

算数・数学科における学業成績の
劣る子どもの思考とその指導

[2]

— 小学校高学年の文章題の解決について —

目 次

まえがき

はじめに	1
I 研究の目的	1
II 研究の内容と方法	2
1 研究の内容と方法の概要	2
(1) 研究の焦点について	2
(2) 研究のしくみ	2
① ペーパー・テストによる調査	2
② 個人面接による調査	2
2 ペーパー・テストによる調査	3
(1) 調査対象児童	3
(2) 調査問題	3
(3) 調査の方法	5
3 個人面接による調査	5
(1) 調査対象児童	5
(2) 調査問題	8
(3) 調査の方法	9
① 調査の日程	9
② 調査の要領	9
III 研究の結果とその考察	11
1 ペーパー・テストによる調査	11
(1) 下位群・中位群・上位群ごと，問題ごとの正答率	11
(2) 下位群の問題ごとの正誤	11
(3) 問題ごとの分析	13
① 問1について	13
② 問2について	14
③ 問3について	16
④ 問4について	16
⑤ 問5について	17
⑥ 問6について	18
⑦ 問7について	19
⑧ 問8について	20

⑨ 問9について	2 1
⑩ 問10について	2 2
⑪ 問11について	2 3
⑫ 問12について	2 3
(4) ペーパー・テストによる調査のまとめ	2 4
2 個人面接による調査	2 4
(1) 調査を実施した期日	2 4
(2) 調査の事例と調査結果の一覧表	2 5
(3) 調査にあらわれた傾向とその考察	3 4
① 数量間の関係の把握	3 4
② 問題解決における類推	4 2
③ 問題に対する構え方	4 8
④ 思考の連続と転換	5 2
IV 研究のまとめ	5 5
おわりに	5 9
参考文献	5 9

は　じ　め　に

「算数・数学科における学業成績の劣る子どもの思考とその指導」の研究は、当教育研究所の「学力向上のための学習指導改善に関する共同研究」の一研究として昭和39年度から開始された。

昭和39年度には、「中学生の図形の論証」について研究することにし、中学校2年程度の図形の論証を教材にして、中学校3年生の数学の成績の劣る子どもを研究の対象とし、主として事例研究の方法によって、研究を進めた。そして、研究の結果、学業成績の劣る子どもの思考の特徴や、学業成績の劣る子どもに対する学習指導の要点について、かなりの成果を得ることができた。研究の結果は、当教育研究所の研究紀要第51集に「算数・数学科における学業成績の劣る子どもの思考とその指導〔1〕——中学生の図形の論証について——」としてまとめられている。

「算数・数学科における学業成績の劣る子どもの思考とその指導」の研究の第2年度である昭和40年度の研究は、昭和39年度の研究の目的と方法と成果を受けつぎながら、「小学校高学年の文章題の解決」について行なうことにした。文章題とは、文章で書かれた問題で、問題に含まれている数量の組み立てを考えて数学の方法で解く問題である。この研究で、小学校高学年の文章題をとりあげた理由は、一般に、算数の学業成績の劣る子どもにとって、文章題の解決は困難な内容であり、その困難さは、小学校においては学年の進むにつれて大きくなっているからである。

I 研究の目的

算数・数学科においては、他の多くの教科よりも、子どもの能力差が大きく、それが学習指導上の大きな問題点となっている。とくに、学業成績の劣る子どもの指導については、じゅうぶんな方法がとられることが少なく、日常の学習指導では、これらの子どもは置き去りにされ、学習指導のわくの外にはみ出していることも多いように思われる。このようなことは、学校教育の使命からみて放置できないことである。能力のすぐれた子どもも、ふつうの子どもも、劣る子どもも、それぞれの能力が最大限に伸ばされるような指導がなされなければならない。しかしながら、一斉学習を主にした学習指導では、ひとりひとりの能力に応じることは容易ではない。そこで、ひとりひとりの子どもの能力に応じた学習指導の方法がくふうされている。個別指導の時間を多くすること、能力別グループ指導をすること、プログラム学習方式による指導、能力別学級編成による指導などがそれである。

