

理科教育におけるシミュレーションの利用

—確率的事象の指導—

下村 忠行

コンピュータ・シミュレーションによる確率的事象の指導資料として、放射性崩壊のモデル実験、1次元と2次元のランダム・ウォークおよび気体・液体の拡散の問題をシミュレーションにより解析し、実際のモデル実験の結果と比較している。そして、その多くがプログラム電卓によって実行可能であり、授業においても計算機実験が行えることを示している。さらに、シミュレーションの特徴から、コンピュータ・シミュレーションが理科教育に大きな役割を果たす可能性のあることを指摘している。

1 はじめに

多数の分子や原子のふるまいのような確率的事象の経過は、コンピュータで次々に作成される乱数を用いることにより、模型的に実現することができる。このような模擬実験、すなわちコンピュータ・シミュレーションは、容易に実験を行えないような事象や、数式的な取扱いの困難な問題の解法などに用いられるが、実証的で直観的な理解が得やすいという特徴があり、教育的にも意義のある方法のひとつと考えられる。

理科教育におけるシミュレーションの利用分野としては、分子・原子や細胞など多数の粒子の示す統計的事象の指導があげられる。筆者は、先に、原子核による α 線散乱のシミュレーション¹⁾について報告したが、引続き、確率的事象の指導例として

- (1) 放射性崩壊
- (2) ランダム・ウォーク
- (3) 気体・液体の拡散

のシミュレーションについて、種々検討を試みた。これらは、数学的な解析が複雑であり、モデル実験によっても小数の粒子の場合しか扱えないので、多数の粒子のふるまいについて実証的には握っていくためには、演算速度の速い電子計算機を用いる方法が不可欠になるからである。なお、現在各高等学校には電子式卓上プログラム計算機が設置され、コンピュータ・シミュレーションも容易に実施できるようになっている。そこで、記憶容量の大きな電子計算機によらなくても、プログラム電卓で実行可能なものについては、プログラム電卓を用いた場合の処理時間等も測定して、教室内での計算機実験の可否に関しての検討も行えるようにした。

この報告はこれらの結果をまとめたものであり、理科教育におけるシミュレーションの利用に関する資料を得るための研究の一部である。

2 シミュレーション

(1) シミュレーション

*simulate*とは「模擬する」とか「まねる」ことであり、シミュレーション(*simulation*)とは「現象を模擬する」ことである。コンピュータ・シミュレーションには、次の2つがある。

(a) 現象を直接模擬するシミュレーション

確率的事象を含む現象を模擬するもので、待ち行列や在庫管理等に使われる。

(b) 現象を模擬できる理論を利用するシミュレーション

人工衛星の運動のような微分方程式の解法等に使われる。

これらは、いずれも数学教育や理科教育における電子計算機の利用という面で利用度の高いものと考えられるが、ここで扱うのは、前者の現象を直接模擬するシミュレーションであり、モンテカルロ法とも呼ばれるものである。

(2) 乱数

乱数の発生方法としては

(a) サイコロやルーレットを用いる方法

(b) 乱数表を用いる方法

(c) 物理乱数による方法(放電管のノイズや放射性崩壊など)

(d) コンピュータによる方法

などがある。

教育的には(a)のサイコロ等を用いる方法がすぐれていると考えられるが、(c)と同様に再現性はない。(b)の乱数表による方法は、再現性はあるが、(a)と同様に発生速度が極端に遅いという難点がある。電算機で作る乱数は必ず周期性があり、いわゆる擬似乱数であるが、発生速度が非常に速いので、周期が充分に長く、かつ各種の統計的検定に耐える乱数列を作成すれば、それは再現性のある乱数列であり、真の乱数の代わりに用いてシミュレーションを行うことができる。

電算機による乱数の作成方法はいろいろあるが、ここでは混合型合同法²⁾による区間(0, 1)の一樣乱数を用いた。^{*1}

*1 混合型合同法

整数 a , c , m をあらかじめ決めておき、 n_0 を乱数の初期値(整数)として、次のような数列 n_1, n_2, n_3, \dots を作る。

$$(an_0 + c) / m \text{ のあまり} \dots n_1$$

$$(an_1 + c) / m \quad \text{''} \quad \dots n_2$$

$$(an_2 + c) / m \quad \text{''} \quad \dots n_3$$

$$\dots \dots \dots$$

この n_1, n_2, n_3, \dots が、0 から $(m-1)$ までの一樣乱数列となる。

この数列の各項を m で割って、

$$R_1 = n_1 / m, \quad R_2 = n_2 / m, \quad R_3 = n_3 / m, \quad \dots$$

とすると、 R_1, R_2, R_3, \dots は、区間(0, 1)の一樣乱数列である。

本稿において、プログラム電卓で使用した乱数の定数および初期値は

$$a = 2965317 \text{ または } 7654321, \quad c = 9, \quad m = 10^8, \quad n_0 = 1 \text{ である。}$$

3 放射性崩壊

(1) 放射性崩壊のモデル実験とシミュレーション

放射性崩壊のモデル実験に、サイコロを放射性原子と見立て、たくさんのサイコロをころがして、例えば「5」の目が出たサイコロは崩壊したとして取除いていくことを繰り返す実験がある³⁾。この実験では、せいぜい100個程度のサイコロをころがすことしかできないが、これをシミュレーションで行えば、何百、何千のサイコロ(原子)について任意の崩壊確率でシミュレートし、結果を自動的に出力させることができる。

(2) 実験

(a) 原理

崩壊率 λ 、原子数 N_0 の放射性元素の t 時間後における原子数 N は

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \dots\dots\dots (3. 1)$$

で表わされる(図1)。

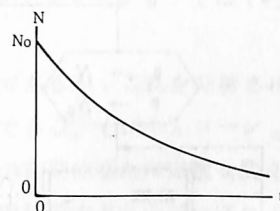


図1 崩壊曲線

(b) 方法

[モデル実験]

サイコロ120個を一度にふり、「5」の目が出たものは崩壊したとして取除き、残ったサイコロの数を記録する。この操作を、残りが20個以下になるまで繰り返して行なう。

この実験を10回繰り返し、各回の崩壊率 λ とその平均および標準偏差を求める。

[シミュレーション]

図2は、このシミュレーションの基本的な手順を示すフローチャートである。

毎回崩壊する割合を k とする。乱数 u を発生させ、 $u \leq k$ ならば崩壊したとして除き、 $u > k$ ならば生き残ったのであるから、 Δt 時間内に崩壊しない粒子数 N_1 に1を加える。これを全粒子数 N_0 個について繰り返し、 Δt 時間後に生存している粒子数 N_1 を出力する。ここで、改めて生き残った粒子数 N_1 を N_0 と置き換え、再び乱数 u を発生させて同様な処理を繰り返す。

