。
	(6) 学習をふり返らせる。		

5　結果の考察

(1)　課題提示について

ア　素材の一部変更　：計画通り正三角形をはっていきながら，発問により課題を提示していった。「1辺が10cmの正三角形では」の発問に対して，児童は，何の疑問もなく，口をそろえて100枚だという。これは，前時終了前10分の次時の新教材の予告により，課題を把握，家庭学習をしたためと見られる。そこで，枚数の予想の対立を引き出すため，「1辺が20cmの正三角形の中に」と変えて提示した。しかし，1辺が，20cmでなく10cmでも，正三角形の数をどのようにして求めたか，その求め方の発表をもとに検討させたならば，図をかくことや数えることに余計な時間をとらず，もっと能率的に，構造をみつけ，一般化へもっていくことができたのではないかと思う。

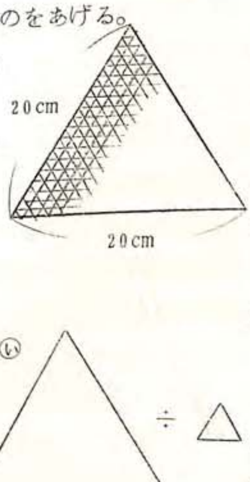
イ　意識化の点で　：1辺を20cmにした場合の枚数の予想は，200枚－7人，400枚－24人。200枚と反応したものの根拠は，三角形の求積公式から求めていた。これに対し，「高さは20cmではない」という反論で，では「どのような方法で求めたら正しいのか」という意識が強まり，この素材の理解と解決方法を検討するということが子どもの意識の中にのぼったようであった。

(2)　解決方法の検討の様相

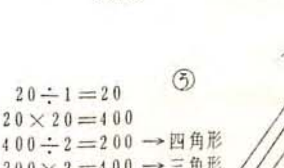
発言にみられた解決方法は9通り，ノート調べの結果，発言されなかったものが2通り，計11通りの方法が生まれた。主なものをあげる。

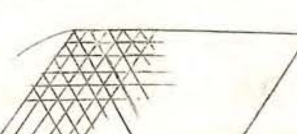
ア　実物大図をかき，1つ1つ数えて求める。

$\frac{1}{2}$の縮図で5mmを単位にかいているものもいた。

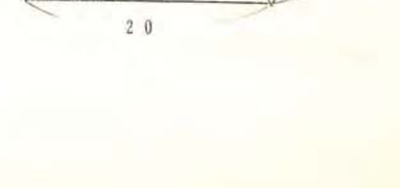


イ　面積に目をつけて求めようとしている。





あもいも反論がありダメになる。

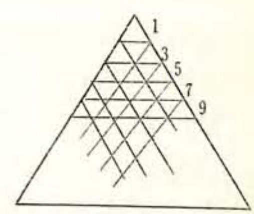


20÷1＝20
20×20＝400
400÷2＝200 →四角形
200×2＝400 →三角形

ウ　数列に目をつけて計算している。

1＋3＋5＋7＋9…

……2ずつふえる。これを20段加える。



エ　規則性に目をつけて求めている。

(ア)　三角形の底辺が2cmの場合は，4（3→9），（4→16），（10→100）だ。これは2×2＝4，3×3＝9，4×4＝16　となる。だから，20のときも，20×20で400となる。

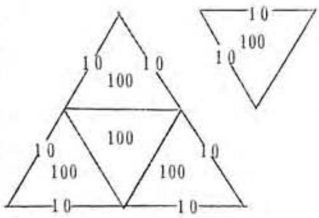
(イ)　関数表の考えから

1	2	3	4	…………	10
|	|	|	|		
1	4	9	16		100

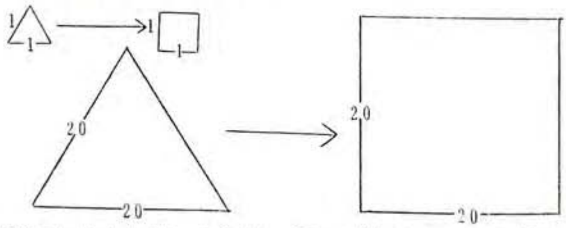
cm	1_1	2_2	3_3	4_4	…………	10_{10}
枚数	1	4	9	16		

オ　置きかえの考え方で求めている。

(ア)　1辺が10cmの実物を数え，それが1辺が20cmの中には　何枚できるかとして求めている。



(イ)　1辺が20cmの正方形の面積を求めるのと同じではないのだろうか。



さて，子どもたちは，非常な意欲をもってこの問題にとりくんだ。これは，①の方法であれば　どんな子どもでもできるであろうから，自分なりに解決の予想がたてられたためではないかと思う。また，思考の多様化という点でも，検討のしやすさからいっても，あまり問題はなさそうである。しかし，表から規則性をみつける方法をとったものが，発言しない2名のみであったことは，既習経験想起のさせ方と能率という面から　反省してみる必要があろう。規則性発見のためには，どうしても順序よく表に整理し，表の読み方を定着させておかねばならないので，結局，本時で扱わねばならない次のようなことは次時で扱った。①どの方法が最も簡単でわかりやすいか。②きまりをみつけやすいか。など。

(3)　一般化から，類題づくりを通して拡張発展へ

枚数を予想し，解決方法を検討するというちぐはぐな本時であったが，子どもどうしの比較検討から結局，$a \times a = b$と一般化することができた。そのあと"どこかちょっとだけ変えて同じような問題ができないか"と類題づくりに入った。子どもたちは，即座に，①正三角形を正方形に変えても同じ，と殆ど全員口をそろえていった。これは解決方法を検討したときの，枚数を求めるのなら，正方形の場合と同じはずだと考えたM児の考えが意識されていたためであろう。これをきっかけに，②正方形ならおはじきのようなばらばらなものでも同じことではないか。③辺の長さを50cm，1mずつとのばしても同じようにして求められる。④表をつくって考えることからみれば……と教科書の問題を発言したものも出た。この素材からの拡張発展への教材分析にまちがいがないとしたら，子どもたちはわりあい容易に類題づくりをしたことになる。

しかし，正方形をおはじきにおきかえても同じなら，おはじきで三角形にしても同じだ（1＋2＋3＋4…のように並べて）と発言したものに対して，1名のみ疑問をもっただけで，何の反論もなかった。このことは，数列の変化のしくみに目がむけられなかったためであろう。本時の1＋3＋5……という奇数の和になるような類題づくりもできなくては，問題の本質的な構造に目をむけたことにはなるまい。この点をもう少し強調しておくべきであった。

(4)　検討した結果からの拡張発展を考えた授業のたいせつさ

課題の提示方法をくふうし，予想ー検討ー一般化・発展という流れをくんだ授業は，確かに子どもたちを活気づかせる。また，類題づくりは，問題構造の異同がはっきりし，子どもの思考を発展させるのによい。素材の選択や教材分析の重要さと難しさを痛感し，次の問題点が残されたが，よりよい授業を求めて努力したい。問題点：①能率的でしかも子ども一人一人の考えを埋没させない検討のさせ方。②与えられた課題の最短コースと後で生きて働く思考方法とのかねあい。　（遠藤　育子）

検討した結果からの発展（2）　小学校第6学年

1　題　材　　比例の利用

2　研究主題に基づく本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

ア　対応する2つの数量間にある比例関係を，関数表，変化の割合，比の値，などを利用して見いださせる。

イ　図形の領域でも，相似な図形では，対応する辺や弧の間に比例関係が成り立つことを検討し，その過程をとおして比例概念のいっそうの深化を図る。

相似な図形については次単元で取扱うが，直線図形の比例関係は直観的に理解すると考えられるので，曲線図形についても取扱い，比例の考えの適用の範囲の拡大を図ろうとするものである。

(2)　問題点

比例の考えの基礎については，用語こそ用いないが，単価×数量＝代金，速さ×時間＝道のり，など乗法適用の場として4，5年で学習してきている。本単元の前には比について，比の意味，比の三用法，比の値の計算について学習した。比の計算では，整数の比を簡単にしたり比の値を求めることはできるが，分数・小数に抵抗を示す児童，第1，2用法は理解しても第3用法の理解できない児童がみられる。

ア　比例概念の理解

比例関係のとらえ方として，対応する2量で，一方が2倍・3倍と変化すれば，他の量もそれにつれて2倍・3倍と変化する。この変化の考え方はほとんどの子どもが理解している。しかし，対応関係，特に異種の量の割合については十分理解しているとはいえない。また，用いられる数値から，例えば，正方形の1辺と周囲の長さのような整数値の対応関係の比例は容易に理解するが，本題材のような学習は初めてであり，自変量と従変量のとらえ方や2量間のきまりについてなかなか理解の容易でない児童もいると思われる。したがって，比例関係にあるかどうかの確かめ方も重要な学習となる。

イ　課題の提示

これまでは時間と速さの関係など数量間の比例を扱ってきた。ここでは，相似な図形の対応する辺や弧の比例関係が中心となる。児童にこのまゝ課題提示しても，どのように考えるか，何を思考の根拠とするか，予想すら立てることもできないと考える。したがって，検討する内容，方法の手がかりとして，直観的にとらえられるものや，身近にあって取扱いの経験の豊富なものを用意すべきであると考えた。

ウ　検討する方法

検討する方法として次の事項があげられる。

- 作図して実測する。……ノートに作図し，その実長を測定することは容易であり，ほとんどの児童が試みることができる。しかしこの方法では，正確に作図することや大きな図形の作図はできない，直線図形の測定はできるが，曲線の測定が困難である，などの問題点がある。
- 計算する。……直角三角形の斜辺の長さを求めることはできないが，おうぎ形の弧の長さや円すい

の底面の周は公式を使い計算で求めることはできる。児童は作図の測定より正確であると理解している。ただ，円周率の使用により計算が複雑になり，計算上の誤答が多くなる傾向がある。

- 比の値を求める。……2つの図形の対応する辺の数値を簡単な比に直して比の値を求め，他の辺や弧にもあてはめることは推測できると思うが，それが正しいかどうか根拠を明らかにできない児童が多いと考える。学習を進めるにつれ，最終的には比の値を求めて検討できるようにしたいのだが，作図や計算で確かめる過程を省略するわけにはいかない。

3 指導の構想

本時の学習は，すでに学んできた比例の性質を利用して，中心角の等しい2つのおうぎ形の半径と弧の長さを調べ比例関係にあることを理解させようとするものである。その上で，相似な2つの円すいの母線と底面の直径の関係を調べ，比例関係の拡張を図ろうとした。

(1) 課題の提示　（直角二等辺三角形を提示すること）

本時のねらいである，相似な図形の対応する辺の関係において，児童は，直線と直線の比例関係については直観的に理解できるが，直線と曲線の比例関係についての理解は困難であると考えられる。そのため，今までに数多く取り扱ってきた直角二等辺三角形で直線と直線の比例関係の検討，自変量と従変量の重要性の再確認，2量の間の対応規則など検討する内容や観点を明確にしようと考えた。

(2) 結果の確かめ　（おうぎ形の半径と弧の関係を検討する段階で）

直線と直線の比例関係が曲線になっても適用されるかどうか，自分の考え方が正しいか，自分で確かめられることが大切である。その方法として　◦作図して測定する，◦公式を使って計算する，◦比を簡単にし，比の値を求める，などの方法を用いる。

児童が結果の正しさを知るには，最後のきめ手となる確かめの方法として，計算による確かめに気づくと思われる。その方法と考え方を他の場面にも適用できるよう大切にしておかねばならない。

また，計算した結果を整理し，比例関係をとらえやすくすることを考えさせ，関数表にまとめたい。

(3) 考えを広げる　（円すいの母線と底面の直径の関係）

2つの相似なおうぎ形の弧の長さは，（半径）÷（半径）で比較できる。これは，おうぎ形の半径と弧の比例関係から説明することができる。児童がこの説明をいえれば，中心角の等しい2つのおうぎ形の半径と弧の長さの関係を理解したと考える。さらに，相似な2つの円すいの母線と底面の直径の間にも比例関係があるか検討させ，適用の場を広げていきたい。