これらの指導方法が、より効果的であるためには、子どもの能力の様態や学習指導が効果的であるための原則が明らかにされなければならない。この研究は、上に述べたような点を、「小学校高学年の」「算数の学業成績の劣る子どもの」「文章題の解決」について追究しようとした。すなわち、

- 算数科の学業成績の劣る子どもの文章題を解くにあたっての思考の特徴
- 算数科の学業成績の劣る子どもに文章題の解き方を指導するときの指導の要点を調べるのがこの研究の目的である。

Ⅱ 研究の内容と方法

1 研究の内容と方法の概要

(1) 研究の焦点について

Iにおいて、この研究の範囲を、「小学校高学年の」「算数の学業成績の劣る子どもの」「文章題の解決」と書いた。ここでは、さらに研究の焦点を具体的に述べる。

まず、「小学校高学年」についてであるが、この研究では、小学校の高学年全体について行なうのではなく、第6学年児童だけについて行なう。

次に、「算数の学業成績の劣る子ども」とは、児童指導要録の算数の評定が1または2の子どものことをさすことにする。

次に、「文章題の解決」では、文を読むこと、計算することなどの多様な能力が要求される。これらのすべてにわたって、子どもの思考の特徴をみようとすることは困難でもあり、また、研究の焦点化をさまたげるとも考えたので、この研究では、文章題の解決にとって最も中核的な意味をもつと考えられる「数量間の関係の把握」を中心に考察することにした。

文章題を解く最初の段階は、ふつう「問題場面の把握」とよばれている。「何についての問題であるか」「何を求めているか」「何がわかっているか」について把握するのが、この段階のはたらきである。

次の段階は「数量間の関係の把握」とよばれている。「わかっている数量」と「求めている数量」の関係把握し、算法を決定することが、この段階のはたらきである。

「数量間の関係の把握」につづく段階は、「立式と計算」の段階である。

しかし、「数量間の関係の把握」という段階と、その前後の段階を、きちんと区別することは容易ではない。前の段階の「何がわかっているか」「何を求めているか」をつかむことと、それらの関係をつかむことは、切り離すことのできないはたらきとみることもできる。また、「算法を決定する」とことと「立式する」ことをどう区切るかもむずかしい問題である。

だから、「数量間の関係の把握」を中心にして研究するといっても、それに関連することがらには、どうしても考察していかなければならない。だから、「数量間の関係の把握」は、あくまで考察の中心であって、それだけに限定して研究を進めるわけではない。

(2) 研究のしくみ

① ペーパー・テストによる調査

第4学年または第5学年で指導する程度の記事題を12題選び、その文章題をA小学校の6年生にペーパー・テストとして与えて解かせる。その結果について、算数の学業成績の劣る子どもと算数の学業成績のふつうの子どもの正答率のちがい、解き方のちがい、つまりきやすい点などを比べる。

② 個人面接による調査

①のペーパー・テストの結果から、子どもの思考の特徴などをみるのに都合だと考えられる文章題を2題選ぶ。

B小学校の6年生の中から、算数の学業成績の劣る子どもを18人、算数の学業成績のふつうの子どもを18人選ぶ。

これらの子どもに、上の2題の文章題を個別に与え、その解決過程を観察する。解決の困難な場合は、適当な助力を与える。これらの過程を記録し、算数の学業成績の劣る子どもと算数の学業成績のふつうの子どもとを比べながら、前者の思考の特徴や指導の要点をさぐる。

2 ペーパー・テストによる調査

(1) 調査対象児童

新潟市内のA小学校の第6学年1・2・3組児童合計132人に対してペーパー・テストを実施し、そのうち、算数の学業成績の劣る子ども——以後、**下位群**とよぶ——40人、算数の学業成績のふつうの子ども——以後、**中位群**とよぶ——48人について調査した。

