

新潟県における算数教育現代化の実践についての調査研究

— 小学校における集合指導の実践の様相とその問題点 —

目 次

I 調査研究の趣旨	1
II 調査研究の対象	1
1 調査対象者	1
2 調査対象者の実践期間	1
III 調査研究の内容とねらい	2
VI 調査研究の方法	2
1 調査資料の収集	2
2 調査資料の分析と問題点の考察	3
V 調査資料の分析	3
1 指導例の領域別分類	3
2 指導例においてとりあげている集合の考えについての分析	4
IV 指導例	6
VII 調査結果の考察	19
1 指導例の記述にみられる問題点について	19
2 指導上の問題点について	21
おわりに	23

I 調査研究の趣旨

算数・数学教育の現代化は、わが国のみならず広く世界の教育界全体の今日的課題であるが、ここでは標題に示すように、特に小学校の算数教育現代化に焦点をしばってその実践の様相や問題点について調査研究をしようとするものである。

小学校における算数教育の現代化として強調されている内容はつぎのことからであるといえる。

1. 集合の考えを養い、これを用いること。
2. 数学の構造に着目させること。
3. 関数的なもののみ方、考え方を養うこと。
4. 確率・統計の考え方を育てること。

また、文部省が算数・数学教育現代化の要請にこたえて今回改訂し、昭和46年度より施行しようとしている新学習指導要領においても上記のことからを強調しているのである。

しかし、これらの新しい数学の考え方を小学校の算数教育の場において、どの領域で、どの程度のものを、どのようにして取り扱えばよいのか。また、どのような順序や段階で発展的、系統的な指導が考えられるのか、というようなことについてはまだ実験的研究の段階にあるという現状である。

そしてこれらのことは、今後学者、各教育研究機関、現場の教師が理論と実践の二面から一体となつて協力し、作りあげていかなければならない問題であるといえるのである。

その意味において本調査研究もいささかの意義をもつものと考えるのである。

II 調査研究の対象

当教育センターにおいては、昭和42年度より小学校女子算数主任養成講座を開設し、女子教員の質的な向上を図ってきたのであるが、本年度は算数・数学教育現代化の趨勢と新指導要領案の発表という現実をふまえ、前記の講習を算数教育現代化講座とし、特にその内容を集合にしばり各学年の指導例を参考にしながら集合の考えによる教材の取り扱いについて講習を実施した。そしてその受講者全員に対して集合の考えを用いる算数指導の実践を依頼し、その実践報告を求めたのである。

1. 調査対象者 上記の現代化講座受講者

- | | |
|--------------|---------|
| (1) 人 員 | 110名 |
| (2) 年令層 | 第1表のとおり |
| (3) 担当学年の区分 | 同 上 |
| (4) 勤務校の学校規模 | 同 上 |

2. 調査対象者の実践期間

昭和43年10月1日～43年11月30日

<第1表> 調査対象者の年令別担当学年および学校規模の表

年令 摘要	学 校 規 模 (学 級 数)				担 当 学 年						
	～6	7～11	12～18	19～	1	2	3	4	5	6	その他
～30才	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
31才～33才	1	5	5	4	1	4	2	2	3	3	0
34才～36才	7	5	3	1	0	2	9	4	1	0	0
37才～39才	5	6	3	6	5	2	5	3	2	2	1
40才～42才	7	9	5	9	8	5	6	3	4	2	2
43才～45才	5	4	2	5	4	3	1	1	3	2	2
46才～48才	1	3	1	3	1	1	3	0	1	2	0
49才～	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
合 計	27人	32人	20人	29人	20人	18人	26人	14人	14人	11人	5人

Ⅲ 調査研究の内容とねらい

算数教育の現代化がねらっている内容のうち特に集合に焦点をしぼり、指導の実際に携わる現場の教師が集合についてどのように認識し、集合の考えをどのような教材でどのように指導しているのか、あるいは指導しようとしているのか、ということについてその実践例を収集し、それらを分析することにより実践の様相を探り、問題点を明らかにするとともに、若干の実践例を載せることにより、本県における算数教育現代化の実践的研究を推進するための参考資料とすることをねらうものである。

現代化の内容を特に集合にしぼった理由はつぎのとおりである。前述のように現代化の強調事項は集合だけではない。しかし、構造にせよ、関数にせよ、また確率・統計にせよ、これらの基盤であり中核をなすものは集合である。なぜならば集合の元の間に関係を与えることによりその集合は構造をもつてであり、2つの集合の関係(元の間の対応の規則)に着目すればそこに関数が定められる。確率・統計もまた集合についての関係を問題としているものだといえる。したがってまず第一に集合と、その取り扱い方についての研究がなされなければならないと考えるからである。

Ⅳ 調査研究の方法

1. 調査資料の収集

前記Ⅱの調査対象者全員に対し集合の考えを用いた算数指導の実践を依頼し、下記の項目についてその報告を求め、調査研究の資料とする。

- (1) 集合の考えを用いた算数の学習指導案
- (2) 指導案作成上の留意点または問題点
- (3) 実践の場面において生じた問題あるいは成果

(4) 学習効果測定のための評価問題とその実施結果

2. 調査資料の分析と問題点の考察

収集した指導例を分析し、理論と指導法の両面から問題点を摘出し、これらに対して考察を加える。
なお、その詳細については次章以下において述べることとする。

V 調査資料の分析

報告された指導例は90例である。またこれらの指導例で取り扱われた教材も算数の全分野、全領域にわたってはいない。これは実践期間が現代化講座終了後わずか2ヶ月という短期間であったため止むを得ない結果であった。しかしこれらの指導例の分析によってその様相や問題点については、ある程度明らかにされたと考える。

1. 指導例の領域別分類

報告された指導例の学年別、領域別分類はつぎの第2表のとおりである。

<第2表> 指導例の学年別、領域別分類の表（ただし領域の区分は旧指導要領による）

学年	人数	領域			
		数と計算	領と測定	数量関係	図形
1	19	A (1) 1人 A (3) 6 A (5) 5 A (6) 3	B (1) 2人		C (1) 2人
2	15	A (2) 1 A (5) 1 A (6) 1 A (7) 5 A (8) 4 A (11) 2	A (2) 1		
3	25	A (2) 2 A (5) 4 A (7) 2 A (8) 1 A (10) 1 A (11) 6	B (3) 6	C (2) 2	
4	11	A (10) 1 A (12) 4	B (3) 2	C (2) 1 C (3) 1 C (4) 1	D (3) 1
5	11	A 1 A (9) 5	B (3) 2	C (1) 1	D (1) 1 D (2) 1
6	9	A (1) 1		C (4) 5 C (6) 1	D (4) 2