(4) 指導計画　（比例の指導についての第一次から第四次までは省略）

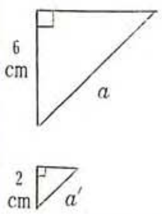
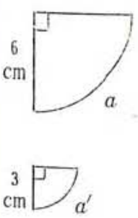
第五次　　比例の利用　　　　2時間　（本時2／2）

4 本時の指導

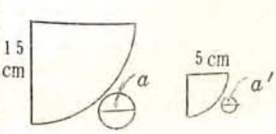
(1) 題　材　　おうぎ形の半径と弧

(2) ねらい　　相似な2つのおうぎ形では，おうぎ形の弧の長さは半径に比例することを理解する。

(3) 展　開

<table>
<tr><th>指導項目</th><th>教師の働きかけ</th><th>予想される児童の反応</th><th>留意点</th></tr>
<tr>
<td>(1) 相似な三角形では，対応する線分の比は等しい。

</td>
<td>形の同じ 2 つの三角形では，対応する辺 a と a′の間にどんな関係があるか。
○ 予想を発表させる。
・何倍あるか。
・比で比べてみる。
○ 確かめてみる。
・どんな考えで確かめるか考えさせる。
・各自の確かめ方を発表させる。</td>
<td>・ 3 倍あるだろう。
・ 6 cmは 2 cmの 3 倍だから a と a′でも 3 倍だろう。
・ 6 ： 2 ＝ 3 ： 1 で 3 倍。
・ 形を切り重ねてみると 3 倍だ。
・ 角を一定にして辺の長さを同じ倍率にのばすからだ。
○ 教師用の三角定規と自分の持っている三角定規も同じ関係にある。</td>
<td>○直感だけで済ませないよう注意する。
・根拠をはっきりさせて発表させる。
・対応する辺を明確にする。
・自変量と従変量を意識させる。</td>
</tr>
<tr>
<td>(2) 相似なおうぎ形で，対応する弧の比は半径の比に等しい。

</td>
<td>形の同じ 2 つのおうぎ形で，対応する弧 a と a′の間にどんな関係があるか。
○ 予想を立て発表させる。
・何倍あるか。
・どんなきまりがあるか。
○ 確かめてみる。
・どんな確かめ方があるか。
・関数表ではどうか。
<table><tr><td>半径</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>弧</td><td>1.57</td><td>4.71</td><td>9.42</td></tr></table></td>
<td>○ 前問で辺の長さが 3 倍になると，a も 3 倍になったので，曲線でもそうだろう。
○ 6 ÷ 3 ＝ 2 倍だろう。
○ 計算をして確かめてみる。
（ 6 × 2 × 3.14 ÷ 4 ）
÷（ 3 × 2 × 3.14 ÷ 4 ）
＝ 2 倍
○ 比例関係にある。</td>
<td>・根拠のはっきりした推論をさせる。
・弧の長さの計算は必要によって教師が助力する。
・関数表に書いて比例関係をはっきりさせる。</td>
</tr>
<tr>
<td>(3) 半径と弧の長さは比例している。</td>
<td>○ 何と何が比例しているか。
・変わっているものは何か。

○ 6 ÷ 3 ＝ 2 倍と計算してよいわけを考えさせる。</td>
<td>○ 半径の長さが 2 倍になると，弧の長さも 2 倍になる。
○ 関数表でも，計算でもいえる。
○ $\frac{(6 \times 2 \times 3.14 \div 4)}{(3 \times 2 \times 3.14 \div 4)}$
で同じ数が約分できるから $\frac{6}{3}$ になる。</td>
<td>・小数の倍関係を確かめさせる。

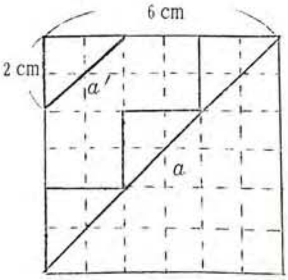
・（ ÷ 4 ）の約分は説明を加える。</td>
</tr>
<tr>
<td>(4) 相似な円すいの展開図で，底面の直径を比べる。

</td>
<td>○ 底面の直径 a と a′を比べるにはどうすればよいか。
○ 展開図のおうぎ形の半径の比でよいわけを考えさせる。</td>
<td>○ a と a′は円周に比例する。円周はおうぎ形の弧になるから，前の関係が使える。
○ 円すいの母線の長さと底面の直径は比例関係になる。</td>
<td>・比例関係で推移律が使えることを理解しているか。
・直線 → 曲線の比例関係から
曲線 → 直線の比例関係へ考えを拡張させる。</td>
</tr>
</table>

5　結果の考察

(1)　児童の反応

ア　直角二等辺三角形

対応する線分の比は等しいことを見出させ，その結果を検討させて，比較する根拠を明らかにしようとした。aはa'の何倍かの課題に対して，ほとんどの児童は「3倍だろう。」という予想を持った。その根拠として，○図をみて直観的に6÷2＝3倍とみる，○ノートに作図して3倍とみる，○6：2＝3：1＝3倍と比の値を求めるなどの反応があった。比の値で求めたものは少ないが，相似形の学習をしていないので無理はないと思う。なかには，同じ倍率で辺を伸ばしたのだから斜辺も同じ倍率になるのではないか，とか，右の図を書いて，一方の辺が3倍になることを発見し，説明をした児童もいた。比の値に帰着させるよりも，右の図で検討させた方が，自変量と従変量の区別とその間のきまりを早くみつけることができたものと思われる。



イ　おうぎ形

検討した直線と直線の比例関係が，半径と弧の間にも成立するか，同じ考え方で検討できるか，どんな方法で確かめたらよいか考えさせる段階である。児童全員は，直線が曲線になっても，6÷2＝3倍になり，半径が3倍になれば　弧も3倍になると推測した。これは前課題からの直観である。しかし，直線が曲線になったことで，6÷2＝3倍に確信が持てず，別な確かめ方を探す必要に迫られた。6：2＝3：1の比の考え，作図をして測定する方法も，確かさを知るものとはならず，つぎのような反応を見ることができた。

- ○　直観から発展することができず，確かめの手段を持たないもの。
- ○　計算で確かめようとしたが，公式を忘れ，計算できないもの。
- ○　複雑な計算のため，正しい数値が出ないもの。
- ○　わずかではあるが，弧の長さを比として比の値を求めていたもの。

結局，きめ手となる　たしかな方法をみつけ出すことができず，弧の長さを求める公式を子どもに発表させ，グループごとに手わけをしながら正確な数値を求めさせた。結果の処理については，関数表に書いて比例関係をみつけるまでにはいかず，教師が，計算の結果を関数表に整理して，比例関係をみつけ出させた。

ここで，子ども達は(半径)÷(半径)で比較できることを初めて理解できた。

ウ　円すい

円すいの底面の直径を比較するのに，(母線)÷(母線)でよいことを理解させる段階である。児童は，母線→おうぎ形の半径→おうぎ形の弧→円周→直径　の関連や比例関係を直観的にとらえることができなかった。円周と直径の比例関係が十分理解されていなかった。ここでは，最初から展開図で提示するよりも，具体的な円すいを持ち出し，その中で変化する量(母線，底面の円周，直径)の関係をとらえさせ，それを関数表に整理することにより比例関係を見つけさせた方がよかったと思われる。

(2) 検討の様相

課題解決にあたり，子どもが見通しをもって思考を進める時，重要なことは，根拠のある予想を持つことである。

「何倍あるだろう」「3倍だろう」「では　なぜ3倍と考えたか」つぎに「どんな考え方や方法で3倍と考えたか」など子どもを追い込んでいき，自分の考え方のあいまいさをなくすようにしなければならない。この段階で，みつけた考え方，方法の確からしさが子どもにはっきりしてくるのではないかと思われる。

この確かめ方から，さらに「どんな考え方が最も信頼できるか」「それはなぜだろうか」「どんな点で信頼できるだろうか」などに発展させるべきであった。しかし，実際には弧の長さの計算に手間どり，時間に追われて，このような追求ができなかった。そのため，対応関係が完全にとらえられ，それを比の値で表わすと（半径）÷（半径）に簡約されることの理解まで十分深められたとはいえないと反省される。

関数表に整理し，比例関係を見つけたあと，「図形の長さが比例するとき，簡単な比の値から他の長さもわかるという考え方や方法が，もっと別の問題にあてはまるだろうか」「円すいの場合，どこの部分に，この変わる長さの関係が適応するか」「なぜそれがいえるのか」など，発展拡張の段階で，もっと子どもの中から考えを広げていく見方を引き出すよう働きかける必要があった。

この指導では，子どもが課題の構造をふまえて，発展する自由な思考活動を活発に行なうように，計画したが，教師の意図が前面に出すぎ，思うように展開できなかった。それは，子どもに，検討させる観点や内容を明確に意識させ，検討の方法について指導する場面の準備が不足であったためと考える。

検討の場の意図的な設定，発展，適用を考えた設問等，子どもが結果を見通し，問題に取りくむ主体的な学習場面を一層広げていく必要があろう。

(3) 今後への発展

相似な2つの図形では，対応する辺の間にはいつも比例関係が存在していることを理解した。このことは，次単元の相似の学習に直接役立つだけでなく，図形の量の対応関係の理解に有益であろう。数量関係，図形を問わず，対応する量を考察する機会を多く用意するならば，量の関係だけでなく，図形の性質や特徴のとらえ方も変わり，概念の形成もより明らかになるものと思われる。

具体的には，拡大図，縮図の指導で対応する辺の比に目を向けるようになろう。また，回転体の学習で，円すいを回転軸に垂直に切ったとき，母線と切り口の円周，そして直径との関係に気づくようになる。このような関係を，どんな方法で検討していったらよいか，どの方法をどこで使うかなど，検討の手段が身につき，自分自身の力で確かめつつ理解していくことが可能となろう。

日々の授業の中で，検討した結果から生まれたきまりや考え方をどのような場面に適用させるか，条件を変えてみた時にもあてはまるか，場面を変えたらどうか……等，常に発展を考えた指導にとりくむとき，教材分析の視点が明らかになり，より効果的な指導に結びつくものと考える。今後とも，このような観点からの授業の実践に取りくみたいものである。

（遠 藤　寿）

「検討した結果からの発展」の実践例(3)　小学校第6学年

1　題材名　縮図と拡大図のかき方

2　研究主題にもとづいた題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

ここでは，第4学年で学習した合同な三角形の作図の発展として，縮図や拡大図の作図をとりあげ，どんな条件があれば縮図や拡大図がかけるかという観点から考察していこうとするものである。

三角形の縮図や拡大図の作図結果の検討から，それらがかける条件を明らかにし，三角形の合同条件との対比を通して，両者の包摂関係をとらえていく。さらに，四角形や五角形など多角形の縮図，拡大図の作図へと発展させ，縮図と拡大図の概念をより深めることをねらっている。

(2)　問題点

図形の作図は，図形をかくことに意味があるのではなく，作図という図形の構成活動を通して，図形が決定するための必要十分条件を知り，図形をその必要十分条件で表わされるものとしてとらえることが重要である。

ところが，児童の多くは，図形の作図そのものにねらいをおき，作図結果の検討の必要性を感じなかったり，課題の構造に着目することができなかったりしている現状である。ふりかえってみて，既習事項と対比し，構造を同じくする新しいものへと目を向けることが少なく，このことが結果の検討や一般化への意識を弱めているものとみられる。

以上の事項を児童の作図教材に対する構えの一般的な問題点とすれば，次の事項を具体的な問題点としてあげることができる。

ア　作図をする上での問題点

㋐　根拠を明らかにしないで作図をするため形式的機械的になり易い。

㋑　作図結果を確認するものが少ない。(結果の個人検討がおろそかになり易い。)

㋒　作図用具の使用技術が低く作図結果が不正確になり易い。

こうしたことから，作図にあたっては，見通しをもたせる段階で，どんなことを使えば縮図や拡大図がかけるのか，どんなことを確めればよいのかといった作図の根拠や作図結果の確認の方法などをおさえさせてから作図にはいらせることが大切となる。