なお、下位群は、児童指導要録の評定が1または2の子どもをいい、中位群とは、評定が3の子どもをいう。

(2) 調査問題

調査問題を選ぶにあたって留意したおもな点は次のとおりである。

A 研究の対象とする子どもが算数の学業成績の劣る子どもであるので、調査当時の第6学年1学期末程度の問題よりもかなりやさしい問題であること。

I 子どもが文章題を解くとき、問題の文が読めなかったり、計算をまちがえたりすると、子どもの考えるようすがよくみえなくなるので、問題の語句や文がやさしく、解決するために用いる計算もやさしいこと。

ウ 問題の素材が子どもにわかりやすいこと。

E 特殊な考え方を用いなければならぬような問題でないこと。

O いろいろな考え方・解き方のある問題であること。

カ 調査対象児童が使っている教科書に同じ問題がないこと。

このような点を考えに入れながら、各教科書にのっている問題を調べて、そこから選んだり、類似の問題を作ったりした。

できあがった調査問題は、次の12問である。各問題の末尾に書いた教科書名は、その問題をその教科書から選んだり、その教科書にのっている問題の類題を作ったりしたことを示している。

なお、各問題に対して、子どもには、式と答えを書かせるようにした。

問1 こうどうに、4人がけのこしかけが23ずつ6れつにならんでいます。このこうどうに、600人はいることになりました。すわれない人は何人でしょうか。

(東書 新しい算数 4年上)

問2 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

(東書 新しい算数 4年下)

問3 80mはなれて2本のまつの木があります。この2本のまつの木の間へ4mおきにさくらの木をうえようと思います。さくらの木が何本いるでしょうか。

(学図 小学校算数 4年上)

問4 はる子さんは、おはじきを54個、妹は32個もっています。はる子さんが妹に何個あげたら、2人のおはじきが同じになるでしょうか。

(学図 小学校算数 4年上)

問5 ことしの1月1日は金요일でした。らい年の1月1日は何요일でしょうか。ことしの日数は365日です。

(東書 新しい算数 5年下)

問6 まさおさんの学級の生とは42人います。おじいさん・おばあさんのいる人をしらべたら、つぎのとおりでした。

おじいさんがいる ----- 10人

おばあさんがいる ----- 17人

おじいさんもおばあさんもない ----- 19人

おじいさんもおばあさんもいる人は何人でしょうか。

(学図 小学校算数 5年上)

問7 いま、弟は9才で、母は35才です。何年たつと、母の年が弟の年の3倍になるでしょうか。

(大書 小学算数 5年上)

問8 A, B, Cの3人が旅行に行き、Aは2000円、Bは1200円、Cは1000円を出しました。

旅行から帰って、3人は出したお金が同じになるようにしようとしています。どのようにやりとりすればいいでしょうか。

(学図 小学校算数 5年上)

問9 りんと4個と、なつみかん2個を買って、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

(教出 標準算数 5年上)

問10 ある工員の日給は850円で、夜業をすると、日給のほかに180円もらえます。この工員が15日はたらいで、合計14370円もらいました。夜業したのは何日でしょうか。

(学図 小学校算数 6年下)

問11 200mのトラックを、AとBが同じ場所から同時に出発して走りました。

出発してから5分たって、Bがちょうど9回まわったとき、Aにはじめて追いぬかれました。

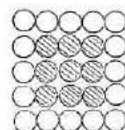
AとBの分速は、それぞれ何mでしょうか。

(東書 新しい算数 5年下)

問12 黒いご石を正方形にならべ、そのまわりを、図のように白いご石でかこみます。

白いご石52個で、黒いご石を何個かこむことができるでしょうか。

(学図 小学校算数 5年下)



(3) 調査の方法

ペーパー・テストによる調査は、次のように6回に分けて実施した。

(回)	(日	時	(問 題)
第1回	7月7日(水)	11時15分～11時45分(30分間)	問1 問2
第2回	"	11時50分～12時15分(25分間)	問3 問4
第3回	"	14時35分～15時00分(25分間)	問5 問6
第4回	7月8日(木)	11時15分～11時40分(25分間)	問7 問8
第5回	"	11時45分～12時10分(25分間)	問9 問10
第6回	"	13時20分～13時45分(25分間)	問11 問12