サイコロと同じ崩壊率とするため、各回の崩壊する割合 K を $1/6$ とし、 $N_0 = 120$ および $N_0 = 1000$ の場合について、モデル実験の場合と同様に行い、処理する。

(3) 結果と検討

表1に、得られた結果より最小2乗法によって求めた崩壊率 λ と、平均の崩壊率およびその標準偏差を示す。また、図4に、モデル実験の場合の結果をヒストグラムに表わしたものを2例あげてあるが、シミュレーションの場合の結果も同様なものになる。

表1の λ と標準偏差値から、 $N_0 = 120$ 程度では測定値のバラツキが非常に大きく、ただ1回の実験だけでは結論を導くのがむずかしいことがわかる。図3および図5に、 $N_0 = 120$ の場合におけるシミュレーションおよびモデル実験の10回の平均より求めた結果を示す。

表1における $N_0 = 1000$ の結果と、電卓による出力結果を示した図6からも明らかなように、粒子数(サイコロの数)がおよそ100以上の場合は、粒子数は指数関数的に減少すると見なすことができ

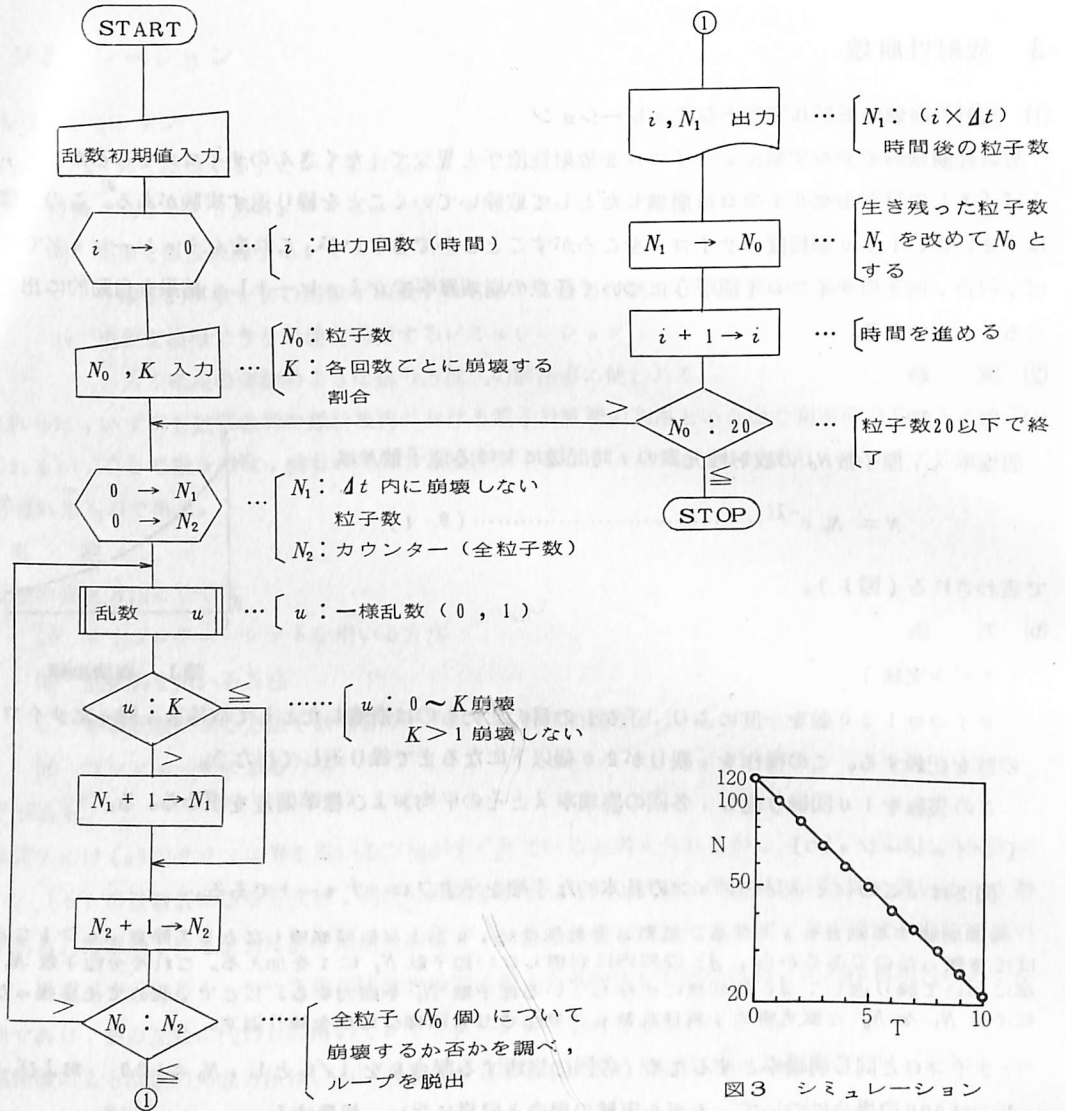


図2 放射性崩壊のフローチャート

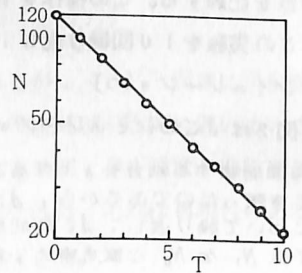


図3 シミュレーション ($N_0 = 120$)

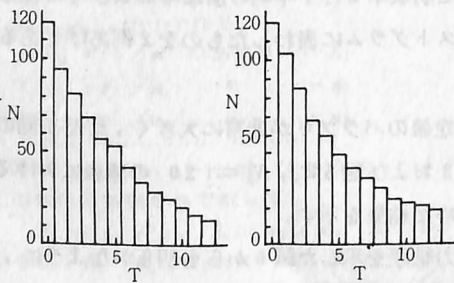


図4 モデル実験のヒストグラム例 ($N_0 = 120$)

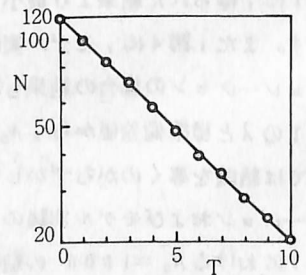


図5 モデル実験 ($N_0 = 120$)

るようである。

これらの結果より、当然のことであるが、(3.1)式が成り立つのは試料数が充分大きなときであること、したがって、実験は試料数をできるだけ多くとり、かつ同じ実験を10回程度繰り返して処理する必要があることがよくわかるであろう。しかし、実際問題として、このサイコロの実験を10回繰り返すことは容易ではなく、まして $N_0 = 1000$ とした場合などは、全く実用的ではなくなる。一方、シミュレーションでは、計算機が自動的に結果を出力するので、いったん開始すれば手間はかからない。実験をするという教育的な立場からはサイコロをふる方法がすぐれているが、問題の発展、整理の段階での計算機の利用は有意義であると思う。