2. 指導例においてとりあげている集合の考えについての分析

報告された指導例においてそれぞれがとりあげている集合の考えを分析，要約すると，概ねつぎのようである。（領域の分類は旧指導要領による）

<第1学年>

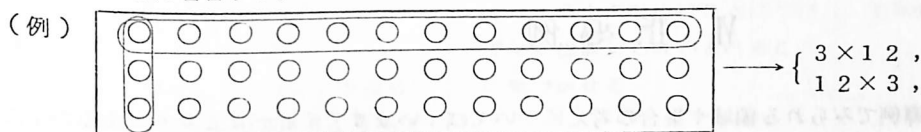
- A(1) a 物と数詞と数の1対1の対応
b 数詞や数を集合の濃度を表わすものとしておさえる。
c 集合の対等（元の1対1対応）
d 1対多の対応。（1対2，1対5，1対10など）
- A(3) a 同じもののグループとしての数の別名（other name）の認識。
たとえば「5」という数の表わす集合の仲間として $0+5$ ， $1+4$ ，……を考える。
b 数の別名を構成する2要素間の関係に着目することにより関数的な考えの素地を作る。
c 2位数における10進記数法の理解。
「十の位」は元が10個集まってできる集合の個数を表わすものとおさえる。
d 自然数の集合（100までの数）から観点をきめて部分集合をつくる。
たとえば10より小さい数，20より大きく30より小さい数，一の位が3である数など。
- A(5) a 2つの集合の和（直和）や差の濃度を元の1対1対応で求める。
b 全体集合，部分集合，他の部分集合（補集合）の関係から加法，減法の用いられる場合を理解する。
- A(6) ・ A(3)のcに同じ
- B(6) ・ 線分，立体などについて単位量（測度1の集合）の個数をかぞえる。
- C(1) a 観点をきめて条件に適する図形のグループ（部分集合）をみいだす。
b 図形を点集合としてみる考え方の素地をつくる。

<第2学年>

- A(2) ・ 第1学年A(3)のdに同じ。
- A(6) ・ 各位の集合の元の個数の和，差として考える。その際，ある位の集合の元の個数が10以上になるときは，そのうちの10個を1つ左の集合の元1個にする。また引けないときは1つ左の集合の元1個をその位の集合の元10個におきかえるという考え方。
- A(7) ・ 第1学年A(5)のbと同じ考え方で加減の相互関係について理解させる。
- A(8) ・ 全体集合を条件によって部分集合に分類したり，その共通部分に着目したりする。
たとえば「前から○番目で後から□番目であるとみんなで何人か」というような問題。
- B(2) ・ 第1学年B(1)に同じ

<第3学年>

- A(2) ・ 第1学年A(5)のbに同じ。
- A(2)(5) ・ 2つの集合を条件によって1つの新しい集合とすることにより分配法則の素地を養う。
 たとえば $a \times b + a \times c$ で、 b, c がそれぞれ集合B, Cの元に付随した数値(元1個のねだんなど)であり、集合Bと集合Cがそれぞれ濃度 a の対等な集合であるときは、B, Cの元を1つずつ組みにした新しい集合(濃度 a)を考えることができる。
 このことから、 $a \times b + a \times c \rightarrow a \times (b + c)$ を導く。
- A(7) ・ 被乗数を各位ごとの集合の濃度として分けて考え、それぞれの集合の濃度と乗数の積として求める。その際、第1学年A(3)のc、第2学年A(6)の考えも用いる。
- A(8) ・ どれを基準とする部分集合として、それと対等な部分集合に分割しその個数を数えるかにより、全体集合の濃度を求める乗法の式は異なる。しかし積である全体集合の濃度は不変であるということに着目する。



- A(10) ・ 「十の位」「百の位」の数をそれぞれの位の集合の濃度とみて、それらを個別に考えることにより「九九」の適用で計算できること。
- A(11) ・ 単位線分、単位面分など(測度1の集合)の分割により測度としての分数を導く。
- B(3) ・ 重さを長さや角度に対応させる。
- C(2) ・ 公式に用いられることばや記号(□など)が集合を表わしていることに留意し、それらを全体集合、部分集合としてとらえ、その相互の関係に着目する。

< 第4学年 >

- A(10) ・ 10進数としてとらえる。単位線分(測度1の集合)の $\frac{1}{10}$ の測度としての0.1, 測度0.1の線分の $\frac{1}{10}$ の測度としての0.01, 逆に0.01の10倍としての0.1, 0.1の10倍としての1などの理解。
- A(12) ・ 分数の集合から観点をきめて部分集合をつくり、分数についての理解を深める。
 単位分数の集合, 真分数の集合, 仮分数の集合, 整数に等しい分数の集合, 同分母の分数の集合, 同値な分数の集合など。
- B(3) ・ 単位面分(測度1の集合)のいくつ分として面分の面積をおさえる。
- C(2) ・ 表により2つの集合の対応する元の関係に着目させ、その規則性をみいださせる。
- C(3) ・ 第3学年A(2)(5)に同じ。
- D(3) ・ 第1学年C(1)aに同じ。

< 第5学年 >

- A ・ ベン図を用いて集合間の関係を明らかにし、計算を適切に用いる。
- A(9) a 第4学年A(12)に同じ。

- b 2つの分数の分母の公約数や公倍数の集合をつくる。
- B(2) ・ 図形の包摂関係を考え、それらの図形の求積公式を統一的に考察する。
- C(1) ・ 割合を集合の濃度や測度の比とみる。
- D(1) ・ 第1学年C(1)aに同じ。
- D(2) ・ 対称(観点)により四角形の集合を分類する。

<第6学年>

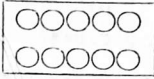
- A(1) ・ ベン図を用いて集合間の関係を明らかにし、実際の場合において計算を適切に用いる。
- C(4) ・ 2つの集合(数の集合)のいろいろな対応関係を調べ、対応の規則性をみいだす。
- D(4) ・ 頂点、辺、角などの対応に着目し、同一のグループとする条件としての相似条件を知る。

Ⅵ 指導例

指導例でみられる領域や集合の考えについては、いままでに述べたとおりであるが、ここではその指導例の一部を載せる。なおその内容については提出者に無断で一部の字句の表現を変更し、または一部を省略したところがある。したがって、その内容についての責任はすべて本稿執筆者が負うものである。

〔例 1〕-1年-

- 1 単元名 おちばひろい
- 2 単元の目標 (省略)
- 3 指導計画

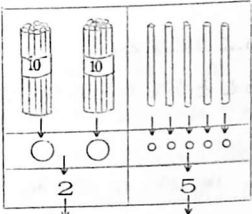
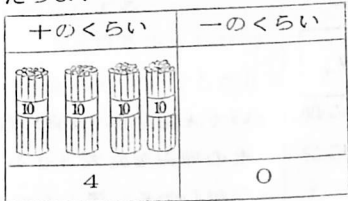
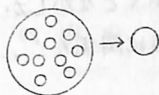

区 分	指 導 内 容	時 数	指 導 の 重 点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> ・ 50までの数の構成を理解させる ・ 50までの記数法および位取りの原理について理解させる 	2 (本時は 第2時)	<ul style="list-style-type: none"> ・ 元10個ずつの部分集合を1つの単位としてみていく ・ 位取り板を用い  のかわりに ●を用いて整理させる, 10対1の対応
第2次	<ul style="list-style-type: none"> ・ 100までの数のとなえ方, 書き方を知り, 数の構成について理解を深める 	4	<ul style="list-style-type: none"> ・ 100までの数の命数法, 記数法について数の構成を扱う ・ 数の拡張をはかる ・ 抽象数への移行は具体的操作をさせながら気づかせていく
第3次	<ul style="list-style-type: none"> ・ 学習内容の適用と習熟 	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 定着させる