この時程のうち、第1回だけを30分にしたのは、テストの要領等の説明に多くの時間がかかると考えたからである。

なお、これらのテスト時間の運営については、時間不足による無答が多くあらわれないようにするために、延長してもよいことを、テスト実施者(研究所員)間で打ち合わせておいたが、これらの時間でじゅうぶんであった。

3 個人面接による調査

(1) 調査対象児童

新潟市内のB小学校の第6学年1・2・3組(以後、それぞれ C_1 、 C_2 、 C_3 と略記することがある)の児童の中から、下位群(P.2参照)に属する子どもおよび中位群(P.2参照)に属する子どもをそれぞれ18名選び、この36名を調査対象児童とした。

調査対象児童を選出するにあたっての方針は次のとおりである。

- ア 選ばれる18人によってつくられる集団が、下位群または中位群を代表する集団であること。
- イ C_1 、 C_2 、 C_3 について、それぞれ下位群から6名、中位群から6名選び、選ばれた6名によってつくられる集団がなるべく等質になるようにする。
- ウ 下位群から選ばれる子どもも、中位群から選ばれる子どもも、男女の数がなるべく同じになるようにする。
- エ 下位群から選ばれる子どもは、次の条件にあてはまる者であることを原則(注1)とする。
 - 算数標準学力テストの偏差値(注2)が49以下であること。
 - 知能偏差値(注3)が49以下であること。
- オ 中位群から選ばれる子どもは、次の条件にあてはまる者であることを原則(注1)とする。
 - 算数標準学力テストの偏差値(注2)が50以上であること。
 - 知能偏差値(注3)が50以上であること。

(注1) 条件にあてはまる児童を得にくいときは、算数標準学力テストの偏差値を重視する。

(注2) 昭和40年3月4日に、学級担任によって実施された「教研式学力検査(算数)」の結果を用いた。

(注3) 昭和40年5月10日に、学級担任によって実施された「新制教研式学年別知能検査」

の結果を用いた。

以上に述べた方針によって調査対象児童を選んだ。(表1)は、調査対象児童の番号・性別・算数の
 評定(第5学年末)・算数標準学力テストの偏差値・知能偏差値を示している。

(表1) 調 査 対 象 児 童

	児童 の 番 号	性 別	算 数 の 評 定	算 数 学 力 偏 差 値	知 能 偏 差 値	児童 の 番 号	性 別	算 数 の 評 定	算 数 学 力 偏 差 値	知 能 偏 差 値	児童 の 番 号	性 別	算 数 の 評 定	算 数 学 力 偏 差 値	知 能 偏 差 値
	C ₁					C ₂					C ₃				
下 位 群	P ₁₁	女	2	42	46	P ₂₁	女	2	44	46	P ₃₁	女	2	42	43
	P ₁₂	男	2	41	29	P ₂₂	男	2	38	50	P ₃₂	男	2	40	48
	P ₁₃	男	2	40	43	P ₂₃	男	2	40	48	P ₃₃	男	2	38	52
	P ₁₄	男	1	43	37	P ₂₄	男	2	38	50	P ₃₄	男	2	38	45
	P ₁₅	女	1	42	47	P ₂₅	男	1	35	46	P ₃₅	男	2	38	41
	P ₁₆	男	1	36	38	P ₂₆	女	1	33	38	P ₃₆	女	1	32	41
中 位 群	\bar{P}_{11}	女	3	58	53	\bar{P}_{21}	女	3	57	53	\bar{P}_{31}	女	3	55	50
	\bar{P}_{12}	女	3	57	55	\bar{P}_{22}	女	3	55	58	\bar{P}_{32}	女	3	55	48
	\bar{P}_{13}	男	3	53	54	\bar{P}_{23}	男	3	55	51	\bar{P}_{33}	男	3	53	52
	\bar{P}_{14}	男	3	53	48	\bar{P}_{24}	女	3	55	51	\bar{P}_{34}	女	3	51	53
	\bar{P}_{15}	女	3	53	45	\bar{P}_{25}	男	3	53	50	\bar{P}_{35}	男	3	50	61
	\bar{P}_{16}	男	3	50	47	\bar{P}_{26}	男	3	52	55	\bar{P}_{36}	男	3	50	53