作図結果は製図とちがい，美しくなくともよいが，確かめにたえるには正確さがのぞまれる。そのため，図形を構成する要素の作図で用具の使用技術を高めておくことがここでの前提条件となる。

イ　結果の検討をする上での問題点

検討をすすめるには，何をどのように検討するのかを明らかにする必要がある。

ここでの検討の中心は，作図の根拠としてどんなことを使ったのか，作図が正しいかどうかをどんなことで確かめたのかで，これらから縮図や拡大図がかける条件を明らかにすることである。

児童に作図の結果を説明させると，三角定規やコンパスを使ってこうかいたという作図の順序をあげ，

その根拠を明確に説明することは少ない。すなわち，児童にとっては，作図することができるという事実と，作図の条件は何であったかという認識が必ずしも一致せず，図形をそれがかけるための必要十分条件で表わされるものとしてとらえることが困難なためと思える。辺や角を要素として，平面図形の形が一意に決定し，作図が可能であることの指摘のむずかしいことが問題である。

ウ　一般化をはかる上での問題点

作図結果の検討に際しては，課題の構造に着目しないため，一般化のはかりにくいことが考えられる。

それだけに，結果の検討過程で，視点を変更したり，既習事項との関係をとり上げたりして自由に考えさせることによって，作図条件をより明確にしていくことが必要となってくる。一般化にさいしては，保存すべき論理性は何であるのかを明らかにしておくことも大切である。

3　指導の構想

(1)　指導計画　　縮図と拡大図のかき方（3時間扱い，本時$\frac{1}{3}$時）

(2)　本時の構想

ア　学習課題の提示

前時の終末に「この三角形と同じ形の三角形をかこう。」という全体構想的な課題を設定しておいた。縮図・拡大図・合同な図形など同じ形ならたくさんかけるが，いったいどれをかくのだろうかという意識をもたせたかったのである。児童が，作図の必要感から原図と同じ形との関係を要求したときに，「原図の2倍の拡大図をかこう。」という具体的な課題を提示する。

イ　課題解決の見通しのもたせ方

作図ができても，その結果を生みだした考えやそれが正しいのだということをいえない児童が多い。そこで，見通しをもたせて作業にとりくませる必要がある。ここでは，どんな手法を使えば原図の三角形の2倍の拡大図がかけるのか，かけたものが正しいかどうかを確かめるにはどうするかをプリントに書かせてから拡大図をかかせることにする。これが，作図結果の検討を促す手だてでもある。

ウ　結果の検討のさせ方

児童は，三角形の決定条件や点対称の位置にある図形の性質などを用いた合同な図形の書き方を手がかりにして，次のような考えで作図することが予想される。

- 3辺の長さが決まればよい ——3辺の長さの比を一定にする。
- 2辺の長さと夾角が決まればよい ——2辺の長さの比を一定にする
  - 夾角は，原図に重ねる。
  - 夾角を，分度器で別にとる。
- 2角とその間の辺の長さが決まればよい ——既知の2角にはさまれた辺を比できめる。
- 点対称の位置にある図のかき方の考えを用いて——対称の中心をきめる。辺の長さをきめる。

確かめについては，使わない要素の測定や他の方法との比較でなされるだろう。また，作図の考えは違っていても，結果は合同であることから，切取って重ねてみるという方法も考えられよう。

結果の検討では，これらの考えで2倍の拡大図がかけるか，作図にあやまりがないかについて集団で検討する。そこから，拡大図がかける条件をおさえさせることがここでの中心となる。

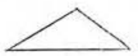
エ　一般化

三角形の拡大図がかける条件が明らかになっても，三角形の合同条件から類推しているので，両条件の関係を調べる必要があると考える児童は少ないと思う。そこで，両者を対比させる場を設定し，両者の異同に着目させて，三角形の拡大図がかける条件は，三角形の合同条件を含むものであることを明確にしていく。この包摂関係については，この後の縮図の作図を通して深められるものである。

4　本時の指導

(1)　ねらい　　三角形の拡大図がかける条件を知り，これと合同な三角形がかける条件を対比することにより，「合同」と「同じ形」の包摂関係をとらえさせる。

(2)　展　開

指導項目	教師の働きかけ	予想される児童の反応	留　意　点
o　課題を理解させる。	o　課題について話し合わせる。  この三角形と同じ形の三角形はすぐかけるか。 ・　この三角形の2倍の拡大図をかこう。	・　縮図をかくのか拡大図をかくのか合同な図をかくのかわからない。 ・　かけるけれど1つにきまらない。	・課題は，前時の終末に提示しておく。「この三角形と同じ形の三角形をかこう。」 ・要素の大きさを明示しないでプリントした一般三角形を素材として使用する。
o　見通しをもって試行させる。 o　結果の検討から，三角形の拡大図がかける条件をまとめさせる。	o　見通しをたてて拡大図をかかせる。 ・　自分の考えをはっきりさせてからかこう。 ・　作図結果の検討を通して，三角形の拡大図がかける条件をまとめさせる。 ・　作図の根拠，確かめの方法をはっきりさせて結果を検討しよう。 ・　どのかき方もその根拠にあやまりはないか。	o　次のような方法で拡大図をかくだろう。 a　三角形の合同条件をいかして b　対応する1頂点をそろえて c　点対称の位置にある図を手がかりにして o　確かめは次のようにするだろう。 ・　作図に使用しない要素を測定して ・　切りとって重ねて ・　cだけは，結果を確かめてみると正しいことはわかるが，根拠が正しいかどうか，他の方法でかいたものと比べてみてもわからない。	・結果の検討に生かせるように作図についての自分の根拠をプリントにかかせる。 ・作図の手順を説明する児童があるので，何をどう検討するのかをおさえてから検討にはいらせる。 ・bの方法はaに含まれることが検討の過程で明らかにされようが，cの根拠を明らかにすることは，現在の児童の力では不可能である。
	・　倍率が変わっても他の三角形でも拡大図がかけるか。	・　三角形の合同条件をいかした拡大図がかける条件を使えば同じようにかくことができる。	・特殊な三角形については，家庭で拡大図をかかせるようにする。
o　三角形の合同条件と三角形の拡大図がかける条件とを対比させ，	o　三角形の合同条件と三角形の拡大図がかける条件を対比させる。 ・　三角形の合同条件と拡大図がかける条件はどんな関係にあるのだ	・　拡大図がかける条件と合同条件とは目をつけた窓口が同じである。	・関係をとらえにくいときは，異同を弁別させ，類似点をまとめさせて関

包摂関係をみつけさせる。	ろうか。 ○ 三角形の拡大図がかける条件で合同な三角形をかかせる。	・ 拡大図がかける条件を合同条件にあてはめてみるとそのまま使える。 ・ 辺の比を1：1にして合同な三角形をかくだろう。	係をとらえさせる。作図を通して，両者の関係が明らかになるものと思われる。

5 考察

(1) 学習課題の提示

前時の終末に，三角形を紙にかいて黒板に貼布し，「この三角形と同じ形の三角形をかこう。」と次時の課題をしめしておいた。これについて，「すぐにかけるか。」とはたらきかけると，児童の多くは「すぐにはかけない。」とこたえ，その理由として要素の大きさのわからないことをあげた。これは，三角形が決定するためには，要素の大きさが関与するという既習の内容が理解されていることを示している。

このあと，原図の三角形のプリントを配布して「辺の長さや角の大きさがわからないと同じ形がかけないか。」と問いかけると，測定すればわかるからすぐかけるという反応に変わっていった。大部分の児童が，同じ形に含まれる形のどれかを想定しているのでこのような見通しになったものと思われる。

2，3の児童から，縮図，拡大図，合同な図形のうち，どれをかくのか，はっきりしないときまらないという意見がでてきても，みんなを説得するほどの強さをもたなかった。この意見をとり上げ，課題の同じ形について児童のもつイメージを発表させておけば，同じ形をかくにはいろいろあること，そのうち，どれかをきめてかけば後に検討のときにまとめ易いことなどが明確になり，具体的な課題「2倍の拡大図をかこう。」につながったものと思われる。

(2) 見通しと課題解決

見通しをもたせる段階で，できるだけたくさんの方法でかいてみようとはたらきかけたせいか，ひとりで5通りも方法を考えた児童がでた。このため，作図に時間がかかることは予想していたものの時間内に全部作図するまでにはいたらなかった。これは，ひとりでいく通りもの方法を考えたことにもよるが，作図用具の使用技術に，大きく影響されたことは否定できないことである。

下位の児童は，自分の考えを文章化することが難しく，すぐ作図に入り，あとで考えをかいていく傾向がある。また，自分の考えを書いたにしても，作図ではその考えを使わないで別の考えを使ってかくのは，原図と拡大図との対応関係がはっきりとらえられていないことによるものと考えられる。

児童は，次のような考えで作図をしていた。（児童の作図プリントから）

①三角形の合同条件と関連させて
- ㋐三辺の長さの比を一定にして
- ㋑夾角相等と二辺の長さの比を一定にして
- ㋒二角相等と夾辺の長さをきめて

②対称の位置にある図のかき方を利用して
③対応する1頂点をそろえて　（①の㋑）
④三角形の内部に対称の中心をとって（①の㋑）
→ 相似の中心を用いる考え方

(3) 結果の検討

三角形の合同条件を手がかりにしている①については，大部分の児童がよくわかるのか，結果の検討もここから始めていった。

が，この考えでよしとする確認ができない。三辺の長さを2倍にしてかいたのだから，拡大図の三辺の長さを測定し原図の2倍になっていればよい。測定してみたら三辺とも長さが2倍になっていたのであやまりはないから，この考えでよいという。かくときに使わなかった要素の測定とか，他の方法と比較してみたらという意見がなかなかでなかった。

かくときに使った要素を測定してあやまりがないから正しいことになるのだろうかと問いかけると，かくときに使った要素の測定ではおかしいことに気づき，他の要素の測定をしてみないと正しいとはいえないという意見がでてきて，使わない要素に注意を向けた。また，拡大したのだから縮小してみればよいとか，対応する1つの角を重ねたとき重ならない辺がたがいに平行になっていればよいといった意見もでてきた。大切な意見だが，決め手にはならないので，この3つの方法はちがうのだが，どれもあやまりがないことを簡単に確かめる方法はないかと問いかけると，3つとも2倍の拡大図で合同になるわけだから，切り取って重ねてみたらよいのではないかという方法がようやくでてきた。

③の考えは，①の㋑の考えを使っていることは確認できたが，②や④の考えについては，①のどの考えを使っているのかはっきりしなかった。これは対応する辺の長さが原図の2倍になり角の大きさが等しいのだからよいのではないかということで確認ができた。そのあと，②や④についても切り取って，①のものと重ねてみたらよりはっきりするのではないかという意見がで，実際に重ねてみて納得した。

これらの確認のあとで，三角形の拡大図をかくには，三角形の合同条件を生かしているという意見がでて，三角形の拡大図がかける条件として①の3通りの考えでよいことを確認した。②や④の考えを検討する力は現在の児童にはないことがはっきりした。

(4)　「合同」と「同じ形」の統合

前段階の児童の発言をとり上げ，三角形の拡大図をかくときに三角形の合同条件を生かしているという意見があったが，三角形の拡大図がかける条件と三角形の合同条件との関係はどうなっているのだろうかと統合へのはたらきかけをした。

これまで，両者が別々に独立していると考えていた児童だけに具体的な意見がでてこなかったので，前出の児童に説明させてみた。その児童によると，似ているところがあれば関係があるのだから，両者の似ているところをあげてみると，辺の長さの比が一定になっているだけであとはまったく同じだという。ベン図にかくと合同条件の外側に三角形の拡大図がかける条件がでてくるというのである。

この後，グループでの検討を通し，三角形の拡大図がかける条件で原図と合同な三角形をかけることから両者の包摂関係を確認した。

この題材は，図形を相似，合同という観点に立ってその理解をまとめることがねらいとなる。作図教材の指導のむずかしさは，いかにその見通しをたてさせ，課題の構造に着目させるかにある。このことが結果の検討につながり一般化に結びつく。児童が作図の見通しをもち，課題の構造に着目したときに，作図教材は，検討にたえ，一般化のできる教材として価値あるものとみられる。