所要時間は、 $N_0 = 120$ の場合、1回の測定に、サイコロをふるモデル実験では約6分、プログラム電卓によるシミュレーション^{*2}では約4分である。また、 $N_0 = 1000$ のシミュレーションでは、約40分である。

なお、図2に示したフローチャートは、1回分の実験についてのみ示してあるが、これを発展させて、同じ実験を10回(または任意の回数)繰り返すプログラムを作ることでもできる^{*3}(シミュレーションの場合、1回目の実験が終了した時点で計算を打切ると、そのたびに乱数の初期値または定数を変えなければ、前と同じ結果が出てしまう。そのため、必要回数だけ同じ処理を繰り返すようにプログラムを組む方が都合がよい。)また、図6に示すように、結果と同時にグラフ化して表わすこともできる^{*4}。

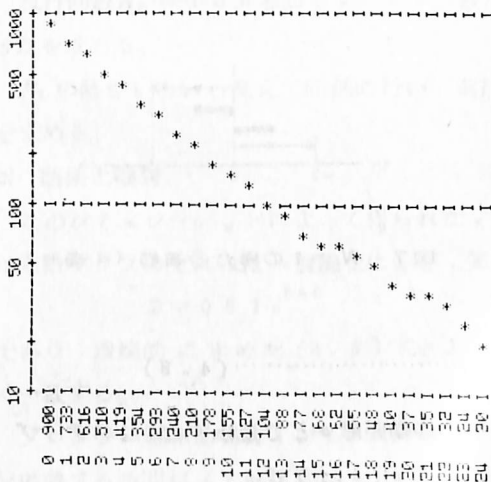


図6 電卓による出力例 ($N_0 = 900$)

表1 崩壊率 λ (理論値 $\lambda = 0.182$)

| No | モデル実験 | シミュレ | シミュレ |
|------|-----------------|------------------------|-------------------------|
| | ($N_0 = 120$) | -シヨ ($N_0 = 120$) | -シヨ ($N_0 = 1000$) |
| 1 | 0.177 | 0.171 | 0.175 |
| 2 | 0.166 | 0.159 | 0.188 |
| 3 | 0.182 | 0.185 | 0.176 |
| 4 | 0.165 | 0.206 | 0.191 |
| 5 | 0.169 | 0.203 | 0.179 |
| 6 | 0.169 | 0.203 | 0.201 |
| 7 | 0.187 | 0.151 | 0.170 |
| 8 | 0.196 | 0.124 | 0.206 |
| 9 | 0.217 | 0.162 | 0.175 |
| 10 | 0.181 | 0.177 | 0.187 |
| 平均 | 0.181 | 0.176 | 0.185 |
| 標準偏差 | 0.015 | 0.022 | 0.011 |

- *2 使用した電卓はCANOLA SX-100 (基本構成: 20メモリ、200スラップ)である。以下、プログラム電卓での使用例は、すべてSX-100によるものである。
- *3 このシミュレーションを任意の回数繰り返して行うプログラムは、SX-100の基本構成で作成できる。
- *4 グラフを作るプログラムは、図6を単純化した場合は基本構成で可能であるが、図8のとおりに作るには、ステップの増設が必要である。
- *5 *2または*3のプログラムに、最小2乗法により崩壊率 λ を求める計算も追加するには、メモリおよびステップの増設が必要である。

らに最小2乗法によって、崩壊率λも同時に出力することができる。^{*5}

4 ランダム・ウォーク

(1) ランダム・ウォークのシミュレーション

ランダム・ウォーク(酔歩)の問題は、だれもが興味をもつ問題であり、確率的事象を考えるうえで基本的な内容を含んでいる。複雑な分子の運動もランダム・ウォークと見なすことができ、拡散の現象も無数の分子の酔歩の結果である。

シミュレーションは、なるべく簡単に取り扱うために、自由行路を一定とし、進行方向が+x方向か-x方向の場合、すなわち1次元の場合と、±xおよび±yの4方向の場合(2次元)について行った。

(2) 1次元の場合

(a) 理論⁴⁾

粒子の自由行路を1とし、原点をスタートした粒子が±x方向にN回ステップした結果、原点から正味Sステップ離れた位置、すなわち、|x|=Sのところへ移動したとする。

Nステップの結果、正味Sステップの移置へ移動する場合の数Qは、+x方向に(N+S)/2ステップの移動と、-x方向へ(N-S)/2ステップの移動の組合せであるから、

$$Q = N! / \left(\frac{N+S}{2}\right)! \left(\frac{N-S}{2}\right)! \dots (4.1)$$

である。Nステップ移動する場合の数は2^Nだから、Nステップの結果Sステップ移動する確率Pは

$$P = \frac{N!}{\left(\frac{N+S}{2}\right)! \left(\frac{N-S}{2}\right)! 2^N} \dots (4.2)$$

与えられる。スターリングの公式を用いて解くと、上式は

$$P = \left(\frac{2}{\pi N}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{S^2}{2N}\right) \dots (4.3)$$

となる。これを、粒子のたどった全行程lと、原点からの正味の移動距離xとで表わすと、1ステップすなわち自由行路は1だからl=N、s=Sである。したがって、(4.2)式は

$$P = \left(\frac{2}{\pi l}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2l}\right) \dots (4.4)$$

と表わすことができる。したがって、多くの粒子が正味lだけ進んだときの平均移動量x̄は、

$$\bar{x} = \int_0^\infty x P dx$$

であり、

$$\bar{x} = \sqrt{2/\pi} l^{1/2} \dots (4.5)$$

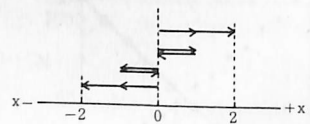


図7 N=2の場合の道筋(4通り)

となる。すなわち、ランダム・ウォークにおいて、 l だけ進んだときの平均の移動距離 \bar{x} は、 l の平方根に比例し、比例定数は $\sqrt{2/\pi}$ ($=0.798$)である。したがって、 N ステップに対する平均移動距離は \sqrt{N} に比例する。また、(4.4)式を進行距離 l と時間 t との関係で考えると、 $l \propto t$ だから

$$\bar{x} \propto t^{1/2} \dots\dots\dots (4.6)$$

であり、平均移動距離は時間の平方根に比例する(\sqrt{t} 則)。

(b) 方法

計算のフローチャートは、2次元の場合を示す図12のフローチャートとほとんど同じである。

まず、ステップ数 N_1 と試行回数 N_2 を入力する。歩幅はつねに1で、進行方向は $+x$ 方向か $-x$ 方向であるから、どちらへ進むかの確率は $1/2$ である。したがって、1歩進むごとに一様乱数 u を発生させ、たとえば

$$0 \leq u < 0.5 \quad \text{ならば} \quad x_{i+1} \rightarrow x_i$$

$$0.5 \leq u < 1.0 \quad \text{ならば} \quad x_{i+1} \rightarrow x_i + 1$$

とする。これを N_1 回繰り返して、 N_1 ステップ目の位置 x_i を求める。

この試行を N_2 回繰り返して、平均移動距離 \bar{x} ($=\sum x_i / N_2$)および x_i の標準偏差 SD ($=\sqrt{\sum x_i^2 / N_2 - \bar{x}^2}$)を求める。