○ P₁₁は、下位群のC₁の1番であることを示す。

\bar{P}_{35} は、中位群のC₃の5番であることを示す。

次に、調査対象児童が、下位群・中位群の中でどのような位置にあるかを、算数学力偏差値について示すと、(表2)のようになる。

(表 2) 中位群・下位群の算数学力偏差値

偏差値	C ₁		C ₂		C ₃	
	中位群	下位群	中位群	下位群	中位群	下位群
64	○				○	
63	○○					
62	○					
61						
60			○○			
59		○				
58	●○○○			○		
57	●		●			
56						
55			●●●○○	○	●●	
54		○			○○	
53	●●●		●		●	
52			●			
51					●	○
50	●	○		○	●●○	
49					○	
48						
47					○○	
46		○	○			
45	○○					
44		○		●		
43	○	●		○		
42		●●			○○○	●○
41		●				
40		●		●○○		●
39						
38				●●		●●●
37						
36		●				
35				●○		○
34						
33				●○		○
32						●
31						
30						
29						○

○ ● は調査対象児童，○は調査対象でない児童を示す。

[2] 調査問題

ペーパー・テストによる調査で、問 1 から問 12 までの問題を子どもにテストしてみると、これらの問題のうちのどの問題が、子どもの思考の様態をみるのに適当な問題であるかがわかってくる。そこで、ペーパー・テストによる調査で用いた問題のうち、個人面接による調査に用いる問題として最も適当であると考えられる問題を 2 問選び、これを調査問題とした。これらの問題を Q_1 および Q_3 とよぶ。

次に、 Q_1 および Q_3 の類似問題を 1 問ずつ作り、これも調査問題とした。これらの問題を Q_2 および Q_4 とよぶ。 $Q_2 \cdot Q_4$ は、個人面接による調査において、子どもに $Q_1 \cdot Q_3$ を解かせるための手助けの問題として用いたり、 $Q_1 \cdot Q_3$ を解いた考え方が適用されるかどうかをみる問題として用いたりした。だから、 $Q_2 \cdot Q_4$ を、それぞれ $Q_1 \cdot Q_3$ の補助問題とみることができる。

さて、 Q_1 および Q_3 は、ペーパー・テストの問 2 および問 9 である。これらの問題を個人面接による調査問題に選んだ理由は、後にくわしく述べるが、およそ次のとおりである。

ア 問題がむずかしすぎたり、やさしすぎたりすると、子どもが問題を解くようすを把握しにくいから、やさしすぎる問題や、むずかしすぎる問題をさけることにした。

イ 問 1 から問 12 までの問題の下位群・中位群の正答率の差をみると、有意な差のある問題と、有意な差のない問題がある。個人面接による調査では、正答率の差のある問題を選ぶことにした。その理由は、下位群の子どもにとってむずかしいことが、なぜ中位群の子どもにとってむずかしくないのかを追究することによって、下位群の子どもの思考の特徴をみつけることができるであろうと考えたからである。

ウ いろいろな考え方・解き方のある問題のほうが子どもの思考の様態をさぐるのに適していると考えられるので、そのような問題を選ぶことにした。

エ 問題の文がむずかしくないこと、むずかしい計算を使わないで解けることなども選択の条件にした。その理由は、すでに述べたとおりである。

$Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_4$ は、次の問題である。

Q_1 1800 円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より 500 円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。……ペーパー・テストの問 2