（小出　洋）

「検討した結果の発展」の実践例（4）　中学校第2学年

1　題材　三角形の合同条件

2　研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

生徒は三角形の合同条件については一年生で学んでおり，合同条件を用いて二等辺三角形の性質を調べてきた。本題材では三角形の合同条件を用いてより広く図形の性質を調べていくことにする。

論証を進めていくには命題の構造が生徒に明確に意識されなければならない。つまり仮定と結論が何であるか生徒がしっかりとらえることから図形の性質の学習が始まる。

本題材のねらいとしては，仮定から証明をやり結論を導くということで終わるのでなく，結論を得た段階で，その結論が導かれるに至った条件をもう一度検討し，例えば別な位置関係に動かすとか他の図形で考えてみるとどうなるかなど，条件を変えるとその結論はどうなるのか論証を進めさせたい。その結果異って見える問題でも同一問題として見，図形を統合的にとらえさせることをねらいとする。

(2)　問題点

生徒のこれまでの図形教材における論証の経験は少ないので，本時の題材に取組める程の論証力を持っているか。また証明を口答したり記述したり何人位の生徒がどれ程できるのであろうか。

三角形の合同条件を使い証明をやるには，図形の中から合同となる三角形を取り出さねばならない。生徒はそれをどうやって取り出していくか。また多くの生徒が取り出せるようになっているか。

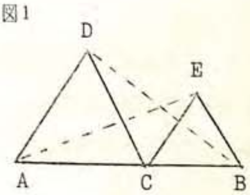
最初の段階では，正三角形を移動してみる必要がある。とかく生徒は図形を静的にとらえてきたが，動的にとらえようとする教師の意図の間にギャップがないか。

数量教材では，一つの解答が得られれば，検討もせずに，それで終りという態度が生徒にみられる。図形教材で証明をやった後，仮定を検討し，変更し，より一般化・統合化を目ざす過程には生徒はそれ程の抵抗もないと思うが実際はどうか。

3　指導の構想

本題材で取扱うのは，次の問題である。

図1



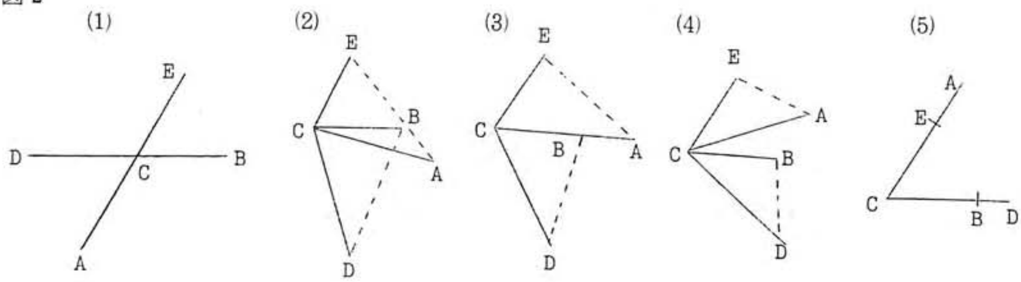
「線分ＡＢ上に点Ｃをとり，ＡＣ，ＣＢをそれぞれ１辺とする正三角形ＡＣＤ，正三角形ＣＢＥを図のようにつくると，ＡＥ＝ＢＤである。これを証明せよ。」

とかくこのような問題は，要求された通りに問題を証明すれば終わりということになりやすい。ここでは証明して終わりということでなく，この問題をより一般的にとらえ，他の図形への発展も考えさせたい。一般化にも対象により色々な方法があろう。ここで考えられる一般化の方法として次のことが考えられる。

- 与えられた図だけでなく，２つの正三角形がもっと異った位置にある時はＡＥ＝ＢＤは成立するの

か。これを検討するには，例えば下の図のように∠ＢＣＥを固定し，∠ＡＣＤをＣのまわりに回転していく中で生徒に色々の場合をとらえさせ，すべての場合にＡＥ＝ＢＤが成立するか検討させる過程を通して，正三角形における一般性を見いださせたい。

図２



◦　図１での証明とその検討から　ＡＥ＝ＢＤであるには△ＡＣＥ≡△ＤＣＢでなければならず，その条件は，２辺夾角相等で次の２つが成立しなければならない。

ア　ＡＣ＝ＣＤ　ＢＣ＝ＣＥ

イ　∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＥ（＝６０°）

この２つの条件を変更することによって　正三角形以外の三角形でもＡＥ＝ＢＤが成立しうるのか検討し，そこからこの問題での一般化の方向が見いだせないか。

◦　ＡとＤ，ＢとＥを結ぶ線は必ずＡＤ，ＢＥという線分でなければならないか。そこから多角形への発展を見いだせられないか。

以上の３つの点をふまえて，研究主題に従った本時の展開をはかりたい。

(3)　指導計画

単元　　図形の合同（１４時間）

1　図形の調べ方	4. 5時間
§1　定理と証明	2. 0時間
§2　証明の進め方	2. 5時間
2.　三角形	9. 5時間
§1　三角形の合同条件	5. 5時間（本時 0. 5～1. 5時）
§2　三角形の外接円	2. 0時間
§3　三角形の内接円	2. 0時間

4　本時の指導

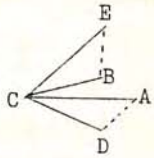
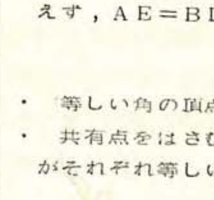
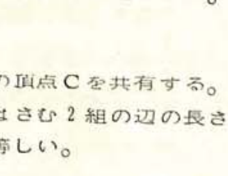
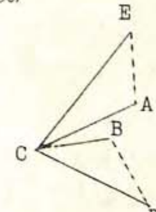
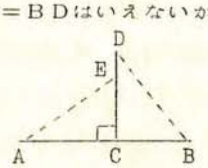
(1)　題材　　三角形の合同条件

(2)　ねらい

２つの正三角形で，１つの頂点を共有する場合，対応する頂点間の距離の相等性が，位置関係に関係

なく成立し，また正三角形でなくとも成立する場合もあることから，そこに必要な条件をとらえさせ，問題における必要十分条件を見いださせる。

(3) 展開

指導項目	教師の働きかけ	予想される生徒の反応	指導上の留意点
前時の確認	・正三角形ACD，正三角形CBEで，Cを共有さえすれば，AE＝BDがいえたのは，どんな理由からか	・△ACE≡△DCBでいえた ・AC＝CD　BC＝CE　(ア) ∠ACD＝∠BCE＝60°　(イ) という条件があったのでいえた。	・どの合同条件を使ったか図と対応させ辺や角を正しく把握させておく。
条件の変更	・(ア)(イ)の条件を変えたら　AE＝BDはいえるか。 条件を変えてみよう。	・∠ACD，∠BCEは60°でなくても等しければよい。 ・∠ACD＝∠BCE　(ウ) ・∠ACD≒∠BCE　(エ) ・AC≒CD　BC≒CE　(オ) ・{AC≒CD　BC≒CE ∠ACD≒∠BCE　(カ)	・∠ACD＝∠BCE≒60°でよいことは，正三角形で意図的に伏線として出しておく。
検　討	・(ウ)の時　成立するか調べよう。 ・(ウ)の条件の時　どんな場合でも成立するか図を書き調べなさい。 ・(エ)(オ)(カ)の場合にはAE＝BDはいえるか調べよう。	・前と同じく△ACE≡△DCBでいえる。  ・AE＝BDは，いつもいえます。 ・∠ACDと∠BCEは60°でなくとも等しければ，いつでも∠ACE＝∠DCBとなる。 ・下のような図を書く。 (エ)  (オ)  ・(エ)(オ)(カ)では，三角形の合同はいえず，AE＝BDは成立しない。	・自分や他の生徒が納得するまで場合を尽して検討させる。 ・あげられた条件にそって図が書けるか，隣同志で比べさせる。 (カ) 
一　般　化	・この問題で，条件として何があればAE＝BDがいえるかまとめなさい。	・等しい角の頂点Cを共有する。 ・共有点をはさむ2組の辺の長さがそれぞれ等しい。	・これまでの図をよく検討させうまくまとめるよう指導する。
拡　張	・三角形でないとAE＝BDはいえないか。 	・正多角形でもいえる。 ・AE＝BDである。 ・証明をする。	・条件にあっていれば　AとD　BとEはどんな線で結ばれていてもよいことに

	・上の図で等しくなる線分はどれか。 ・どんな平面図形の問題として考えられるか。	・ＡＥとＢＤである。 ・証明をする。 ・直角二等辺三角形 ・正方形 ・どんなものでもよい。	気づかせる。

5 結果の考察

(1) 生徒の反応

ア 条件把握について

最初の問題は正三角形であり，問題構造も容易で，仮定・結論は大多数が把握していた。

正三角形で，ＡＥ＝ＢＤならしめる条件（ＡＣ＝ＣＤ，ＢＣ＝ＣＥ，∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＥ＝６０°）は，教師の質問に対して，すぐにかなりの生徒が正しく反応した。ＡＤ，ＢＥについては，その線分を消すことによって，合同条件の成立するに必要な条件だけを考え直そうとする態度が生徒にみられた。それによりＡとＤ，ＢとＥはどんな線で結ばれても，△ＡＣＥ≡△ＢＣＤの条件には関係ないことに気づいた。

正三角形の段階で，「点Ｃの所の角は６０°でなくともよい」という声もあり，多くの生徒は相似な二等辺三角形についても，ＡＥ＝ＢＤは成立つことを直観していたようにみえた。

イ 条件変更について

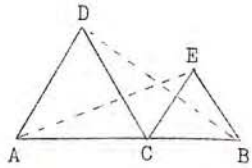
生徒があげた条件変更は「成立しそうもないが」ということで下の①②③，「成立するだろう」ということで④が順にあげられた。

① ＡＣ≒ＣＤ　ＢＣ≒ＣＥ　∠ＡＣＤ≒∠ＢＣＥ

② ∠ＡＣＤ≒∠ＢＣＥ

③ ＡＣ≒ＣＤ　ＢＣ≒ＣＥ

④ ∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＥ≒６０°



授業では④→②→③と進んだが，①②③から④へ進む過程をとった方が，どうして成立たないのか考えさせ，成立つ場合と比較しようとする意欲が強く働き，より検討しようとする意欲がおこり，検討する方法も考えようとすることが強く現われるのでなかっただろうか。

条件を変えようということについては，心理的抵抗はなかったようだが，どこをどのように変えればよいかになると，どうしたらよいかわからないという生徒が多くいた。

ウ 検討について

合同条件を使い証明することは，指導時間が浅く，最初多くの生徒に抵抗があった。

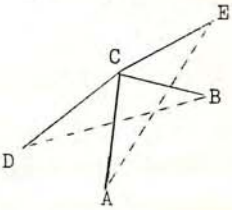
条件が明確にされ，条件変更の段階では，その変更した条件を視点に，三角形の合同条件を用いて検討を進めようという意識が生徒自らの中に植えつけられていった。

検討の段階に入ると，生徒は「みんな成立つ」とか「いや，成立たない時もある」とかわきたった。

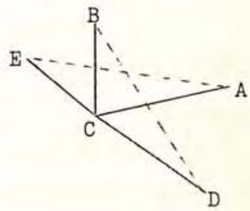
検討前の段階では，教師に質問されると成立するかしないか判断できかねる生徒もいた。

④の所では，大体の生徒が，右のような図を2，3かいて，図の上で確かめていた。生徒の中には図3の(1)と(2)を違うものと考えて，ノートにかいていた者もかなりいた。殆どの生徒はAE＝BDは成立すると確信していた。

図3の(1)

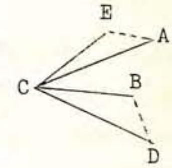


(2)