4 本時の指導

(1) ねらい

50までの数について記数法を理解させ、「一の位」「十の位」の意味を明らかにさせる。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観点
<ul style="list-style-type: none"> ・50までの数をわからせる ・位取りの考え方を理解させる ・記数法をわからせる 「十の位」, 「一の位」の用語を知らせる ・理解を深める ・まとめ 	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の学習のめあてを話しあう ・計算棒を用いて数を表わす <ul style="list-style-type: none"> ・10のたばがいくつあといくつ ・位取り板の上にかぞえ棒を置きかえてみる  ・「十の位」「一の位」を知る ・10本のたばの集まり, 1本ずつの集まりの位置をはっきり知る ・40本のたばを書くのにどうしたらよいのか考える  ・プリントの問題をする ・「十の位」「一の位」, 2位数の書き方についてまとめる 	<ul style="list-style-type: none"> ・指定された数を正しくさせる ・10のたばとあといくつという数え方に着目させる ・10本のたばの数と1本ずつのものの数を分けて考える ・10本をひとつの集まりとして1におきかえる  ・「じゅう」の単位はことばだけでなく位置でも表わされることに気づかせる ・元がない場合についても考えさせる ・具体物により  でない4の意味, すなわち40の意味を位置によってつかまさせる 	<ul style="list-style-type: none"> ・10と1の対応 ・集合を元とする集合 空集合

〔例 2〕-1年-

- 1 題材 ましかくとながしかく
- 2 本題材をとりあげた理由 (省略)
- 3 指導計画

区分	指導内容	時数	指導の重点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> ・ましかくとながしかくを, 辺に着目して弁別できるようにする ・大きさに関係なく, ましかく 	1 本時	<ul style="list-style-type: none"> ・安定した位置にある大小さまざまな正方形と長方形の集まりを2つの仲間にわけさせる ・なかまになる理由を話しあわせ, 辺に着目させる ・ましかく, ながしかくの名称を確認させる

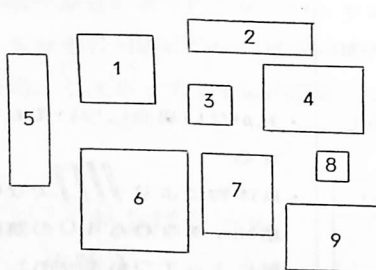
	ながしかくを認めることができるようにする		<ul style="list-style-type: none"> 身のまわりの具体物で正方形，長方形の仲間をみつけさせる
第2次	<ul style="list-style-type: none"> ましかく，ながしかくを物の種類や位置に関係なく認めることができるようにする 	1	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な操作をさせて，ぴったり重なりあうものの仲間をみつけさせる 合同の素地を養う

4 本時の指導

(1) ねらい

- ましかくとながしかくを，辺に着目して弁別できるようにする。
- 大きさに関係なく，ましかく，ながしかくを認めることができるようにする。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観点
<ul style="list-style-type: none"> ましかくと，ながしかくのちがいに気づかせる 	<ul style="list-style-type: none"> つきのかたちを2つのなかまにわけましょう  <ul style="list-style-type: none"> なかまわけをした結果とその理由を発表しあい，それぞれについて話しあう 	<ul style="list-style-type: none"> 2つのなかまにわけることを確認させる 安定した位置にあり，大きさの異なるものを与える 長方形については正方形にちかい形のものも入れる 	<ul style="list-style-type: none"> 集合づくり (分類)
<ul style="list-style-type: none"> ましかく，ながしかくの性質をわからせる 	<ul style="list-style-type: none"> ましかくは4つの辺の長さがおなじこと，ながしかくはとなり合う辺の長さがちがうことを知る 身のまわりの具体物で，ましかく，ながしかくの仲間をみつける 	<ul style="list-style-type: none"> いくとおりかのわけ方についてその理由を発表させる ながしかく，ましかくという用語の意味をおさえる 辺に着目すればよいことに気づかせる 	<ul style="list-style-type: none"> 分類の条件

<例 3>-2年-

1 題材 ひきざん

2 本題材をとりあげた理由

2つの数の比較や，買い物でおつりを計算したり，残ったお金を求めたりする場合に減法が用いられる。このような減法適用の場合について理解を深め，また筆算形式による減法のし方を理解させた。筆算においては各位の集合の元の個数の差を求めることであり，引けない場合は1つ左の位の集

合の元1個をその位の集合の元10個におきかえて計算すればよい。

すなわち，集合の考えを用いて算法の原理についての理解や計算能力を伸ばそうとするものである。

3 指導計画（省略）

4 本時の指導

(1) ねらい

200未満の数で，十の位が0である数から2位数をひく減法で，くりさがり2回の場合を理解させる。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観 点
<ul style="list-style-type: none"> 問題の構造を理解する 	<ul style="list-style-type: none"> 問題をよんで全体で話しあう 「さち子さんは105円もって おつかいにいきました。 89円のさかなをかいました。 いくらのこっているでしょう」 何についてのものかい わかっていることは何か たずねていることは何か 	<ul style="list-style-type: none"> 図によって考えさせる はじめにもっていたお金，つかったお金，のこったお金にわけて考えさせる 部分 = 全体 - 部分 	<ul style="list-style-type: none"> 全体集合 部分集合 補集合 (分類)
<ul style="list-style-type: none"> 減法適用を理解させる 	<ul style="list-style-type: none"> 式をたてる 105円 - 89円 お金のもけいでこたえをだす <ul style="list-style-type: none"> 100円を10円10個にかえる 10円を1円10個にかえる 	<ul style="list-style-type: none"> 引けないときは，1つ左の位の集合の元1個を，その位の元10個におきかえて計算すればよいことをおさえる 	<ul style="list-style-type: none"> 元を集合とみなおす
<ul style="list-style-type: none"> くりさがりの計算方法を知る 	<ul style="list-style-type: none"> 筆算形式で計算する <ul style="list-style-type: none"> どんな順序で計算したらよいか発表しあう <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: left;"> <p>① 15-9=6</p> <p>② 10-1=9</p> <p>9-8=1</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p>105</p> <p>- 89</p> <hr style="width: 100px; margin: 0;"/> <p>16</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> どんな順序で計算したらよいか考えさせる 6を「一の位」の下にかくこと 1を「十の位」の下にかくことをおさえさせる 位をきちんとそろえて計算させる 	
	<ul style="list-style-type: none"> プリントで問題をする 		

<例 4>-2年-

1 題 材 かずの大きさ

2 本題材について

本題材で指導する内容は集合の考えと関連をもつものである。すなわち元の個数の等しい集合（対等な集合）に分割してその個数を数えるなど，ものをまとめて数えることから全体の個数を能率的に