Q_2 100 円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より 10 円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

Q_3 りんご 4 個と、なつみかん 2 個を買うと、合計 120 円です。なつみかん 1 個のねだんは、りんご 1 個のねだんの 2 倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ 1 個のねだんはいくらですか。

……ペーパー・テストの問 9

Q_4 あるてんらん会の入場料は、おとなが子どもの 3 倍です。おとな 2 人と子ども 3 人の入場料の合計が 180 円でした。おとな 1 人と、子ども 1 人の入場料は、それぞれいくらですか。

(3) 調査の方法

① 調査の日程

個人面接による調査は、次のように2回に分けて行なった。

- 第1次 $Q_1 \cdot Q_2$ について調査した。40年9月上旬から10月上旬までに実施した。
- 第2次 $Q_3 \cdot Q_4$ について調査した。40年10月中旬から11月下旬までに実施した。

② 調査の要領

- a 調査対象児童に問題を与え、それを解かせる。
- b 子どもが、問題の解決に行きづまったり、まちがった解き方をしているときなどに、適当な助力を与える。

この適当なということばは、ひかえめなと置きかえるべきかもしれない。その理由は、この調査では、子どもの考え方をみるのがねらいであるので、なるべく助力を少なくして、子どもに考えさせる場面を多くしようとしたからである。

- c bで述べた助力は、学級ごとに変えた。

第1次調査では、

C_1 の子どもには、コトバだけで助力を与える。

C_2 の子どもには、問題内容や解き方を表わす図を示しながら、コトバによる助力を与える。

C_3 の子どもには、コトバによる助力のほか、おはじきを与えて、それを操作しながら考えさせるようにする。

第2次調査では、

C_1 の子どもには、コトバによる助力のほか、おはじきを与えて、それを操作しながら考えさせるようにする。

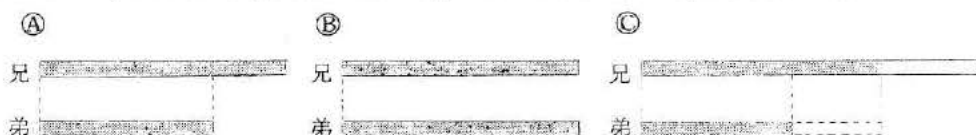
C_2 の子どもには、問題内容や解き方を表わす図を示しながら、コトバによる助力を与える。

C_3 の子どもには、コトバだけで助力を与える。

- d C_2 の子どもに示した図は、(図1) および (図2) のような図である。

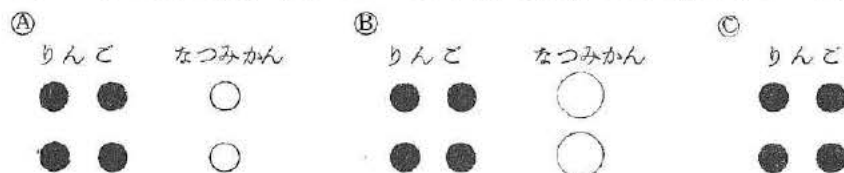
第1次調査では、 Q_1 についての図を用いた。

(図1) Q_1 の解決の助力に用いた図 (A, B, C)をそれぞれ1枚の紙にかいた)



第2次調査では、 Q_3 についての図を用いた。

(図2) Q_3 の解決の助力に用いた図 (A, B, C)をそれぞれ1枚の紙にかいた)



- e 調査の過程は、次の方法によって記録する。
- o 調査担当者が調査しながら記録する。
 - o テープ・レコーダーによって記録する。
 - o 調査対象児童がテスト用紙に書いた式・計算・答えなど。
- f 調査の方法の概要を表にすると、(表3)のようになる。