(図12のフローチャートと異なるのは、 y_i についての処理がないこと、したがって進行方向の確率が $1/2$ になる点だけである。)

試行回数 $N_2 = 100$ として、ステップ数 $N_1 = 2$ の場合について、平均移動距離 \bar{x} および標準偏差 SD を求める。

N_1 の値をいろいろ変えて同様に行い、進行距離 l ($=N_1$)と \bar{x} との関係をグラフに表わし、関係式を求める。

(c) 結果と検討

このシミュレーションによって得られた、進行距離 l と平均移動距離 \bar{x} の関係を、図8に示す。各点是对数グラフの上にはほぼ一直線上に並び、実験式は

$$\bar{x} = 0.81 l^{0.50}$$

であり、理論的に求めた(4.5)式とよく一致する。

プログラム電卓の場合、シミュレーションに要する時間はステップ数 N_1 に比例し、試行回数 $N_2 = 100$ の場合、 $N_1 = 10$ で約8分、 $N_1 = 100$ で約80分ある。^{*6}

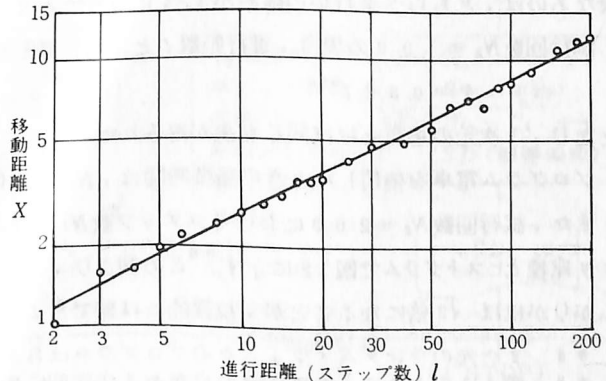


図8 進行距離 l と平均移動距離 \bar{x} の関係(1次元)

*6 1次元のランダム・ウォークのプログラムは、SX-100の基本構成で作成できる。

*7 図9のようにヒストグラムも出力させるためには、メモリーとステップの増設が必要である。

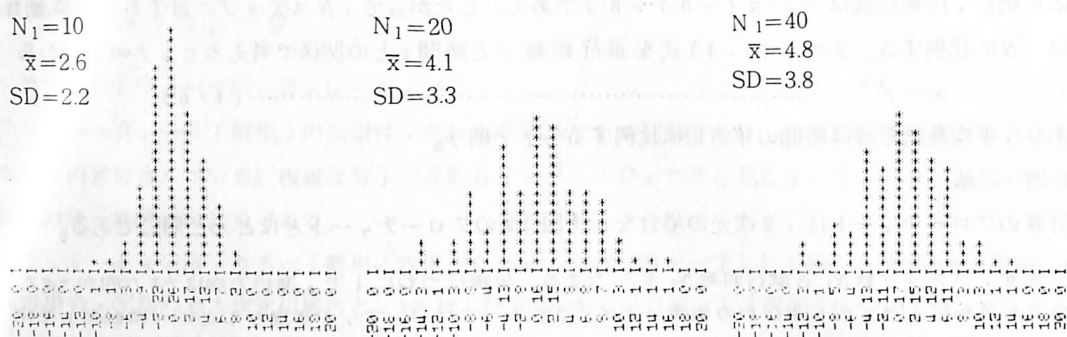


図9 \bar{x} の分布を表わすヒストグラム(試行回数 $N_2=100$)(電卓による出力結果)

このシミュレーションを、 \bar{x} とSDの計算にとどめず、図9に示すように、ヒストグラムも作るようにプログラミングすれば、 \bar{x} の分布が正規分布をなすことも、同時に示すことができる。^{*7}その結果をもとに、 l の変化に対する \bar{x} の分布の変化について考察すれば、確率的事象の見方・考え方はいっそう明確なものになると思う。しかも、このシミュレーションは、実行所要時間からみても、100回の試行において $N_1=40$ 程度までは、授業中に行うことが可能である。

また、この模擬実験は、図10のようなはちのす状に多数のくぎを打ちつけた面に鋼球をころがす実験(パチンコの実験)のシミュレーションでもある。すなわち、くぎに衝突した球が左右いずれに進むかの確率は $1/2$ であり、自由行路は衝突のたびに変わるが、これをつねに1と見なすのである。図10は $N_2=1000$ の場合の1例であり、図11は $N_2=2000$ の場合の結果である。⁵⁾パチンコの実験は、サイコロをふる放射性崩壊の実験と同じように、教育的価値が大きく、その発展の段階でシミュレーションが有用となることは、前に指摘したとおりである。

(3) 2次元の場合

図12に、進行方向を $\pm x$ 方向および $\pm y$ 方向とした場合のフローチャートを示す。1次元の場合と異なるのは、どちらへ進むかの確率が $1/4$ になることと、移動距離 r_i の求め方だけである。

試行回数 $N_2=1000$ の場合、進行距離 l と平均移動距離 \bar{r} の関係を表わす実験式は

$$\bar{r} = 0.82 l^{0.50}$$

となり、1次元の場合とほぼ同じ結果が得られた。

プログラム電卓を使用したときの所要時間は、 $N_1=10$ 、 $N_2=1000$ の場合、約18分である。^{*8}

また、試行回数 $N_2=2000$ におけるステップ数 $N_1=1000$ および 2000 の場合の最終位置の分布を、 x y 座標とヒストグラムで図12に示す。^{*9}この図より、ステップ数が2倍になると最終位置 r の分布のひろがりほぼ $\sqrt{2}$ 倍になることが、視覚的には握きよう。

*8 2次元のランダム・ウォークのプログラムはSX-100の基本構成で作成できる。

*9 図12のように、最終位置の分布を2次元的に表わすには、コンピュータが必要である。(ヒストグラムは、SX-100でメモリ-およびステップの増設により簡単に作成できる。)