求めることや、数量間の関係を乗法記号を用いて式に表わすことを指導しようとするものである。

その際に乗数と積との順序対の集合に着目することから関数関係がみいだされる。これらの内容はかけ算九九へ発展するものとして大切であると考えられる。

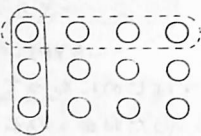


3 指導計画 (省略)

4 本時の指導

(1) ねらい

- ・全体の個数はもとにする個数の何倍としてとらえられることを理解する。
- ・乗法の意味を理解する。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観 点
<ul style="list-style-type: none"> ・もとにする数の何倍としての数の表わし方を知る 	<ul style="list-style-type: none"> ・下の図のようにならんでいる、まるのかすについてしらべてみよう  ・でかこまれた部分をもとにすると何はいといえますか ・でかこまれた部分をもとにすると何はいといえますか 	<ul style="list-style-type: none"> ・もとにする集合とその元の個数に着目させる ・もとにする集合の元の個数にひとしい数をひとかたまりとしておさえさせる ・何ばいの意味を具体的操作にむすびつけてじゅうぶん理解させる 	<ul style="list-style-type: none"> 集合濃度 ・対等な集合
<ul style="list-style-type: none"> ・乗法の意味を知る 	<ul style="list-style-type: none"> ・4の3ばいを4×3と表わすことを知る $4 \quad \times \quad 3$ (もとにする) (なんばい) 大きさ ・4×3のこたえはいくつですか $4 + 4 + 4$ ・4の1ばい, 2ばい, 4ばい, 5ばいはそれぞれいくつですか $4 \text{ の } 1 \text{ ばい } \quad 4 \times \textcircled{1} \rightarrow \textcircled{4}$ $4 \text{ の } 2 \text{ ばい } \quad 4 \times \textcircled{2} \rightarrow \textcircled{8}$ $4 \text{ の } 3 \text{ ばい } \quad 4 \times \textcircled{3} \rightarrow \textcircled{12}$ $4 \text{ の } 4 \text{ ばい } \quad 4 \times \textcircled{4} \rightarrow \textcircled{16}$ $4 \text{ の } 5 \text{ ばい } \quad 4 \times \textcircled{5} \rightarrow \textcircled{20}$ ・まとのものんだいをやる 	<ul style="list-style-type: none"> ・式に表わされた2つの数の関係すなわち「被乗数」と「乗数」の意味をおさえさせる ・もとにする集合の元の数の累加で求められることをおさえる ・乗数が1ずつふえると積がもとにした数だけふえることに気づかせる 	<ul style="list-style-type: none"> ・和集合の濃度 ・乗数と積の対応関係

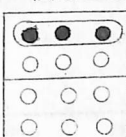
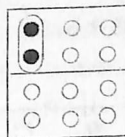
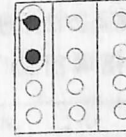
<例 5>-3年-

1 題 材 かけざん

2 目 標

- ・2位数×1位数および3位数×1位数の筆算形式による計算の原理や手順を理解させるとともにそれを適用する能力を伸ばす。
- ・いくつかの数をかける乗法計算では、計算の順序を変えても積は変わらないことを理解させるとともにそれを適用する能力を伸ばす。

3 指導計画

区 分	指 導 内 容	時 数	指 導 の 重 点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> ・2位数×1位数の筆算形式の原理と手順を理解させ、その適用のし方を考えさせる。 	5 (本時は第2時)	<ul style="list-style-type: none"> ・ある数のいくつ分の数を求めるときにはかけ算を用いること ・2位数で「十の位」は元10個でできる集合の個数をあらわすものであること ・したがって2位数のかけざんも、それぞれの位ごとに分けて考えれば「九九」の適用でやれること <p>(例)</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 9 \dots\dots 3 \times 3 = 9 \\ 60 \dots\dots 20 \times 3 = 60 \\ \hline 69 \end{array}$ </div> <div style="margin-right: 20px;"> $\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 69 \end{array}$ </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・くり上がりのある場合も同じ考えでできると
第2次	<ul style="list-style-type: none"> ・3位数×1位数の筆算形式の原理と手順を理解させ、その適用のし方を考えさせる 	4	<ul style="list-style-type: none"> ・被乗数が3位数でも2位数のときと同様にして求められること
第3次	<ul style="list-style-type: none"> ・3つの数のかけ算を必要とする問題の立式と計算のくふうをさせる 	3	<ul style="list-style-type: none"> ・計算の順序を変えても積は変わらないことに気づかせる ・$\square \times \bigcirc \times \triangle$を図で比較させ、交換、結合の法則に気づかせる <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>$3 \times 2 \times 2$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$2 \times 3 \times 2$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$2 \times 2 \times 3$</p> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・計算の順序を変えると簡単に計算できる場合があることに気づかせる
第4次	<ul style="list-style-type: none"> ・練習により学習内容を深める ・計算のくふうをさせる 		<ul style="list-style-type: none"> ・交換法則、結合法則をうまく適用させる

4 本時の指導

(1) ねらい

2位数×1位数の計算のし方をくふうさせ、筆算形式の原理と手順を理解させる。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観点
<ul style="list-style-type: none"> かけ算の立式のし方 2位数×1位数の計算の原理 筆算形式の原理と手順 計算方法の確認と深化 	<ul style="list-style-type: none"> 1まい23円のボールがみを3まいかいました。 代金はいくらでしょうか やり方を考える $23円 \times 3$ けいさんのし方を考える 各人考えてノートにかく 発表 計算方法の検討 筆算のやり方を考える 各人考えてノートにかく やり方について話しあう 教科書のやり方と比較する 	<ul style="list-style-type: none"> 図によって考えさせる <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">23円</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">23円</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">23円</div> </div> 既習経験で計算できないか考えさせる いろいろなやり方を発表させ、それぞれ説明させる 質問や意見などを出させ話し合いさせて理解させる 筆算形式に結びつけるようくふうさせる 筆算形式では乗数先唱であること 位をそろえることに着目させる 	<ul style="list-style-type: none"> 対等な集合とその濃度 23は20と3, 20は10が2つ 23×3は20が3こ, 3が3こぶんの和である

<例 6>-3年-

1 題材 もんだい

2 本題材をとりあげた理由

順思考と順思考を組み合わせた3要素2段階の問題は、第2学年以来ずっと取り扱ってきたが、ここでは、第1次分類による2つの集合を「対」にする操作を通して新らしい1つの集合をつくり、解決する方法を理解させる。

3 指導計画

区分	指導内容	時数	指導の重点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> 乗法、除法の混合した3要素2段階の問題をいろいろな考え方で解けるようにする 	2	<ul style="list-style-type: none"> $a \times b \times c$の型の問題を$(a \times b) \times c$, または$a \times (b \times c)$と考えて解かせる $a \div b \div c$と$a \times b \div c$の型の問題をいろいろに考えて解かせる
	<ul style="list-style-type: none"> 第1段が加法または減法の順 	2	<ul style="list-style-type: none"> $(a \pm b) \times c$や$a \times (b \pm c)$の型の問