(表3) 個人面接による調査

学 級	第 1 次			第 2 次		
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₁	C ₂	C ₃
調査対象	P ₁₁ ~ P ₁₆	P ₂₁ ~ P ₂₆	P ₃₁ ~ P ₃₆	P ₁₁ ~ P ₁₆	P ₂₁ ~ P ₂₆	P ₃₁ ~ P ₃₆
児 童	$\overline{P}_{11} \sim \overline{P}_{16}$	$\overline{P}_{21} \sim \overline{P}_{26}$	$\overline{P}_{31} \sim \overline{P}_{36}$	$\overline{P}_{11} \sim \overline{P}_{16}$	$\overline{P}_{21} \sim \overline{P}_{26}$	$\overline{P}_{31} \sim \overline{P}_{36}$
問 題	Q ₁ Q ₂	Q ₁ Q ₂	Q ₁ Q ₂	Q ₃ Q ₄	Q ₃ Q ₄	Q ₃ Q ₄
指導方法	コトバ	コトバ と 図	コトバと 具体物	コトバと 具体物	コトバ と 図	コトバ

Ⅲ 研究の結果とその考察

1 ペーパー・テストによる調査

(1) 下位群・中位群・上位群ごと、問題ごとの正答率

ペーパー・テストの問1から問12までについての正答率は(表4)のとおりである。正答・誤答の判定は、「答え」だけによって行なった。

なお、上位群は、児童指導要録の算数の評定が5または4の子どもである。

(表4) ペーパー・テストの正答率

問 題	全 体 の 正 答 率	下 位 群 の 正 答 率	下 位 群 と 中 位 群 の 差	中 位 群 の 正 答 率	中 位 群 と 上 位 群 の 差	上 位 群 の 正 答 率
問 1	72	38	※※	81		93
問 2	62	30	※※	69		84
問 3	35	13	※	33	※	57
問 4	89	70	※※	94		100
問 5	77	75		75		80
問 6	64	45	※	71		75
問 7	57	40		48	※※	82
問 8	19	3	※	19		34
問 9	55	35	※	56		73
問 10	63	20	※※	71	※※	93
問 11	10	3		4	※※	23
問 12	11	5		2	※※	25

○ 調査人員は132人で、そのうち、
下位群………40人
中位群………48人
上位群………44人
である。

○ 表中の※および※※は次のことを示す。

※………危険率5%で差が認められる。

※※……危険率1%で差が認められる。

この表によって明らかになったことのうち、下位群に関するものとしては、次のようなことがあげられる。

ア 下位群の子どもは、12問のうち10問について正答率が50%未満である。とくに、問3、問8、問10、問11、問12の正答率は30%未満である。

イ 問5、問7、問11、問12の正答率は、危険率5%で中位群との差が認められない。

ウ 問4、問5は、かなりやさしい問題である。

以上のことから、個人面接による調査に用いる問題は、問1、問2、問6、問9の中から選ぶことにした。

(2) 下位群の問題ごとの正誤

(表5)は、下位群の子どもの問題ごとの正誤のようすを表わしたものである。

問6、問1、問9、問2などの正答者は、必ずしも正答数の多い子どもではないことがわかる。

(表 5) 下位群の問題ごとの正答者

a.....児童

b.....問題

a b	b												正 答 数
	問 5	問 4	問 6	問 7	問 1	問 9	問 2	問 10	問 3	問 12	問 8	問 11	
ア	○	○	○	○	○	○	○	○			○		9
イ	○	○	○	○	○	○	○	○					8
ウ	○	○	○	○	○	○			○				7
エ	○	○	○	○	○	○			○				7
オ	○	○	○	○	○		○	○	○				7
カ	○	○	○	○	○		○	○	○				7
キ	○		○	○	○	○	○	○	○				7
ク		○	○		○	○	○	○		○			7
ケ	○	○	○	○	○	○		○					6
コ	○	○	○	○			○		○				6
サ	○	○	○	○	○	○							5
シ	○	○		○	○	○		○					5
ス	○	○		○	○		○						5
セ	○	○		○	○	○	○	○					5
ソ	○	○			○	○	○	○					5
タ	○	○		○	○	○							4
チ	○	○			○	○	○						4
ツ		○	○	○	○	○							4
テ		○			○		○	○					4
ト	○	○	○										3
ナ	○	○					○						3
ニ	○	○									○		3
ヌ	○		○			○							3
ネ	○	○	○						○				3
ノ	○	○											2
ハ	○	○											2
ヒ	○		○										2
フ	○			○									2
ヘ	○				○								2
ホ	○					○							2
マ	○									○			2
ミ		○	○										2
ム		○	○										2
メ	○												1
モ	○												1
ヤ	○												1
ユ		○											1
ヨ		○											1
ラ													0
リ													0
正 答 数	30	28	18	16	15	14	12	8	5	2	1	1	