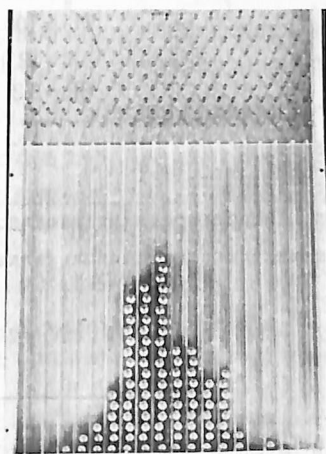
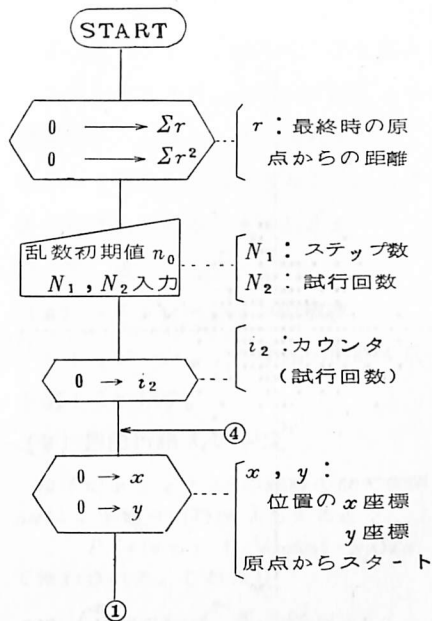


図 10 パチンコの実験 ($N_0=100$)

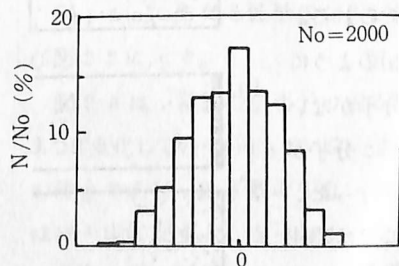


図 11 パチンコの実験結果

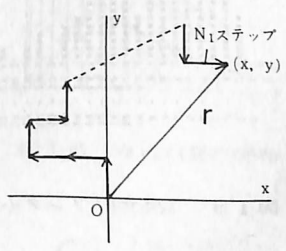
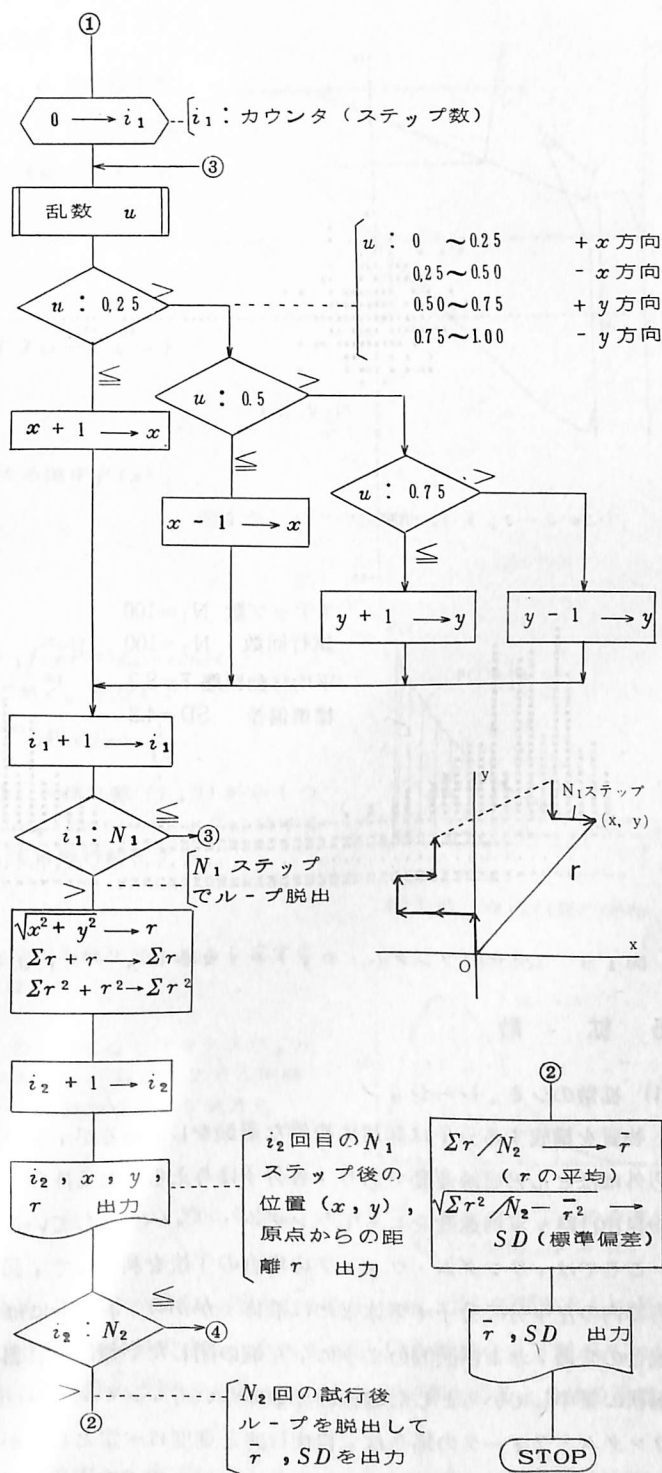