第2次	思考，第2段が乗法の順思考である3要素2段階の問題を解かせる	本時は 第1時	題をいろいろに考えて解かせる
第3次	・第1段が加法または減法の順思考，第2段が除法の順思考である3要素2段階の問題を解かせる	1	・ $(a \pm b) \div c$ の型の問題をいろいろに考えて解かせる
第4次	・ a 倍して b 倍することは， $(a \times b)$ 倍することになり ・ a でわって b でわること， $(a \times b)$ でわることになる	1	・ $(a \times b)$ 倍すること ・ $(a \times b)$ でわること ・ $(a \pm b)$ 倍したものなど，変量の計算を理解させる

4 本時の指導計画

(1) ねらい

加法と乗法が組み合わされた3要素2段階の問題で「対」にして解く方法を理解させる。

(2) 展開の概要

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観点
・乗法の適用	<p>〔問題①〕</p> <ul style="list-style-type: none"> ・7円のえんぴつを5本と3円のさやを4こかいました。お金をいくらはらえばよいでしょう。 ・問題をよみとる ・問題の意味を図にかいてみる ・図をもとにして問題をとく ・どのように考えて解いたか，図や式をもとにして説明する <p>〔問題②〕</p> <ul style="list-style-type: none"> ・7円のえんぴつを6本と3円のさやを6こかいました。お金をいくらはらえばよいでしょう。 ・問題をよみとる ・①の問題とどこがちがうか，ちがいをみつける ・もっと便利な方法で問題がとけないか考える ・図にかいて問題をとく 	<ul style="list-style-type: none"> ・鉛筆とさやの数の違う問題を出し，問題②で「対」にして解くことのよさをわからせたい。 ・個人思考で自由に解かせる ・板書させ，図や式をもとにして考え方を説明させる 	鉛筆と，さやの2つの集合
・鉛筆にさやをかぶせて，対にした代金を	<ul style="list-style-type: none"> ・どのように考えて解いたか，図や式をもとにして説明する ・2つの考え方をくらべてどちら 	<ul style="list-style-type: none"> ・鉛筆とさやの数が同じことに目をつけ，そこから解決の手がかりを見つけさせたい ・数が同じことに着目して図を書くようにさせる ・机間巡視をして，解き方の傾向を知る ・「対」にして解くことが簡便で 	<ul style="list-style-type: none"> ・対等な集合 ・1対1の対応 さやつき

求め、それから全体の代金を求める考え方	<p>が簡単にはやけるか考える</p> <p>〔問題③〕</p> <p>・子どもが3人あそびにきました。どの子どもにも赤い色紙を5まい、青い色紙を2まいずつあげました。みんなで色紙を何まいあげたのでしょうか。</p> <p>・問題をよみとる</p> <p>・図にかいて問題をとく</p> <p>・どのような考え方で問題をといたか説明する</p> <p>・本時のまとめをする</p>	能率的であることに気づかせる	鉛筆という新しい集合
---------------------	--	----------------	------------

<例 7>-4年

1 題 材 分数のたし算とひき算

2 本題材をとりあげた理由

前学年では、等分割した分数について学習してきているが、ここでは分数も小数や整数と同じように、抽象数とみられるようにしたい。そのためにもまず単位分数を取り扱い、一般の分数は単位分数の和であることをわからせる。このとき、分母の等しい分数の集合を作ることから分数の大小が理解される。

また分数は大きさを変えないでいろいろな表わし方をすることができる。このことから相等関係に着目して分数の表わし方の全体集合から同じ値の分数の部分集合を作ることができる。

このとき、これらの部分集合の代表として既約分数（特別な場合として整数）がでてくる。このようにして各部分集合を代表する分数を1つずつ集めて集合を作れば、その元はすべて異なる数となり数直線上に稠密にならぶ。

以上のように集合の考えを用いることにより抽象数としての分数の理解が一層深まると思われる。

3 目 標

- ・分数の意味について理解させるとともに簡単な場合についての計算ができるようにする。
- ・分数の表わし方と、分子、分母の意味について知ること。また、簡単な場合について約分すること。
- ・同分母の分数の加法、減法ができること。

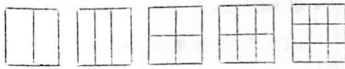
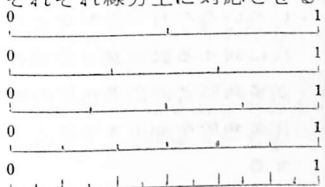
4 指導計画（省略）

5 本時の指導

(1) ねらい

分数は、その大きさを変えないでいろいろな表わし方ができることを、集合の考えを用いて理解させる。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観点
<ul style="list-style-type: none"> 分数は同じ大きさのものがいくつもある 	<ul style="list-style-type: none"> 5まいの6cm正方形をそれぞれ2, 3, 4, 6等分し, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$と同じ大きさになるものをみつける  $\frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{12} \right\}$ $\frac{1}{3} \left\{ \frac{2}{6}, \frac{4}{12} \right\} \quad \frac{2}{3} \left\{ \frac{4}{6}, \frac{8}{12} \right\}$	<ul style="list-style-type: none"> 正方形(グラフ用紙を使う)を分割し, 同じ大きさを色分けしながら作っていく作業を通して分数をみつけさせ, 分類させる 	<ul style="list-style-type: none"> 同じ分数の集合
<ul style="list-style-type: none"> 同じ大きさの分数は, 分母と分母, 分子と分子が一定の倍関係になっている 	<ul style="list-style-type: none"> $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{6}, \frac{10}{12}$の分数を, それぞれ線分上に対応させる  <ul style="list-style-type: none"> $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{12}$や, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}$について分母と分子をくらべる 	<ul style="list-style-type: none"> 与えられた線分をそれぞれ2等分, 3等分……して対応する点をみいだす 数直線上の点の対応から相等関係をつかませる 	
<ul style="list-style-type: none"> いちばん簡単な分数をみつける(約分) 	<ul style="list-style-type: none"> $\frac{5}{10}, \frac{2}{8}, \frac{6}{9}$などの分数を分母のいちばん小さい分数で表わす 	<ul style="list-style-type: none"> 同じ値の分数の分母と分子の関係に着目させる 	<ul style="list-style-type: none"> 分子と分母の対応関係
<ul style="list-style-type: none"> 整数に等しい分数 	<ul style="list-style-type: none"> 1に等しい分数のなかまを作る 下の分数の中から$\frac{3}{5}$に等しい分数の仲間, 2に等しい分数の間をつくる $\frac{5}{4}, \frac{8}{4}, \frac{6}{10}, \frac{4}{6}, \frac{9}{3}, \frac{10}{5}, \frac{6}{3}, \frac{9}{15},$ <ul style="list-style-type: none"> まとの 	<ul style="list-style-type: none"> 分子と分母が等しいことをおさえる 分子が分母の整数倍になることをおさえる 	<ul style="list-style-type: none"> 集合づくり(分類)