②③は一斉授業の中で行なわれ，一部の生徒から検討もされず，直観的に成立するとの意見がで，それに引きづられそうな気配が学級にあったが，他の生徒から合同条件が成立しないのでだめだという反論があり，話し合いの中で検討せねばならないという方向へ変わっていった。また③で図4のように　AD＝DC，EC＝BEの図を出した時，△ACD，△BCEは二等辺三角形なので当然という意識が当初生徒にはあったようだ。しかし，AE，BDの線分をとることにより検討がなされ，図の上で合同条件による確かめをし，初めて成立しないことが納得できたようである。

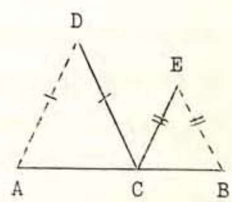
(3)



エ　一般化　拡張について

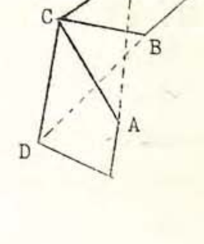
AC＝CD，BC＝CE，∠ACD＝∠BCEという条件があれば，三角形では，AE＝BDが成立つことは殆どの生徒がこの段階で理解していた。三角形以外では，正方形・正多角形なら同じことが成立つという意見は出たが，AとD，BとEを結ぶ線はどんな形でもよいと気づいた生徒はいなかった。これは図5を示して，AE＝BDが成立することには，AとD，BとEのつながり方には関係ないことが認識され，これにより生徒は，本質的にこの問題の一般性をとらえたといえる。

図4



最後の課題では，問題づくりをやらせようと思ったが，時間不足で，直角三角形の場合を証明したことで終ったのは残念であった。

図5



(2)　まとめ

証明があるという理由で，図形には興味を示さなかった生徒でも，繰返し検討していく過程をへて，拡張の問題にも積極的に取組むようになり，この問題に関しては証明にも抵抗を示さなくなった。このような指導を適宜取入れることにより興味も増し，一般的に処理していこうとする態度も身についていくものと考える。

2年生で，まだ証明を記述したり，必要な図形を取出したりする力が不十分な段階で，このように題材を扱うことには不安もあったが，実践の結果，このように指導を進めると，生徒には，図形に対しての認識を発展的にとらえさせるという点で効果は大きいと考える。

（吉田　泉）

「検討した結果からの発展」の実践例(5)　中学校第3学年

1　題材　三平方の定理の拡張

2　研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

三平方の定理の内容を，条件を変え，結果を検討する過程から，次のことを理解する。

(ア)　直角三角形の各辺の上の図形が，正方形でなければならないという概念をうちくだき，「相似形であれば，斜辺の上の図形の面積は，他の2辺の上の図形の面積の和に等しい」とまで拡張する。

(イ)　三平方の定理を辺の関係としてとらえ．相似形の面積比との関連でみることができるようにする。

(2)　問題点

三平方の定理を，教科書では，「直角三角形では，直角をはさむ2辺の上の正方形の面積の和は，斜辺の上の正方形の面積に等しい。すなわち，直角をはさむ2辺を a，b，斜辺を c とすると，$a^2+b^2=c^2$ である。」としている。　（学図）

上記のような定理のとらえ方をすると，視覚的，直観的で，証明も比較的簡単で，内容の定着度も高いという点で効果があると考えられる。

しかし，生徒の実態からすると内容的に次のような問題点がある。

(ア)　正方形の面積に力点がおかれ，固定された考え方になりはしないか。

(イ)　辺の関係としてとらえられるか。

(ウ)　平方の関係が，面積比としてとらえられるか。

これらは，与えられた仮定から出発し，結果が正しければよしとして真の検討が加えられなかった今までの指導に起因するものと考えられる。もっと，定理の仮定を分析し，検討する過程をとおして定理の根底にある図形の構造にまで着目させ，この定理を拡張させなければならない。

最終的には，2年生で学習した相似形の面積比は，相似比の2乗に等しいという内容に結びつけて指導する必要を感ずるのである。

また，検討の方法として，次の点が問題となろう

(エ)　条件をうまく，変化させることができるか。

(オ)　等値関係の証明方法を知っているか。　A＝……＝……＝B，又は　A＝C，B＝C　故にA＝B

以上の観点から，三平方の定理の拡張として，次のような構想で，指導を試みる。

3　指導の構想

(1)　指導計画

ア　三平方の定理　（1.5時間）　イ　三平方の定理の逆　（1.5時間）　ウ　三平方の定理の，いろいろな証明法　（1時間）　エ　三平方の定理の応用及び問題　（6時間）　オ　三平方の定理の拡張　（1時間）（本時）

(2) 本時の構想

直角三角形では，「直角をはさむ2辺の上の正方形の面積の和は，斜辺の上の正方形の面積に等しい」これがこの定理の内容である。定理を検討する中から，この定理を拡張させようと試みる。

2年生以来の論証指導は，仮定と結論を与え，「……のとき……であることを証明せよ」という形が大部分であった。

ここでは，条件を分析し，条件を変えることによって，「……を……としたら……となるであろう」と予想を立て，検討させる中から内容の拡張をはかろうとするのである。

条件を変えるためには，ア　条件の1部を入れかえる　イ　条件の1部を削除する　ウ　条件を添加する　などの方法が考えられる。

この条件変化によって，結果はどうなるであろうかを，帰納的，論理的思考を働かせながら，結果を統合的に見ることができるようにしたいのである。

本時の指導では，直角三角形の各辺の上に作る図形が，正方形でなかったならば，結果はどのようになるであろうか。といろいろな図形を書いて，生徒自ら結果を予想し，検討を加えることによって，多面的な見方，考え方で，教材の持つ構造を発見していく過程を構成する。このことにより生徒の思考が，より確かな幅広いものへと発展していくであろうと考えた。

本時の題材においては

〔仮定1〕　直角三角形である。〔仮定2〕　各辺の上に正方形をつくる。

〔結論〕　斜辺の上の正方形の面積は，他の2辺の上の正方形の面積の和に等しい。

条件変更では，「仮定1」を変える。「仮定2」を変える。の2つの方法がある。この「仮定2」を変えることによって，どのような結果を得るか，検討する必要がある。究極的には，相似形ならば，すべて成立する定理であるので，次のような構造が考えられる。

〔仮定1〕

直角三角形

〔仮定2〕

・正方形　・正多角形
・正三角形　・円

・二等辺三角形
・長方形・・直角三角形

〔結論〕

斜辺の上の図形の面積は，他の2辺の上の面積の和に等しい。

条件添加（相似形となるための）

（相似形でない）

$S_1 > S_2 + S_3$，$S_1 < S_2 + S_3$

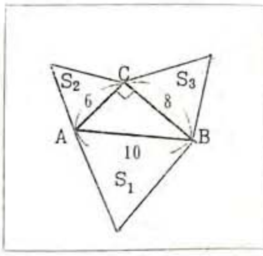
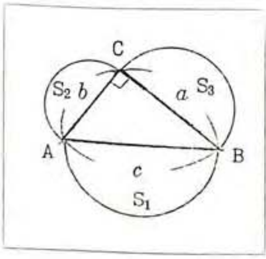
4　展開例

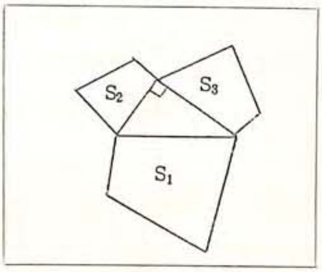
(1) 題材　　三平方の定理の拡張

(2) ねらい

直角三角形では，斜辺の上に書いた正方形の面積は，直角をはさむ2辺のそれぞれの上にかいた正方形の面積の和に等しい。これより，条件を変え，結果を検討する過程から，直角三角形の3辺を，それぞれ対応する1辺とした相似の図形をつくれば，斜辺の上の図形の面積は，他の2辺の上の図形の面積の和に等しくなることを理解する。

(3) 展開

指導項目	教師の働きかけ	予想される生徒の反応	指導上の留意点
(1) 三平方の定理の確認	(1) 三平方の定理を復習しよう。 きょうは，この問題を少し変えてみよう。	(1) 図を書いて，記号で表わす。 ・仮定 $\angle C=\angle R$ □は正方形 ・結論 $AB^2=BC^2+AC^2$ $c^2=a^2+b^2$ と書く	(1)・仮定と結論を明確にする。
(2) 条件を変えて，結果を予想する。	(2) 三辺の上に作る図形が正方形でなかったら，どんな結果になるだろう。いろいろな図形をかいて予想を立ててみよう。	(2) 正三角形・直角三角形・長方形・正五角形・ひし形・二等辺三角形・円などをかき，予想を立てる。 ・直観的に判断するもの，方眼をかぞえるもの	(2)・方眼紙にかく， ・条件を変えて，結果が同じもの，変わるものの区別がつくか。
(3) 等式が成立するもの（正三角形）（半円） $S_1=S_2+S_3$	(3) 次の場合について，$S_1=S_2+S_3$が成立するかどうか，しらべてみよう。 正三角形の場合 	半円の場合 	(3)・正三角形の場合 直角三角形の3辺を 6 *cm*，8 *cm* 10 *cm*と与える。 ・半円の場合 直角三角形の3辺を文字で与える。
	・正三角形の場合はどうか計算してみよう。	・各三角形の面積を計算し，正しいことを確認する。	・既習の面積計算ができるか。
	・半円の場合はどうか，確かめてみよう。	・文字計算に抵抗があろう。 ・$a^2+b^2=c^2$が成立すれば $\pi a^2+\pi b^2$と πc^2の間に等号が成り立つことを知る。	・三平方の定理を一般的な仮定と見なすことができるか。
(4) 条件添加により，等式が成立するもの（二等辺三角形）	(4) 二等辺三角形の場合はどうか。 ・等しいと答えた人は，どんな考えで ・等しくないと答えた人はどんな考えで	(4) ・自分の図で直観的に ・計算によって ・方眼の数をかぞえて	(4) 直角三角形の各辺を 6 *cm*，8 *cm* 10 *cm*として与える 相似形以外の場合もあるが，とり扱わない。
$S_1<S_2+S_3$ $S_1>S_2+S_3$ $S_1=S_2+S_3$	・等式が成立するためにはどのようにすればよいか。	・高さを等しくすれば ・高さの比を一定にすれば ・相似形になるようにすれば	

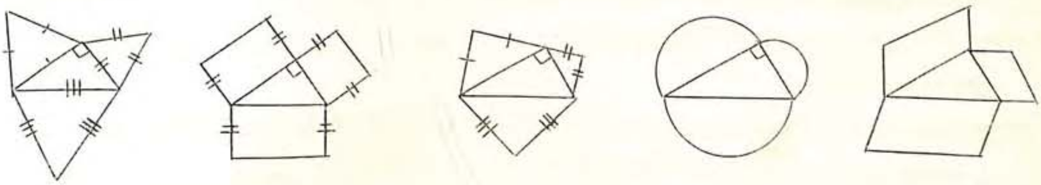
(5)　まとめ	(5)　いままでのことをまとめると，直角三角形の各辺の上にかく図形は，相似形であれば，どんな図形でも　$S_1 = S_2 + S_3$が成立するといえる。	・高さの比が，2：3：5となっている。 ・相似形ならば，$S_1 = S_2 + S_3$が成立することを知る。 $S_1 \backsim S_2 \backsim S_3$　のとき  ・まとめをノートに整理する。	(5)．板書する。

5　結果の考察

(1)　生徒自ら，結果を検討し，発展させるために

「三辺の上に作る図形が正方形でなかったら，どんな結果になるだろう」との問いに対して，生徒は次の場合について，予想を立てた。

1.　正三角形　　2.　長方形　　3.　二等辺三角形　4.　半円　　5.　平行四辺形



「条件を変えることによって，どのような結果を得るか」　ということについては，条件が変われば，結果も変わると考えている生徒が，正三角形の場合約$\frac{1}{3}$，半円の場合には，大多数をしめた。2年の仮定，結論の指導から，生徒は当然変わるものと考えるのであろう。