図 12 ランダム・ウォーク (2次元) のフローチャート

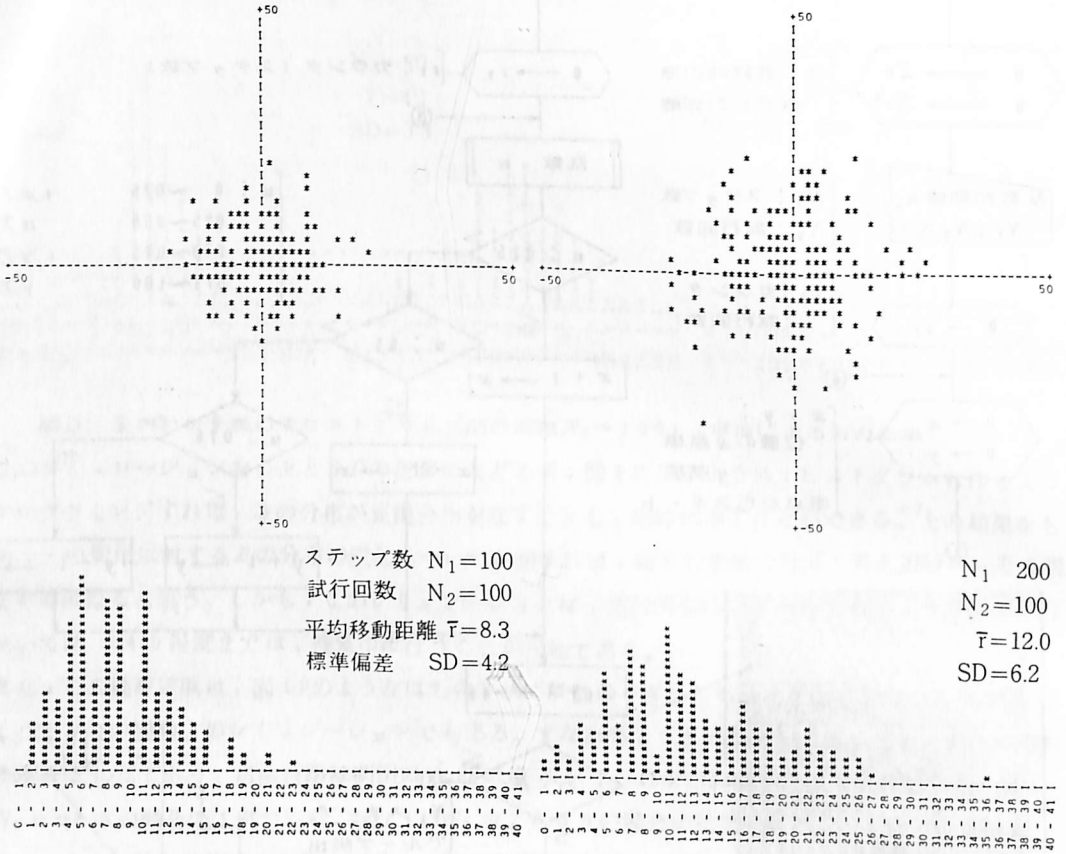


図13 2次元のランダム・ウォーク(コンピュータによる出力, $N_2=100$, 左 $N_1=100$, 右 $N_1=200$)

5 拡散

(1) 拡散のシミュレーション

物質を構成する分子は非常に複雑な運動をしているが、互いに衝突するとき以外はほとんど直線運動であり、各分子は与えられた条件のもとに、一定の平均自由行路、平均速度をもってランダム・ウォークをしていると考えられる。

ここでは、ランダム・ウォークの場合の手法を利用して、図14(a)のように容器内の左半分に分分子(気体または液体)があり、右半分にはその分子がない場合の拡散、および図(b)のように、左端の閉じた半無限の容器の端部に分子が層状に集中しているとした場合の拡散について、シミュレーションを行った。ランダム・ウォークの場合、自由行路と速度は一定としたが、ここでは自由行路、速度とも10段階に分け、進行方向も16方向(22.5°間隔)として、かなり精密にモデル化するようにした。このようにして得たランダム・ウォー

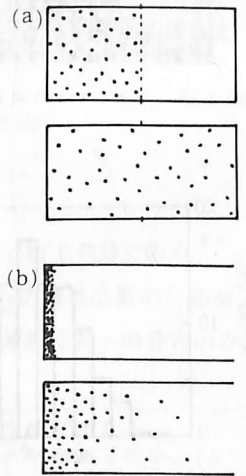


図14 拡散

くすなわちブラウン運動の1例を図15に示す。

なお、ここでは、定量的な解析よりも、拡散の様子を視覚的にとらえることに重点をおき、プログラムは時間を追って結果を出力できるようにして、教材としての動画の作成も行えるようにした。

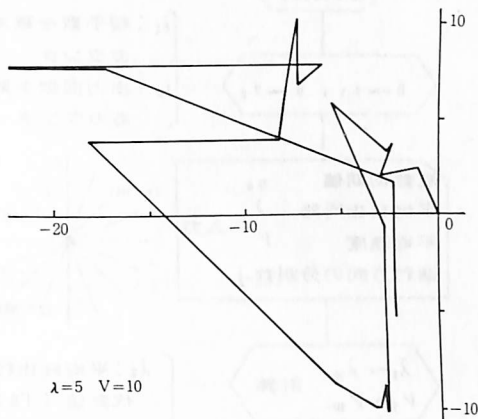


図15 ブラウン運動 (シミュレーション)

(2) 方法

(a) シミュレーションの概要

シミュレーションの手順の概略を示すフローチャートを図18に示す。

(b) 自由行路 λ_i の決定¹⁾

粒子が x と $x + dx$ の距離の間で衝突する確率 $P(x)dx$ は、平均自由行路 λ とすると、

$$P(x)dx = (1/\lambda)\exp(-x/\lambda)dx$$

で表わされる。これより

$$\int_0^x P(x)dx = \int_0^x \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} dx = 1 - e^{-x/\lambda}$$

であるから、あらかじめ図16のように、 $\int_{x_i}^{x_{i+1}} P(x)dx = const$ になるように10等分し、 x_i の値を決めておく。すなわち

$$\int_0^{x_1} P(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} P(x)dx = \dots = \int_{x_9}^{x_{10}} P(x)dx = \frac{1}{10}$$

になるよう、 x_1, x_2, \dots, x_9 を決める。一様乱数 $(1, 0)$ から1つの乱数 u を引き、 u が $(0, x_1), (x_1, x_2), \dots$ のどこに属するかを調べ、属する区間の代表値 λ_i をもって自由行路とする。

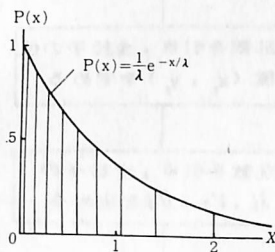


図16 自由行路の分布

(c) 速さ v_i の決定

2次元の運動を考える場合、速さに比例する無次元の量を v とすると、粒子が $v + dv$ の間の速さを持つ確率は

$$P(v) = 2ve^{-v^2}$$

となり⁴⁾、この関係を図示すると、図17のようになる(マクスウェルの速度分布)。曲線の下面積は1であるから、 λ_i の決め方と同様にして、 v_1, v_2, \dots, v_9 をきめておき、乱数を引いて速さ V_i (10段階と代表値) を求める。

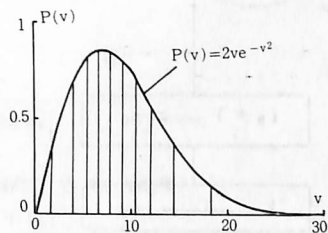


図17 マクスウェルの速度分布 (2次元, $V = 10$)

(3) 結果・検討

図14(a)にあたる拡散のシミュレーションの結果を、図20および図22に示す。

図20は、容器の左半分にある粒子数 N_L の全粒子数 N_0 に対する割合 N_L/N_0 が、時間とともにどのように変化していくかを、コンピュータにより出力したものである。上図が $N_0 = 200$ の場合、下図が $N_0 = 10$ の場合であり、粒子数の少ないときは左右の濃度の変動は大きい、粒子数が増大すると全体の濃度はほぼ一定になることを示している。