<例 8>-5年-

1 題材 円と多角形

2 目標

- 円の性質についての理解を深める
 - 円周率の意味
 - おうぎ形やその中心角の意味を理解しておうぎ形がかける
- 正多角形の性質を明らかにする

- ・円をもとにして正多角形がかける。

3 指導計画

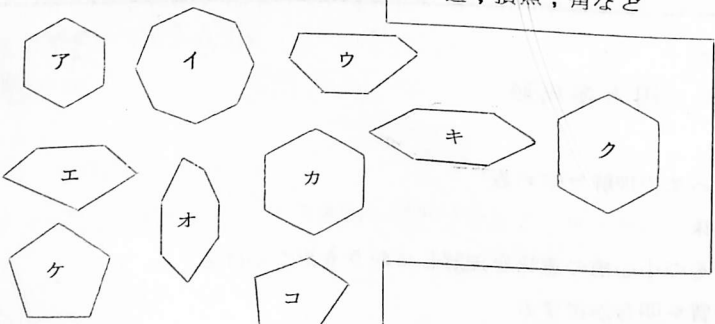
区 分	指 導 内 容	時 数	指 導 の 重 点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> ・円の意味を理解させる ・円の性質を具体的にしらべる <ul style="list-style-type: none"> ・円周と直径の実測 ・実測の整理から円周率の意味を理解させる ・おうぎ形の意味とその中心角について理解させる 	4	<ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな図形の中から円を選び出し、円の性質を考えさせる ・曲線でかこまれ、曲線のどの部分も、1つの点から等距離にあることを認識させる ・円周は直径の約3倍であるという既習のことから、よりくわしい値を知るために実測することをはっきりさせる ・円の大小にかかわらず一定のものとして円周率を理解する ・いろいろなおうぎ形をとりあげ、中心角とそれに対する弧の長さの関係を理解させる
第2次	<ul style="list-style-type: none"> ・正多角形の意味を理解させる ・正多角形の性質を明らかにし円を使って正多角形を書くことを理解させる 	3 本時は 第1時	<ul style="list-style-type: none"> ・正多角形と非正多角形の混合した図形群から正多角形を抽出することにより概念づくりをする ・等辺で、かつ等角であることを明らかにする ・円に内接することを知らせる ・円に内接している正多角形をしらべることから正多角形の書き方を理解させる



4 本時の指導

(1) わらい

- ・正多角形についてその意味を理解させる。
- ・正多角形の性質を明らかにする。

(2) 展開

指 導 内 容	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	観 点
<ul style="list-style-type: none"> ・正多角形，非正多角形の混合した図形群から正多角形を抽出させる 	<ul style="list-style-type: none"> ・つぎの図形のなかで正六角形のものはどれでしょう 	<ul style="list-style-type: none"> ・観点を明確にすることを強調しておく ・辺，頂点，角など 	

	<ul style="list-style-type: none"> • どのように考えて仲間わけをしたか発表しあう 	<ul style="list-style-type: none"> • 辺の長さ、角の大きさなどに着目するようにさせる 	集合作り (分類)
<ul style="list-style-type: none"> • 等辺六角形について考えさせる 	<ul style="list-style-type: none"> • (キ)は正六角形の仲間にはいるかどうか  • (ア)と比べてどこがちがうかを考える 	<ul style="list-style-type: none"> • いる、いないの区別があいまいであることを気づかせる 	分類の条件
<ul style="list-style-type: none"> • 等角六角形について考えてみる 	<ul style="list-style-type: none"> • (ク)は正六角形といえるか  • (ア)と比べてどこがちがうといえるだろうか 	<ul style="list-style-type: none"> • 特殊の場合の図形をみせ、角だけ、辺だけの不合理性に気づかせる 	
<ul style="list-style-type: none"> • 正多角形の意味を知る 	<ul style="list-style-type: none"> • 正多角形とはどんなものといえるかノートに書いてみる • 正多角形のなかまにはいる図形にはこのほかにどんなものがあるだろうか 	<ul style="list-style-type: none"> • 等辺で等角という2条件と、正多角形の「正」とを関連づけさせる • 正方形、正三角形も正多角形の仲間とみることができると気づかせる 	集合作り (分類)

< 例 9 >— 6 年—

1 題 材 文章題

2 本題材をとりあげた理由

集合の要素に対する意識を深め、条件や範囲について明らかにすることからさらに発展し、要素の重複に着目して2つの集合の共通部分について理解させたり、集合の蓋然的関係としての確率を求めることが考えられる。以上の目的から本題材を取りあげてみた。

3 目 標

- 集団をある基準によって分類する考え方を指導し、推論のし方を考察させる。
- ことがらを一定の方針にしたがって場合にわけ、これを1つ1つ順序よく調べていくことにより、正しい判断を導く能力を養う。

4 指導計画

区 分	指 導 内 容	時 数	指 導 の 重 点
第1次	<ul style="list-style-type: none"> • ものの集まりを、いくつかの条件によって分類すること。 またその分類にしたがって判断すること 	2 本時は 第1時	<ul style="list-style-type: none"> • 集団をいくつかの条件について落ちや重複なく分類する • 分類をもとにして論理的な判断をくだす
第2次	<ul style="list-style-type: none"> • ことがらの起こる場合を正しく分類し、その場合の数を求 	1	<ul style="list-style-type: none"> • ことがらの起こる場合を、重複や落ちのないように分類する

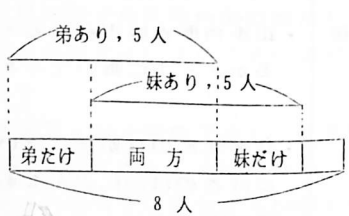
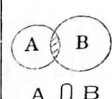
	めること、またそれによって判断すること		・分類したものをもとにして場合の数を調べ、起こりやすいか否かの判断をする
第3次	・ある条件に適する場合を1つ1つ順序よく調べ、目的にかなう場合をみつけたす		

5 本時の指導

(1) ねらい

集合をいくつかの条件によって分類し、その共通部分や補集合に着目することによって論理的に考察させる。

(2) 展開

指導内容	学習活動	指導上の留意点	観 点
<ul style="list-style-type: none"> 文章題を用いて2つの集合の共通部分を求める 	<ul style="list-style-type: none"> よし子さんの班は8人です。弟や妹のいる人を調べたらつきのようでした。 弟がいる { よし子, 和子, 勇 のり子, 一郎 妹がいる { よし子, 晃, 良夫 のり子, 一郎 弟も妹もいる人はだれだけですか、またこの人数を求める式を考えなさい ・表にして類別すると ・両方いない人……………1人 ・残り……………7人 { 弟のいる人 5人 { 妹のいる人 5人 両方いる人が2重になっている 10人 - 7人……「両方いる」人数 	<ul style="list-style-type: none"> 図を書いて考えさせる  全体的人数は8人であること 弟のいる人, 妹のいる人 両方いない人, などに分類する 両方いる人は, 弟のいる人と妹のいる人のなかへダブって入っていることに着目 	<ul style="list-style-type: none"> 全体集合 部分集合 補集合 (分類) 共通部分 
<ul style="list-style-type: none"> 百分率を用いた問題について考察する 	<ul style="list-style-type: none"> たけし君の村では, にわとりを飼っている家が村全体の75% うさぎを飼っている家が村全体の20%あります。 そのうち, にわとり, うさぎの両方を飼っている家は村全体の8%にあたります。 どちらか一方だけを飼っている家, 両方とも飼っていない家はそれぞれ村全体の何%でしょう 	<ul style="list-style-type: none"> 村全体の家をつきの4つに分けられることを確認させる ㊦ にわとりだけ飼っている ㊤ うさぎだけ飼っている ㊢ 両方飼っている ㊦ 両方とも飼っていない ベン図を用いて考えさせ { にわとりを飼っている家, うさぎを飼っている家 } が両方飼っている家であることをわからせる 	<ul style="list-style-type: none"> 互いに素な部分集合づくり (分類) 共通部分