(2)　正三角形についての検討

数値代入による検討をさせたのであるが，面積計算に手間どった。数の計算（無理数）の指導を強化しておくべきであった。しかし，$S_1 = S_2 + S_3$であることはできたものと思われる。また，検討のしかたとして，最初から，等号を使って書く生徒がいるので，ここはよくおさえておく必要がある。

(3)　半円についての検討

この場合，条件の変更そのものにおどろいた生徒もいた。

$S_1 < S_2 + S_3$であると考えた生徒が大部分であったことは，正方形ー正三角形ー円と，もっと類推をはたらかせてほしかった。

また，文字を導入して，検討させたため，計算に抵抗があったが，$\frac{b^2\pi}{8} + \frac{a^2\pi}{8}$ と $\frac{c^2\pi}{8}$ の関係から，$\frac{\pi}{8}$

をぬけば，等号で結べるということを発見し，新しい事実に気がつき，おどろいていた。このことで検討することの必要性，意義を十分に理解したと思う。

(4)　二等辺三角形の検討について

最初の計画の段階では，この問題を検討せずに，一般の相似形を使用して，検討させるつもりであった。しかし，生徒の中から「$S_1 = S_2 + S_3$である」との意見がでたため，ここで計画を変更し，これを検討することによって，一般の相似形にまで発展させようとした。

$S_1 = S_2 + S_3$であると答えた生徒は，直観的に答えたのであって，その中に含まれる意味にまでは，気がついていなかった。

$S_1 \neq S_2 + S_3$であるという意見がだされ，一般的にならないようなものがあることに気がついた。

それでは，どのようにすれば面積が等しくなるのか，「高さを一定にすれば」「高さの比を一定にすれば」等しくなるという意見がだされ，賛成者もいた。しかし，「高さを等しくすれば」の意見に対して，実際の数値を代入し，$S_1 = S_2 + S_3$は否定された。

「高さの比を一定にすれば」という意見をだした生徒が，自分から「だめだなあ」と意見をしりぞけてしまったことは残念であった。この問題から，数値を代入し，$S_1 = S_2 + S_3$，$S_1 < S_2 + S_3$，$S_1 > S_2 + S_3$の判別をさせるべきであった。この点をもっと追求していけば，検討の方法(条件を変える)もよく理解され，内容的にも発展，統合されるものであるだけに，指導の手を加える必要があった。

$S_1 = S_2 + S_3$となるために，条件が不足しているわけであるから，等号が成立するためにのみ条件をしぼって追求させれば，一般の相似形にまで発展したであろう。時間不足のために，これ以上追求の時間がとれなかった。ただし，二等辺三角形としてのみ追求すると一意決定せず，$S_1 = S_2 + S_3$が成立する場合は，相似形以外にもある。ここへ論理を進めてしまうと関数指導になってしまうので避けた。

(5)　一般の相似形の場合

実際の指導では，ここまで進めることができなかったが，2年生で学習した，相似形の面積比は，相似比の2乗に等しいことに結びつけ，a^2，b^2，c^2 は辺の2乗すなわち，相似比の2乗であるとみなすことができるとともに，辺の間に　$a^2 + b^2 = c^2$の関係が成り立てば，$S_1 = S_2 + S_3$の関係が成り立つことを理解させなければならない。

(6)　まとめ

以上のごとく，指導の全体をとおして，生徒は，検討をすることによって，自分たちの思いもよらない結果を得たことに対するおどろきと，検討することの大切さ，必要性を強く認識した。

また，自分たちで条件を変えるといろいろな問題をつくることができるのだなあということと合わせて，直観だけで判断することは，予想と異なり危険だ，という意識を持った。

なお，時間の配分について，指導計画では1時間配当であるが，この時間ではとうてい時間不足で，結論まで導くことができない。少なくとも1.5～2時間の時間をとらなければならないだろう。

教材内容では，いずれの場合も，三平方の定理の中だけでの考察であり，この域をぬけきらないというきらいがある。

(佐藤　克己)

「検討する力」の実践例（1）　小学校第5学年

1　題材　包摂関係にある事象の分類整理

2　研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

本題材の中心は，数量間の関係把握である。この場面で児童はいろいろな考えをめぐらせ，少しずつ自分の考えをつくり上げていくと思われる。この時，児童は無意識のなかに自ら導いた結果に対してその正しさをうらづけるような根拠を持つであろう。この段階ですでに検討は行なわれているが，より正しい一般的な結論を確立するためには，それらの結果を個人・グループ・全員で再検討していかなければならない。

以上のような観点から本題材をながめ，次のようなねらいを定めた。

ア　事象を集合に着目してとらえ，その集合の関係から起こる場合を落ちや重なりのないように分類・整理する考え方を深める。

イ　2つの集合の関係を表現する方法の検討をとおして，その意味を理解させる。

ウ　表現するための力，検討するための力を身につけさせ，問題解決のための考え方を高める。

(2)　問題点

数量間の関係をいかに簡潔に表現し，把握するかが大きなかぎになる。その立場から本題材にはいる前に事前テストをした。その中から問題点として次の事項をとり出した。

ア　包摂関係のとらえ方

80％の児童は図や表から要素の相互関係をとらえることができるが，具体事象から直接その包摂関係をとらえることができなかった。このことから児童は半具体的な場面からの関係はとらえられるとしても，事実問題からその相互関係はとらえられない。

このことは，検討する場合に支障をきたすと考えられる。

イ　ベン図の持つ意味

補集合の意識は70％の児童はできている。しかし，部分集合の意識やベン図のもつ抽象性についての意識は低い。このことから，児童はベン図を比較的よく使うが，論理的な意味内容まで理解して用いているものではないと考えられる。

ウ　表現の方法

包摂関係の表現のしかたとして70％の児童はベン図を使っている。二次元表，線分図はわずか25％弱である。また，個々の児童についてみると，これらを併用して考えることが少なく，一つの方法に固定している。これが，多様な思考や，比較検討をさまたげるのではないかと考える。

エ　論理的思考

ある事象に対して直観的にとらえて判断することが多く，順序だてて考えをおしすゝめていくことは

児童の実態からして容易ではない。したがって，関係把握が十分にできないと思われるし，他人の考えとの比較検討もできにくい。おそらく一部の児童にひきずられてしまいそうである。

3　指導の構想

(1)　指導計画

ア　２つの事がらについての場合を表や図で分類・整理する。……１時間

イ　集合に着目して，図や表に表現して数値を求める。……………１　〃　（本時）

ウ　２つの倍数の集合の関係から整数の分類をする。………………１　〃

エ　練習とまとめ。　………………１　〃

(2)　本題材で必要とする検討する力

ア　既習事項

全体集合と補集合，部分集合の関係とその意味，包摂関係を表わすベン図の読みとり方である。具体的には各パターンの意味づけとその読みとりの力である。

また，包摂関係を表現するための方法（ベン図，線分図，二次元表）とその使い方である。

イ　既習事項の選択と方向づけ

事象の持っている包摂関係はどんな構造であるか見定める力。つまり交わりの部分がどうなっているかを見ぬいていく力である。

ウ　条件整理

自分が推論していくのに必要な条件を整理する力，ここでは条件不足に気づき要求することである。

エ　比較検討

他人の考えと比較しながら自分の考えを修正し定着していく力。つまり，ベン図の表現と二次元表，線分図の表現とを関連づけ，同じことを表現しているのだということがわかり，自分に適した方法を身につけていくことである。

(3)　検討させるための手だて

上記のような力が発揮できるように，特に本時では課題に留意した。すなわち，課題そのものが，検討するように示唆させ，児童に検討の必要感を持たせた。また，わざと条件を欠如させてみた。これにより，児童は自ら検討をはじめ，課題解決に向かうと考えた。そのほか，比較検討する場合にいくつかの解決方法が考えられるようにし，さらにそれらの関係が明確につかめるものにした。

4　展開例

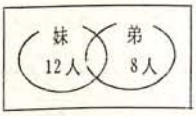
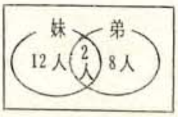
(1)　題材　包摂関係の表現

(2)　ねらい

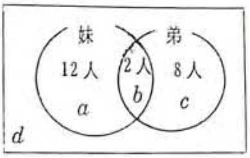
ア　２つの事象の関係を集合に着目して，図や表に表現し，それをもとに数値を求めることができる。

イ　表現したことを説明し合い，おたがいに検討しながら解決することができる。

(3)　展開

<table>
<tr><th>指導事項</th><th>教師の働きかけ</th><th>予想される児童の反応</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>(1) 問題把握と各自の予想</td><td>(1) この問題をやってみよう。</td><td>(1) 問題を読みとる。</td><td rowspan="2">・既習経験を喚起させ問題の方向を見定めさせる。</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">あるクラスに妹のある人が１２人，弟のある人が８人います。妹か弟のある人は何人かという問題に，Ａさんは１２人＋８人＝２０人としました。これは正しいでしょうか。</td></tr>
<tr><td></td><td>・たずねていることは何でしょう。
・あなたの考えはどうでしょう。
・正しい理由は
・正しくない理由は</td><td>・Ａさんの式は正しいかどうかということです。
・正しいです。
・正しくないです。
・１２人と８人だから２０人でよいと思います。
・両方ある人がいるかもしれないから正しくないと思います。</td><td>・集合の考え（包摂関係）に気づかせる。
・理由は深入りさせない程度に</td></tr>
<tr><td>(2) 予想の検証</td><td>(2) ほんとうにそうなるか，関係を図や表に表わして考えてみよう。
ベン図 
</td><td>(2) 関係を図や表に表現する。
・ベン図で表わす。
・二次元表で表わす。
二次元表<table><tr><th>弟＼妹</th><th>ある</th><th>ない</th><th>計</th></tr><tr><td>ある</td><td></td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>ない</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>計</td><td>１２</td><td></td><td></td></tr></table></td><td>・かなりの混乱も予想されるが，時間を十分与えたい。</td></tr>
<tr><td></td><td>・何か困っていることはありませんか。
・どうして，それが必要なのだろう。
・条件の補充をする。
（全体………３６
いない……１８
ある………　２）</td><td>・全体の人数がわからない。
・両方ともいない人数がわからない。
・両方ある人の人数がわからない。
・全体の人数と両方ともいない人数がわかれば求められるから。
・両方ある人数がわかれば，重なりの部分かわかる。</td><td>・条件欠如に気づかせる。
・ここが検討するポイントになるので明確におさえる。</td></tr>
<tr><td>(3) 結果の検討</td><td>(3) 考えたことを発表してもらいましょう。発表者の考えと自分の考えを比べながら考えましょう。
ベン図 
</td><td>(3) 発表し，検討し合う。
・ベン図を用いて
（１２－２）＋８＝１８でＡさんはまちがい。
・二次元表を用いて
３６－１８＝１８でＡさんはまちがい。
二次元表<table><tr><th>弟＼妹</th><th>ある</th><th>ない</th><th>計</th></tr><tr><td>ある</td><td>2</td><td>6</td><td>8</td></tr><tr><td>ない</td><td>１０</td><td>１８</td><td>２８</td></tr><tr><td>計</td><td>１２</td><td>２４</td><td>３６</td></tr></table></td><td>・発表はできるだけ多様に
・ことばの意味をはっきりさせる。
・他人の考えとの比較検討をさせる。</td></tr>
<tr><td></td><td>・Ａさんが正しい場合はないのだろうか。</td><td>・両方ともある人がいないとき正しい。</td><td>・Ａさんの立式が成立する条件を考えさせる。</td></tr>
</table>

(4) 表現の関係づけとベン図の意味の明確化	(4) いま発表してくれたベン図と二次元表は同じ関係を表わしているだろうか。 ・どこの部分とどこの部分が同じなのだろう。	(4) 関係づけて考える。 ・同じだ。 ・線でつなぐ。	・表現のしかたの関連性に気づかせる。 ・ベン図の表わす意味を確認しながら身につけさせる。