また、図22は、 $N_0 = 200$ の場合の拡散の様子を時間を追って出力したものであり、濃度が均等になっていく様子を動的には握ることができよう。

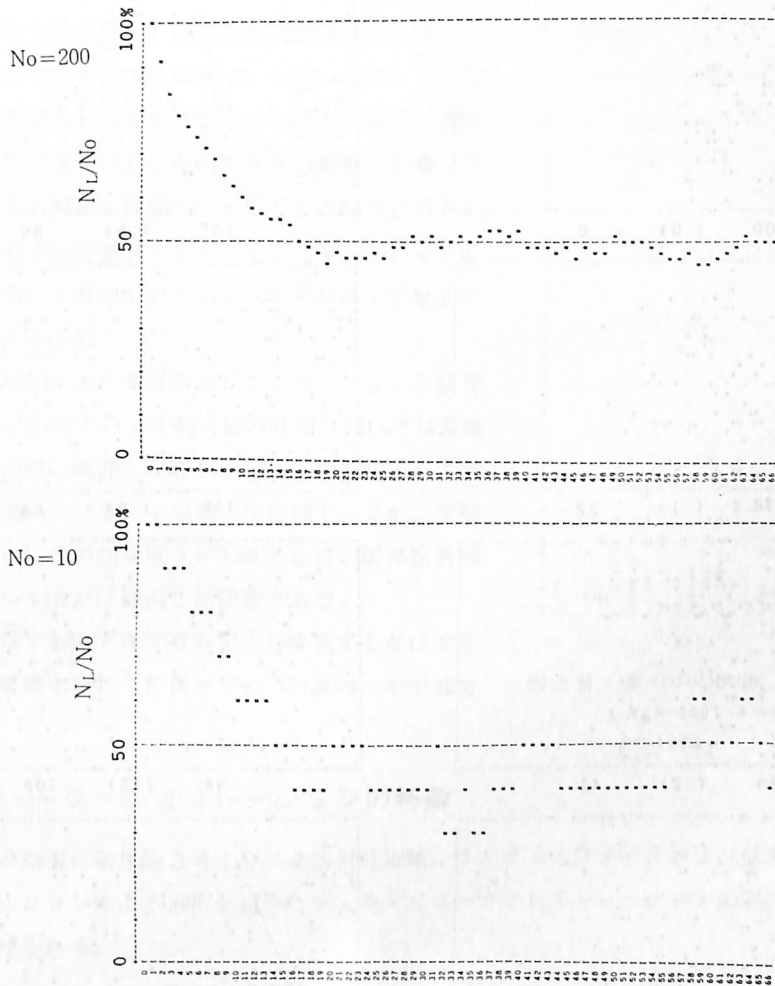


図20 拡散のシミュレーションの結果 (横軸：時間，縦軸：濃度)

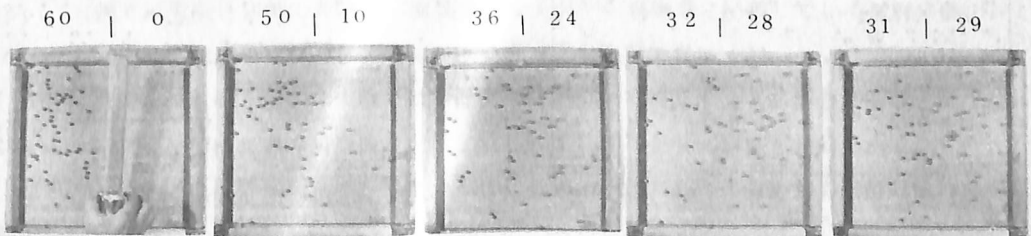


図21 拡散のモデル実験 ($N_0 = 60$, 0.25秒間隔で撮影) 斎藤進氏による⁷⁾

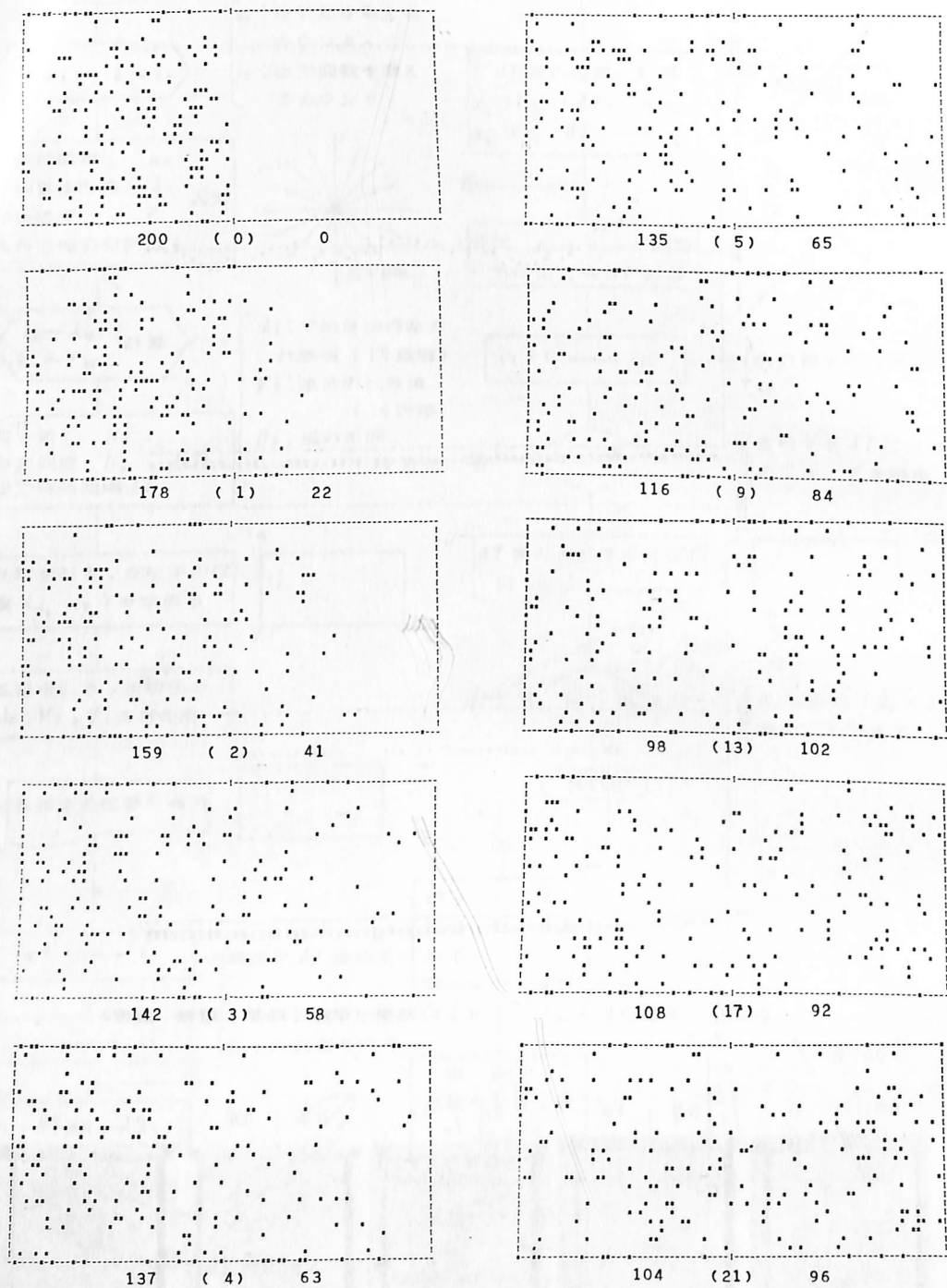


図22 拡散のシミュレーション ($N_0 = 200, \lambda = 1, V = 10$)
 左列上より下へ, 右列1番目まで時間間隔 $\Delta T = 0.04$, 右列上より下へ $\Delta T = 0.16$