<p>㉔ $75\% - 8\% = 67\%$ 同様に考え</p> <p>㉕ $20\% - 8\% = 12\%$ 両方ともかかっていない家は</p> <p>㉖ $100\% - (67\% + 12\% + 8\%)$ $= 13\%$</p>	<p>・ (にわとりだけかっている家) = (にわとりをかっている家) - (両方かっている家) であり、うさぎについても同様 であることに気づかせる</p> <p>・ 戸数が百分率で表わされている から、全戸数は100%である</p>
---	--

Ⅶ 調査結果の考察

1. 指導例の記述にみられる問題点について

報告された指導例の記述のなかにつきのような表現がみられた。

(ア) 10の集まりの位置を知る。10の集合に着目する。

(イ) 2位数は「何十」と「何」の集合である。

集合数が十進数における各位の集合の和として認識され……

(ウ) 23円の紙3枚分の集まりは、 23×3 である。

(エ) 20cm, 8cm, 10cmなど、それぞれの長さをつねに1cmの集まりであると意識させておく。

広さも単位面積の集合としてとらえさせる。面積も、もとなる量とそれの集まりと考える。

面積は単位面積の集合である。面積は 1cm^2 の集合とみれる。など、

(オ) 単位分数の集合体である分数の理解。分数は単位分数の集合である。加法は単位分数の集合の

和である。分数は単位分数をいくつか集めたものである。など。

これらの個々についてそれぞれ問題点や誤まりとみられる理由を簡単にのべてみる。

(ア)について

まず「集まり」ということばから考えてみる。「集まり」を「集合(set)」の意味で用いているとすれば10の集まりというようにことがいえるのであろうか。集合として $\{10, 10, 10, \dots\}$ ということとは考えられないのではあるまいか。

数は具体物から抽象された概念であるから、上のそれぞれの10はお互いに別個なものとして区別することはできない。したがって「集合は互いに異なり、その集合に属するかどうか明確なものの集まり」という定義から、10の集まりというときの「集まり」は集合(set)ではないということになる。

したがって10の集合という表現も誤っているといえるのではないだろうか。

しかし、たとえば鉛筆のような具体物の集まりであれば、それぞれはみ方によってはお互いに異なるものとみることができる。それらをさらに10本ずつのまとまりにした場合も、たとえば赤い鉛筆10本のまとまり、黒い鉛筆10本のまとまりというように、それぞれのまとまりはお互いに別なものとして区別することができる。そしてそのまとまりを元とする集合が考えられる。

以上のような理由から、「10の集合」の位置、「10の集合」に着目する、とするよりも、「10本ずつまとめたもの」の個数を書く位置とか「10本ずつまとめたもの」に着目する、とでもすべきであろう。

それにしても「集まり」は集合 (set) という意味の集まりなのか、単なる集まり (collection) なのか、不明確なままに混同して用いているように思われる。

(イ)について

2位数は「何十」と「何」という数の和ではあるが集合の和ではない。

「何十」とか「何」という集合、という表現については(ア)でも述べたおりこのような表現が正しい表現でないことはいうまでもない。

この場合、「何十」の集合というのは「10個ずつまとめたもの」を元とする集合という意味なのであろうが、これは、元10個でつくられる集合のそれを1つの元とする新しい集合を考えているわけで、つまり、集合の集合を考えているのである。これに対して「何」の集合というのは、「もの1個ずつ」を元とする集合という意味であろう。この2つの集合は、いわば、「集合」と「集合の集合」との相違があるのである。そしてこれは、集合の和と、集合の元の個数の和とを混同しているばかりでなく、2つの集合の元の個数の和を考えたとしても、言おうとしている2位数にはならないことをおさえていないのである。集合数とは集合の元の個数(濃度)のことである。したがって集合数は、和集合の元の個数を表わすことはあっても和集合そのものを表わすのではないのである。

(ウ)について

このような表現はどう解釈すべきなのであろうか。いま「23円の紙3枚分の集まり」という表現のなかから「分」ということばを除いてみると、「23円の紙3枚の集まり」となる。これならば紙の集まりと考えられる。

この場合、23円は紙1枚に付随した数値(ねだん)であるから、3枚分の数値(ねだん)として $23円 \times 3$ が求められる。もし「分」ということばをいれるならば「集まり」ということばをいっしょに使用できないのではないか。むしろ「集まり」ではなくて「合計」ということばにすべきであろう。

それならば、「集まりの元に付随した数値の合計」ということになる。つまり「集まり」ということと、「集まりの元に付随した数値を合計したもの」とを混同していると思えない。

(エ)について

1cmの集合とか、単位面積の集合ということも(ア)同様おかしい。「1cm」とか「単位面積」というのは、点集合としての線分や面分の集合を対等な線分や面分のグループ(つまり等長や等積なグループ)

に類別するための目じるし(測度)なのであって、(ア)で10の集合ということが考えられないと述べた

ことと同様な意味で、同じ測度いくつかの集合というものは考えられないのである。

この場合、集合の元として考えられるのは、測度1cmの「線分」とか、測度1cm²の「面分」であって

これは丁度、等積な図形がお互いに異なるものとして集合の元と考えられることと同様である。

したがって、20cm、12cm、8cm、などは1cmの集合であるとか、面積は単位面積の集合であるというわけにはいかない。いうならば20cmの線分、12cmの線分、8cmの線分はそれぞれ互いに素な1

cmの線分の集合であるとか、面分は互いに素な単位面分の集合であるとでもいえよう。

つまり、20cm、8cm、12cm、というのはそれらの線分(集合)の測度であって、線分(集合)そのものではないということである。

(オ)について

分数は量の分割から導入するのが普通であり、たとえばある線分(面分や立体でもよい)を分割する
とき、与えられた線分を1と考え(つまり測度を1とするのである)、それをn等分したものを $\frac{1}{n}$ とす
るわけである。つまり分数を集合(測度1の集合)の測度として考えるのである。したがって、(エ)で述
べたことから考えても分数は単位分数という数の累加ではあっても、単位分数を元とする集合とはいえ
ない。

2. 指導上の問題点

前節では記述上の個々の問題点について考察したが、これらは教師の集合についての認識上の問題点
ということができる。しかしこれはそのまま指導上の問題点につながるものでもある。

ここでは指導方法の面からの問題点について考察を加えてみる。


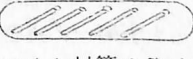
(1) 物の集合と数の集合について

集合とは、「お互いに異なり、その集合に属するかどうか明確なものの集まり」と定義されることは
前節で述べた。そしてこの「もの」には「おはじき」も「棒」も「数」も含まれる。いま、「おはじき」
や「棒」のような具体的なものを「物」ということばでまとめれば「物の集合」と「数の集合」の2つ
に分けることができる。