弟＼妹	ある	ない	計
ある	b　2	c　6	8
ない	a　10	d　18	28
計	12	24	36

(5) 一般化	(5) 今までの考えをもとにして，次の問題を図や表に表わして解いてみよう。	(5) 図や表に表わして，問題を解く。	・自分の考えを全て表現させる。 ・表現したものの検討もさせる。

5の1は37人います。兄のある人が13人，姉のある人が20人います。両方いない人は17人です。両方ある人は何人ですか。兄だけの人，姉だけの人の人数はどうですか。

5　結果の考察

(1) 授業過程から

ア　問題把握と各自の予想の段階

問題を読みながら殆どの児童は「集合に関する問題らしい。」と予想し，既習事項（前時の内容）を思い出したようである。そして，予想の場面において大部分は課題で示された解決のし方（考え方）は正しくないと考えていた。しかし，なぜ正しくないのかの理由づけは包摂関係（あるいは構造）がはっきりとらえられていなかったためか，正しく述べられなかった。

このことが，結果の検討の段階まで，相互関係がうまくとらえられないというつまづきになった。

イ　予想の検証段階

児童は自分の予想を実証しようと，自分ではじめから解くことに目を向けた。ベン図，二次元表をかき，何とか課題を解決しようと試みた。しかし，形式的構造がとらえられていないので，誤った立式をしたりしてなかなか解決できなかった。これは，平素の授業が課題の構造について熟考することがないためではないかと考えられる。

ようやく構造に気づくとともに，条件不足に気づきだした。しかし，殆どは全体の人数，両方ともいない人数を用いて解決しようとし，交わりの部分である両方ともある人数に着目しようとしなかった。少なくともベン図で考えていた児童くらいは，その構造に気づくと考えていたが，数でとらえやすい二次元表へ傾いてきた。望ましくは，ベン図でその構造をとらえ12＋8＝20は特殊な場合にしかあてはまらないところに目を向けてほしかった。

ウ　結果の検討の段階

大部分の児童がベン図か二次元表による考えだった。ここで考えなくてはいけないこととして，線分図や樹形図による考えがなかったことと，検討するしかたがよく理解されていなかったことである。

すなわち，自分で解くことのみに力を注ぎ，他人の考えと比較するとか，課題構造がどうなっているとかへの論理的追求力が不足していた。

また，検討の方法として，今回は２，３人の代表者が発表しそれについてみんなで考えるという方法をとり入れたが，グループ討議なども効果があったのではと考えている。

エ　表現の関係づけの段階

児童の発表で提示された，ベン図，二次元表での考え方は同じ関係を示しているのだという関係づけは殆どできた。ただ，時間配分が不十分だったために，包摂関係の一つ一つの部分の意味づけが不足してしまった。これが，次時の中心になるだけに時間の配慮が足りなかった。

オ　一般化の段階

本時の定着度を調べる意味で課題２を与えた。約５分位の間に半数以上の児童が解決した。なかには２通りの表現をしたりしていた。このことは一見良いようにも考えられるが，多分に問題を含んでいる。

すなわち，課題がやさしすぎたことが原因である。一般化即文章題という錯覚になりやすいため，本時も一般化としてふさわしくなかった。むしろ，グループごとに問題を作らせ，より包摂関係を明確にさせるべきだったと考えている。

(2)　検討する力から

指導の構想で記述した検討する力は必要かつ妥当であったか，以下項目によって考えてみたい。

ア　関係把握の段階で既習事項は大きな力になった。ここで集合の考えに目をつけられなかった児童は最後までうやむやで終わってしまった。

イ　課題のもつ構造に気づかないと既習事項の選択，方向づけができない。これは包摂関係を考察するよりは数値の機械的演算に走ってしまったことからもうなずける。

ウ　検討の方法としては，課題の構造（包摂関係）に目をつけ，他人の考えと比較することで検討できるのであるが，それが生かされず，直接その問題解決に当たってしまった。つまり児童は自分の考えにとらわれ，他人の考えを受け入れることができなかった。また，自分と異った考えには全くついていけなかった。

エ　検討させる手だては児童の必要感，切実感をうえつける意味においても必要である。

(3)　まとめ

得られた結果を検討しようとする場合，どのような力が働くか，その力を生みだす方策を求め，条件欠如の課題を用いて，授業を構成し展開してみた。この結果，次のようなことがいえるであろう。

- 検討をやむなくさせることにより，児童は今まであまり考えなかった検討に目をつけだした。
- 検討に必要な既習事項が，それぞれ関連づけられ統合的にみられないと，適切な検討ができない。
- 検討するに当たり手法の簡約化ができない，これについては今後十分指導する必要がある。

（吉原　義和）

「検討する力」の実践例(2)　中学校第2学年

1　題材　平行四辺形

2　研究主題にもとづいた本題材のねらいと問題点

(1)　ねらい

平行四辺形の基本的な性質の関連性を検討してゆく過程で次のことがらをとらえる。

ア　平行四辺形の性質(小学校での既習知識)を一般の四角形にその性質として付与したとき，それらの間には，同値関係が成り立つことを予想し，検証する。

イ　アの検討の結果から，平行四辺形の定義づけをすることにより，四角形が平行四辺形になるための条件や命題の逆の意味を理解する。

(2)　問題点

「平行四辺形とは，2組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形である」と定義し，そこから性質を導き，それを証明する。その後，四角形が平行四辺形になるための条件を見いだし証明する。命題の逆の意味も別個に取りあげるといった方法が，一般的にとられている指導過程である。この過程は，公理的であり，理路整然とした指導系統であるがゆえに，それなりの成果があがることは確かである。

しかし，生徒にしてみれば，単に平行四辺形という図形を表面的に押しつけられ，機械的な論証の練習を要求されるのみで，検討する力の働く場面といえば，検証の段階に限られ，無味乾燥な学習におちいりがちである。ひいては，図形嫌い，数学嫌いな生徒をつくり出す要因の一つにもなりかねない。また，その方法でこの題材が指導された後，生徒が平行四辺形の定義や定理を簡単に述べることができたとしても，定義⇄定理，定理⇄定理の関連がほんとうに理解されているかというと疑問が残る。

たとえば，3年生に「平行四辺形とは，どんな四角形」かと問うと，

ア　2組の対辺がそれぞれ平行な四角形

イ　2組の対辺がそれぞれ等しい四角形

ウ　2組の対角がそれぞれ等しい四角形

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形

オ　一組の対辺が平行かつ等しい四角形

のうちのいずれかを答えることができても，それら5つの関連性はどうかと，問うと行きつまってしまう。これは，平行四辺形という図形について，ほんとうの検討がなされていなかったからではないだろうか。もっと図形の本質を真剣に検討させ，性質の関連性を明確にさせておく必要があるように思われる。それがためにも，この題材に働く検討する力にはどんなものがあるか。その力を発揮させる場面はどのように設定すべきか等を考慮して指導の構想をねらなければならない。ただ，ここで注意しなければならないことは，いたずらに検討する力のみに着目し，図形本来の目標を忘れてしまったり，指導系統が竜頭蛇尾になったりした場合，生徒が混乱をきたすおそれがあることである。

3　指導の構想

(1)　指導計画

ア　平行四辺形の性質　（6時間，本時は第1時）

イ　命題の逆　（1時間）

ウ　いろいろな四角形　（1時間）

エ　平行線と面積　（2時間）

(2)　指導系統とそこに働く検討する力

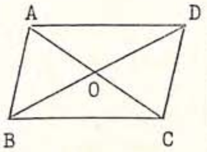
平行四辺形の性質

①ＡＢ∥ＤＣ，ＡＤ∥ＢＣ

②ＡＢ＝ＤＣ，ＡＤ＝ＢＣ

③∠Ａ＝∠Ｃ，∠Ｂ＝∠Ｄ

④ＡＯ＝ＯＣ，ＢＯ＝ＯＤ



（既習知識の総動員，取捨選択）

（想起された性質を一般の四角形の条件としてあてはめてみる。方向づけ，関連づけ）

関連性を調べ，予想を立てる　（①→②③④，②→①③④，③→①②④，④→①②③）

（検討の方法を考える）

証明してみる　（合同条件を使って，平行線の性質を使って，行きづまったら観点変更して）

（比較検討し，適否の判断，修正を加える）

同値関係にあることを確認する

（条件の組合わせによる新しい性質の発見と発展）

平行四辺形の定義と定理　（①を定義とすれば②③④は定理）

（①②③④の他にＡＢ∥ＤＣかつ∠Ａ＝∠Ｃ，ＡＢ∥ＤＣかつＡＯ＝ＯＣ，ＡＢ∥ＤＣかつＡＢ＝ＤＣがある。条件整理により拡張をはかる）

平行四辺形の決定条件 ← 命題の逆

いろいろな四角形　　平行線と面積

4　展開例

(1)　題材　平行四辺形の性質

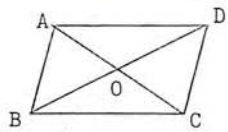
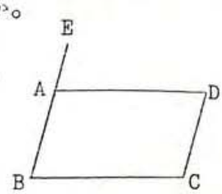
(2)　ねらい

ア　平行四辺形の性質をとり出して確認する。

イ　アで確認した事項の間に同値関係があることを予想する。

ウ　四角形ＡＢＣＤにおいて∠Ａ＝∠Ｃ，∠Ｂ＝∠ＤならばＡＢ∥ＤＣ，ＡＤ∥ＢＣであることを証明する。

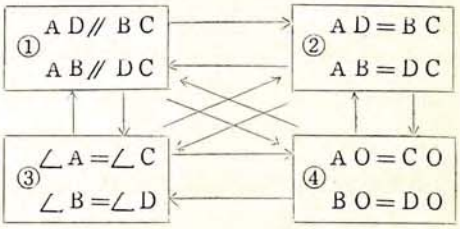
(3)　展開

指導項目	教師の働きかけ	予想される生徒の反応	指導上の留意点
○題材の提示 ○既習知識の想起，発表	○平行四辺形について知っている事項を全てあげてみよう。 ○きょうは，これらの事項の関連性を調べることにしよう。  ①AB∥DC，AD∥BC ②AB＝DC，AD＝BC ③∠A＝∠C，∠B＝∠D ④AO＝OC，BO＝OD	○平行四辺形について知っていることを発表する。 ○性質の関連性を学習することを確認する。	○平行四辺形についての知識がどれだけあるか。 ○きちんといい表わせるか。 ○記号化の考え。
○4つの性質の関連性 ○同値関係の把握と予想	○4つの性質の間には，どんなつながりがあるといえるだろうか。 ○たとえば，四角形ABCDにおいて①ならば②③④であるといえないだろうか。他にはどうだろう。	○4つとも平行四辺形についていっているのだからつながりがあるはずだ。 ○図からみるといえそうだ。 ○同じような考えで。 ② → ①③④ ③ → ①②④　といえそうだ。 ④ → ①②③	○関連性をつかみ，予想が立てられるか。 ○一つのことのみにとらわれず，全ての場合を考えさせる。
○四角形ABCDにおいて∠A＝∠C，∠B＝∠D，ならばAB∥DC，AD∥BCであることの論証。	○「③ならば①である」を確かめるには，どんな方法が考えられるか。 ○仮定と結論をはっきりさせよう。 ○平行だというためには，どういうことをいえばよいか。  ○このままの図で証明できるか。できないとすればどのような補助線を引けばよいか。図形の内部だけでなく外部にも目をつけよう。	○③を仮定，①を結論として証明すればよい。 ○平行だというためには錯角または同位角が等しいことをいえばよい。 ○まずAD∥BCを考えてみよう。 ○どこに錯角，同位角があるだろう。 ○∠Bと等しい同位角はどこにあるかな。BAを延長すればできるな。∠B＝∠EADをいえばよいわけだ。 ○同じようにしてAB∥DCもいえる。	○検証してみようとする意欲があるか。 ○全てのデーターを用いているか。 ○補助線がうまく引けたか。外部に目をつけられたか。 ○根拠とすることがらが明確にされているか。 ○観点変更する力があったか。 ○筋道を立ててきちんと証明できたか。 ○個別指導
○推論の方法内容の検討	○それぞれ証明したことがらをグループで比較検討してみよう。 ○話し合われたことをまとめて発表してみなさい。	○自分の考えと他の人のものを比較し，正しい方法，よりよい方法をみつける。	○なぜいけないか。 ○行きづまった原因はなにか。 ○どうやって修正していくか。
○まとめ ○次時の予告	○発表されたことをもとにしてまとめよう。 ○次時は③ → ①以外のものについても検証を加えることにしよう。	○グループで検討されたことがらを更に全体で確認しよう。 ○家庭学習でやれるところまでやっておこう。	○正しい推論ができたか。検討する力が働いたか。 ○ねらいが達成されたか。