なお、図21は、分子運動モデル実験機による鋼球の拡散の様子を示したものである。鋼球数 N_0 は60個であり、 N_1/N_0 の時間変化を示す図19は、シミュレーションにおける図20に相当するものである。このモデル実験は、鋼球数をあまり多くできないことと運動面との摩擦の影響、写真やVTRによる解析に時間がかかるなどの問題点がある。したがって、モデル実験とあわせて、シミュレーションによる結果も利用して考察を進めるようにすれば、効果的な学習が期待できると思う。

図23は、図14(b)にあたる拡散のシミュレーションの結果の1例である。各粒子は、最初容器の底部(図14では左端)全長の $1/20$ 以内の範囲に存在し、重力下で拡散するようにした。粒子数 $N_0=200$ 、平均自由行路 $\lambda=0.5$ 、平均速度 $V=10$ とし、重力加速度 $g=100$ とした。図は拡散開始より時間 $T=0.10$ だけ経過した状態である。

プログラムは、前のプログラムを少し変更するだけであるが、重力の影響をいれて位置を求める計算は、やや複雑になる。^{*10}

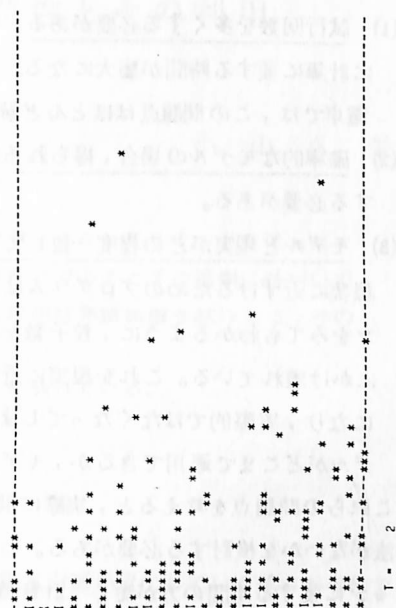


図23 重力下の拡散
($N_0=200$, $\lambda=0.5$, $V=10$,
 $g=100$)

6 コンピュータ・シミュレーションの特徴

確率的事象の指導に効果的と考えられる放射性崩壊、ランダム・ウォークおよび拡散の問題をとりあげてシミュレーションによる解析を試みたが、コンピュータ・シミュレーションの利点、問題点として次の諸点があげられる。⁸⁾

(a) 利点

- (1) 試行錯誤が容易である。結果を計算機が自動的に出力するので、入力データを変更するだけで簡単にやり直しができる。
- (2) モデルの修正が容易である。モデルの変更は、プログラムの一部を手直しするだけでよい場合が多い。(例えば放射性崩壊において、崩壊した粒子が別の崩壊率で崩壊していく放射平衡のシミュレーションや拡散のシミュレーションにおける重力下の拡散など)
- (3) 実験に再現性がある。実際の実験では、測定のために全く同じデータが得られることは少ないが、シミュレーションでは乱数の初期値と定数を同じにすれば、必ず同じ結果が得られる。
- (4) 理想的な状態での実験が行える。摩擦や抵抗など実験誤差の原因となるものを取り除いた場合の結果が得られる。

*10 拡散のシミュレーションは小型電子計算機FACOM-Mate II(32ビット)を用いて行った。

プログラム電卓を用いてこのように複雑なシミュレーションを行うには、電卓の記憶容量に応じてモデルの単純化が必要である。その1例としては、文献1)参照。

(b) 問題点

- (1) 試行回数を多くする必要がある。このことは、確率的事象を扱うのでやむを得ないが、そのために計算に要する時間が膨大になる。したがって、高速の計算機が必要になるが、最新のプログラム電卓では、この問題点はほとんど解決され、教室内の計算機実験も可能になっている。
- (2) 確率的なモデルの場合、得られる結果も確率的である。したがって、結果を統計的に分析・評価する必要がある。

- (3) モデルと現実がどの程度一致しているかの検証がむずかしい。対象が複雑になるほど、モデルを現実に近づけるためのプログラムは大きくなり、大型計算機が必要になる。拡散のシミュレーションをみてもわかるように、粒子数をはじめ、粒子の平均自由行路と速度との関係も、実際とは極端にかけ離れている。これを現実に近づけようとすると、大容量の計算機と膨大な時間を要することになり、実際ではなくになってしまう。したがって、シミュレーションについては、単純化したモデルがどこまで適用できるか、モデルの限界に注意して結果を解釈することが大事である。

これらの問題点を考えると、実際に問題を解く場合、シミュレーションによる方法以外により適切な方法がないかを検討する必要がある。しかし、理論的な方法を見出すに要する時間よりも、シミュレーションに要する時間の方が短く、計算機で直ちに結果が得られる場合が多い。このことは、必ずしも面倒な数学的知識がなくても問題を解決できるということであり、シミュレーションが数学や理科の教育に大きな役割を果たす可能性を秘めていることを意味すると思う。

7 おわりに

以上、確率的事象に関するいくつかの例をあげ、コンピュータ・シミュレーションの利用について考察した。出力例もあげて示したように、最近のプログラム電卓の性能は著しく向上しており、パーソナル・コンピュータとして用途はきわめて広い。各高等学校には、数台のプログラム電卓のほか、工業高校、商業高校ではミニコンも導入されており、計算機を用いた学習を実施できる環境は一応整っていると思う。この報告が、計算機を利用した理科教育の参考になれば幸いである。

文献

- 1) 下村忠行： α 線散乱の実験に関する研究(その3)，研究集録第7集理科研究編(2)，新潟県立教育センター(1974) 1-10
- 2) 脇本和晶：乱数の知識，森北出版(1970) 24-35
- 3) PSSC Film: Random Events
- 4) B. H. Flowers, E. Mendoza：物質の性質I，共立出版(1974)
- 5) 下村忠行：運動論から見た熱教材の検討(その2)，研究集録第1集理科研究編(2)，新潟県立教育センター(1968)
- 6) F. Reif：Statistical Physics, Berkeley physics course vol 5, McGraw-hill(1967)
- 7) 斎藤 進：気体分子運動のモデル実験とその検討，研究集録第4集理科研究編(2)，新潟県立教育センター(1971)
- 8) 三浦大亮：シミュレーション入門，オーム社(1970)