おはじきのような「物」は1, 2, 3……と数えられる「物」であるから、おはじきの集合の元の個
数(濃度)は自然数によって表わすことができる。逆にいえば自然数はこのような「物」の集合の元の
個数(濃度)を表わす。

一方、数も「もの」であるから、自然数の集合ということも考えられる。この場合、個々の自然数は
集合の元であって濃度ではない。

このように自然数は、あるときは集合の濃度を表わし、あるときは集合の元となる。

低学年において、つぎのようなおはじきの集まり  と鉛筆の集まり 
を考えたとき、この2つの集まりは元の个数(濃度)がどちらも「5」で等しい。つまり対等な集まり
である。このように対等なグループの目じるしとしての数が集合の濃度で、この場合は集合の濃度を表

わすものとして数をおさえていることになる。

また一方、たとえば、ひとけたの数の仲間づくりや、十の位が2である数の仲間づくりなど、数の仲間づくりをさせることは $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ や $\{20, 21, 22, \dots, 29\}$ などをつくることであり、この場合は数を集合の元として取り扱うことになる。

このように、一方では自然数を集合の濃度としておさえながら、他方では自然数を集合の元として取り扱うことがある。したがって、ただ漫然とこの両者の取り扱いをするだけでは児童の思考に混乱を起こさせるおそれがある。

つぎに棒のような物と数について考えてみる。棒の集まりについても、その棒の本数を数えるという場合はおはじきの場合と同様である。しかし、棒の集まりを、ある観点(長さ)で対等なグループに類別するとき、対等なグループの目じるしとして元の個数(濃度)を用いるわけにはいかない。

なぜなら、線分(棒)は、その線分上の点の集合であり、2つの線分は長さが異なってもそれらの線分上の点(元)は1対1の対応をなしており、その濃度はひとしいのである。つまり濃度によっては類別できないということである。

そこで、線分や面分や立体のような連続体を大きさの概念で類別するとき、つぎのように考えるのである。いま線分を例にとり述べてみよう。

線分(棒)の集合を定義域として数への写像を考え、ある線分Aに対して負でない数aが定まり、

$A \rightarrow a = f(A)$ とする。このaを線分Aおよびこれと対等なグループの「長さ」とするわけであるが一般的な表現をすれば、aをAの測度というのである。

まず測度の一番小さくない線分Eを1つ固定し、これに測度1を与える。つぎにEの2倍、3倍……n倍……や、 $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍…… $\frac{n}{m}$ 倍……などを作り、これらと対等なグループにそれぞれ2, 3……n……, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ …… $\frac{n}{m}$ ……という測度を与える。このようにして連続体の対等なグループの目じるしとして測度が定められるわけで、測度としてとりうる数は正の実数ということになる。

分数が量を分割した結果として、つまり連続体の測度としておさえられることは前節でも述べたが、自然数が濃度として取り扱われる場合と元として取り扱われる場合があると同時に、分数も測度としておさえる場合と元としておさえる場合がある。

物の集合において、観点をきめていろいろな集合に分類し、それらの集合について考察する場合、多くはそれらの間の関係概念をより明確に、より効率的に把握させたり、どのような考え方をすればよいのかという、考え方の筋道や原理、法則などを明らかにすることがねらいなのであって、計算はそれらの集合の濃度や測度であるところの数について行なうのだということができる。

一方、自然数や分数などの数そのものを集合の元と考える場合は、それらの元の間にある演算的結びつきを考えることが多い。これは数を構造的にとらえていく立場だといえよう。

(2) 図形について

まず第一に集合の考えを用いる方法として2つの立場が考えられる。

その1つは、図形をなんらかの条件を満足する点の全体としてみていく立場である。

すなわち、集合の元は点であり、線はその無限点集合であるとする。また多角形を単純な閉曲線(こ

の場合、曲線のなかへ直線も含める)とし、内部はこれと別に考え領域と呼ぶ。1つの多角形はいくつかの線分の和集合と考え、多角形の集合は和集合を元とする集合、つまり集合の集合と考える。というような立場である。

しかし、この立場をとる場合には従来と異なる視点で図形を考察していくわけであり、その視点で統一され、かつ関連する教材との間に矛盾や不都合の生じない系統的なカリキュラムを組織しなければならない。これは指導する教師側の問題点ではあるが、それだけではなく指導される児童の理解という学習上の問題点もある。

たとえば無限点集合である図形を「点の集まり」とみることは難しいことであろう。したがって、長さの異なる2つの線分上の点(元)が1対1の対応をしていることなどの理解は極めて困難なことであろう。

それに対して他の1つは、個々の図形を集合の出発点と考える。つまり個々の図形を始めから元とみていく立場である。そしてこれらの元(図形)に付随している条件の多少や差異を比較することにより元(図形)を分類し、分類してできた集合について新しい概念を形成したり、概念間の包摂関係を考えていくのである。この立場で集合の考えを図形指導に用いることは、問題点も少なく比較的容易である。

(3) 量と測定について

量と測定についてはつぎのように考えたらどうであろうか。

前節(二)でも述べたように、測定しようとするもの(線分、面分など)を互いに素である測度1の集合(単位線分、単位面分など)のいくつ分の和になるのかその個数を数えることであるとし、また端下の部分については測度 $\frac{1}{10}$ の集合(線分、面分)を考え、前と同様にしてその個数を数える。というようにするのである。

おわりに

集合の考えを養いこれを用いることは、算数教育現代化の中核的な強調事項であると考えられるが、児童に集合の考えが育たなければこれを用いるようにはならない。

算数の指導で、ある特定の教材で断片的に集合の考えを用いた指導をしても、それだけでは児童に集合の考えが育つとは考えられない。集合の考えが、児童にとって無理なく、しかも有効に用いられる教材を、断片的でなくなるべく多く取り扱い、かつ、できるだけ発展的に集合の考えが育つようにつくることが必要である。そしてそのモデルはまだない。まだ実験的研究の段階であって思考錯誤をしながらもよりよいものをつくりあげていかなければならないのである。

この稿がいささかなりとも本県における今後の実践的研究の足がかりとなれば幸いである。

最後に、実際に指導の実践をされ、この調査研究のために貴重な資料を提供された90名の諸先生方に深く感謝の意を表する。(大井武司)

参 考 文 献

- 岩波数学辞典 日本数学会編 岩波書店
数学小辞典 矢野健太郎編 共立出版
数学教育辞典 明治図書
集合論入門 赤 撰也著 培 風 館
算数と集合 小林善一著 東 洋 館
これからの数学 B・E・メザーブ・M・A・ソーベル著，田島一郎訳 培 風 館
集合の考え—その指導事例（算数科） 山口県小学校教育研究会算数部編 明治図書
改訂小学校学習指導要領の展開算数科編 川口延編 明治図書
小学校学習指導要領昭和33年改訂版
算数教育の研究・理論編 新潟大学教育学部数学教室編
教育科学・算数教育 114号 明治図書
" " 121号 "