5 結果の考察

授業過程の各段階にそって，生徒の反応，問題点，改善点，検討する力等を考慮しながら分析を試みることにした。

表1（四角形ＡＢＣＤにおいて次のような同値関係が成り立つことが予想される）



(1) 問題把握，解決への計画の段階

平行四辺形についての既習知識として

①２組の対辺がそれぞれ平行な四角形

②２組の対辺がそれぞれ等しい四角形

③２組の対角がそれぞれ等しい四角形

④対角線がそれぞれの中点で交わる四角形

が想起された。しかし①～④の性質は個々別々なものとしてとらえられており，同値関係にあることを予想させるには，教師の働きかけが，かなり必要であった。検討をさせる時間が少なかったこともあるが，「４つの性質の間には，どんな関係があるだろうか」と問うた発問の意味が，生徒にうまく通じなかったことが失敗の主要因としてあげられる。「平行四辺形の性質として想起された個々の内容を一般の四角形の条件として当てはめた場合，それらの四角形の間の関係はどうなるだろうか」と問いかけ，平行四辺形の性質の関連性を検討することを明確に提示すべきであった。

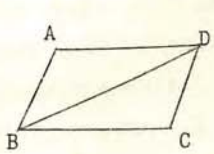
(2) 計画の実行，確認の段階

予想を確かめるには，証明すればよいこと，証明するための根拠とすることがらとして，合同条件，平行線の性質を適用すればよいことは，ほとんどの生徒が認識していた。

②→①の証明を最初に提示することが，一般的であり，生徒にとっても取り組みやすいと思われるが，行きづまった時にどのような検討を加えるかという観点から，一番抵抗があると思われる③→①の証明を試みさせたわけである。予想通り生徒は苦しみ，正しい推論ができた者は１０％程度であった。次に生徒の記述した主な証明例を示す。

○誤答例

ア



△ABDと△CDBにおいて

AB＝CD－①

BD＝DB－②

AD＝CB－③

①②③により三辺相等

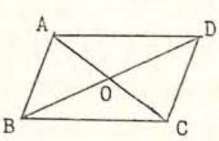
よって，△ABD≡△CDB

だから∠ADB＝∠CBD ∴AD∥BC

同じようにして， ∠ABD＝∠CDB

∴ AB∥DC

イ



△AOBと△CODにおいて

AO＝CO

∠BAO＝∠DCO

∠AOB＝∠COD

１辺と両端の角相等だから △AOB≡△COD

よって ∠OAB＝∠OCD

錯角が等しいから ∴ AB∥DC

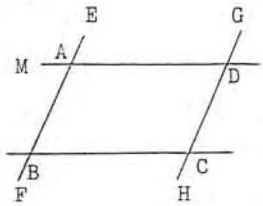
同じようにして △AOD≡△COD

∠OAD＝∠OCB

錯角が等しいから ∴ AD∥CB

○正答例

ウ



四角形の内角の和は360°だから

∠A＋∠B＝180°＝∠D＋∠C

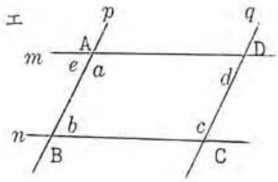
∠DAB＋∠CBA＝180°

∠EAD＋∠BAD＝180°

よって∠CBA＝∠EAD　∴AD∥BC

同じようにして∠EAM＝∠GDM，∴AB∥DC

エ



$$a=\frac{360^\circ-(b+d)}{2}$$

$b+d=2b$ だから

$a=180^\circ-b$

$-)\ a=180^\circ-e$

$0=-b+e$

よって，$e=b$　∴m∥n，AD∥BC

$b=d$　　よって$e=d$

$-)\ b=e$

$0=d-e$　　∴p∥q，AB∥DC

○ア，イのような証明をした生徒について

前時までの学習のかねあいから合同に固執しすぎたこと，そのため行きづまった場合に観点変更する力が働かなかった。同様に補助線を引く場においても外部に目をむけられなかった。特に仮定，結論は，一応明確にされてはいたが「四角形ＡＢＣＤにおいて」の解釈があいまいで，推論をするための条件として取り上げることができなかったことが，つまずきの主要因としてあげられる。しかし，グループワークでは，熱心な討議がなされ，お互いに推論の方法や内容を比較検討をし，その論旨に誤りがあることに気づき，修正してゆこうとする積極的な姿勢がみられた。

○「四角形ＡＢＣＤについて」の取り扱い

各教科書でもまちまちであり，仮定としてしてあるのは少ない。「四角形ＡＢＣＤにおいて」ということは，これから考えようとしている図形全体の集合が四角形なんだと意味しているものであるから，明記されている仮定の他にかくれている条件（内角の和は360°）を必要によって附加しなければならない場合があることをしっかり指導しておかなければならない。

(3)　一般化，発展への段階

③→①の証明が徹底されたあと，残り11通りの推論はさしたる抵抗もなくできた。そこで，平行四辺形の定義として，①～④のいずれでもよいが，その名称から考えて①を定義とするのが普通であるとした。その結果から，平行四辺形になるための条件及び逆の意味が自然のうちにとらえられたことを明記し，それは，検討する力の作用した成果として評価したい。また平行四辺形になるための条件として，①②③④の他にＡＤ∥ＢＣかつＡＤ＝ＢＣ，ＡＤ∥ＢＣかつ∠Ａ＝∠Ｃ，ＡＢ∥ＤＣかつＡＯ＝ＯＣの場合も考えられることを発展事項としてとらえさせた。

(4)　まとめ

正しい推論ができた生徒は，ごく一部であったが，検討をすすめていく過程で，ここが間違っているこの考え方は不適当であると，はっきり指摘ができ，自覚したならば，修正への第一段階として，検討する力があったとみなしてよい。むしろ，この力が問題解決のキーポイントになる場合が多い。

（岸本　賢一）

Ⅵ　おわりに

本研究主題を追求するにあたって，最も困難を感じたものは，このような内容について体系づけられ，理論づけられた先人の研究物の入手が非常に少なかったことである。後述する参考文献等を手がかりに考察の窓口を求め，体系化し，分類整理することに努めたのであるが，いたずらに試行錯誤を繰り返すだけで，十分理論的に解明され実践化されるに至ったとはいえない現状である。

しかし，われわれが，盲人の手さぐりに似た検討，討論，実践の試行錯誤の中で，いくつかのポイントが浮かび上ってきている。ここでは，それを述べてまとめとしたい。

1　結果の検討の必要性

児童・生徒は，自分の出した結果が他と違っていないと考えれば，それ以上検討の必要性を容易に認めない。そのため，指導過程の中では，課題の構造と検討の場の構成が最も重要であると確認された。

課題については次のような条件をもつものが有効であると認められた。

(1)　児童・生徒が既に持っている概念に対し，その外延にはいるかはいらないか簡単に判断のつかないものを含み，それを検討する中で，その概念をより確実なものにしていく課題。

(2)　課題の条件がある範囲を含み，結果を一意決定できず，そのため検討の必要に迫られる課題。

(3)　条件欠如の課題から，自分で条件を補い作問する。その問題の検討が必要となる課題。

また検討の場としては，指導過程の中での位置づけと検討の形態に目が向けられたが，学習課題の条件によって適宜組み合わされねばならないと結論づけられた。

2　検討した結果からの発展

児童・生徒が結果を検討する過程で課題の構造に気づき，一般化し，発展することが可能と考えた。そこでは思考の多様性との関連が強く，集団による検討が有効であることが認められた。

課題のもつ構造を理解し，一般化し，統合発展させることは，数学の本質に迫ることであるという確認のもとで追求が行なわれた。しかし，実践の場で，児童・生徒が主体的に発展拡張していくことは容易ではなく，課題の選択にも関与するが，一朝一夕に態度化できるものではないことが，改めて見直されたのである。その中で，児童・生徒の意欲を促す手法として次の点が認められた。

(1)　各自の結論にいたる過程を明らかにさせ，発表し討議させる。

(2)　能率よい導き方，多くの場面に適用できる解決方法を選択させる。

(3)　類題づくりの手法により，条件や場面を変えて考えさせ，共通な原理・法則を抽出させていく。

3　検討する力

知識技能だけでなく，数学的考えやそれを用いる能力を含む最も基礎的な力が必要であることが確認された。それは，あらゆる検討の場に働き，算数・数学の学習活動を支えていくものであると考える。

しかし，このような非常に広範な対象を分析することは容易ではなく，そのような力の存在すること，それが働く場の分析が行なわれたにとどまった。その中で次の点が共通理解された。

(1)　1つの課題の検討する力を分析し，その力を児童・生徒が保持するよう配慮される必要がある。

(2)　児童・生徒の持つ検討する力にふさわしい算数・数学の学習活動が計画されたとき，単に結果の検

討だけでなく，算数・数学の学習目的にそう授業展開が可能である。

(3) 検討する力は，児童・生徒の算数・数学の学習に対する興味や意欲に大きく関与する。

4　授業実践の中で今後に残された問題点

(1) 結果の検討と解決過程の関連についての分析が不十分であった。

結果の検討は解決過程を含む。そのため，解決方法を探り，検討することが，結果の検討ではないかとする考え方も見られた。その条件についての分析が不十分であったと考える。

(2) 検討する場が特殊な場合が多かった。

取り上げられた報告例では，検討がクローズアップされる特別な課題に限られてその条件の追求がなされた。しかし，検討は，日常の算数・数学の学習活動のあらゆる課題解決について働かなければならない。検討を促す一般的な方途を見いだすことは今後の問題点である。

(3) 内容が概括的な分析で終ってしまった。

結果の検討を考察する窓口を見いだすのに手間どり，内容の分析はまだほんの糸口にたどりついたばかりである。個々の教材に働く検討の方法，技術，条件など今後に持ちこされた。

以上，反省することは多いが，この研究主題の追求を通じてえられた結果は大きい。それは，われわれが日頃行なっている授業を根本的に見直す必要があったからである。日頃提示している学習課題について，その指導過程や児童・生徒の発想の生かし方について，多くの反省点を見いだすことができた。今後ともこのような観点での実践を通じて，よりよい算数・数学の授業を創造したいと考える。

この共同研究は，全員の共通な考えを確かめながら進めてきたのであるが，研究内容については主として次のように分担した。

- 第1グループ(結果の検討)　；鈴木，本間
- 第2グループ(検討した結果からの発展)；遠藤(寿)，遠藤(育)，小出，吉田，佐藤
- 第3グループ(検討する力)　；吉原，岸本
- 研究内容の構成など全般　；関，町田，笹川

文　献

広川清隆ほか：算数・数学教育セミナー　上・下　明治図書(1972)

片桐重男：算数教育指導，近代新書(1970)

片桐重男ほか：数学的考え方とその指導，近代新書(1971)

川口延：小学校算数科の授業計画，国土社(1970)

川口延ほか：算数教育現代化全書，金子書房(1970)

大野清四郎ほか：中学校数学教育現代化全書，金子書房(1970)

大野清四郎ほか，新しい算数一数学へのアプローチ，日本放送出版協会(1972)

G，Polya，柿内賢信訳，いかにして問題をとくか，丸善(1954)

G，Polya，柴垣和三雄訳，帰納と類比，丸善(1959)

次の各社の教科書を利用した。東京書籍，大日本図書，学校図書，教育出版，啓林館，大阪書籍