(3) 問題ごとの分析

次に、各問題についての子どもの応答によって、主として数量間の関係の把握のようすを分析し、把握のようすについて、下位群と中位群を比べてみることにする。

この分析は、子どもが書いた式を手がかりに行なうのであるから、数量間の関係の把握のようすを、ごくおおまかにとらえることしかできないであろう。くわしい分析は、「個人面接による調査」の結果を分析するときに行なうことになるのである。

① 問1について

正答率 下位群 38% 中位群 81%

問1 こうどうに、4人がけのこしかけが23ずつ6れつならんでいます。このこうどうに、600人はいることになりました。すわれない人は何人でしょうか。

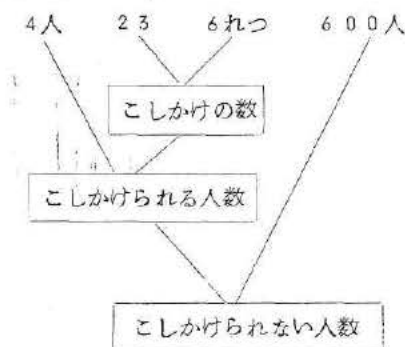
この問題の「わかっている数量」は、

- 4人……1つのこしかけにかけられる人数
- 23……ならんでいるこしかけの数
- 6れつ……こしかけの列
- 600人……こうどうにはいる人数

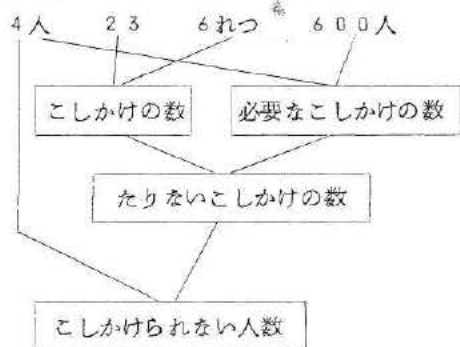
である。

これらの「わかっている数量」と、求める数量との関係は、(図3) (図4) のようになる。

(図3)



(図4)



上の図で、「こしかけの数」「こしかけられる人数」「必要なこしかけの数」「たりないこしかけの数」は、この問題の「かくれた数量」である。

子どもが、上の図に示したどちらの数量間の関係を把握したかをさぐる手がかりの1つは、「必要なこしかけの数」を求める $600 \div 4$ の演算をしているかどうかであるが、この手がかりによってみると、(図4)の把握をしたと考えられる子どもは、中位群に1人ただけであった。

そこで、(図3)にそって、数量間の関係の把握のようすを、

- ⑦ 「こしかけの数」を求めようとしているか。
- ⑧ 「こしかけられる人数」を求めようとしているか。

⑦ 「こしかけられない人数」を求めようとしているか。

の3つの層について調べてみると、その結果は次のとおりであった。

⑦について……………下位群25人(63%) 中位群46人(96%)

④について……………下位群23人(58%) 中位群45人(96%) ※ ※ 総数47人

②について……………下位群18人(45%) 中位群43人(90%)

この結果によると、この問題の数量間の関係の把握のし方について、下位群と中位群の間には、⑦、④、②のすべての層において1%の危険率で差があるといえることがわかった。⑦、④、②の中では、②が最も総合的な把握のし方であり、⑦が最も部分的な把握のし方であるが、下位群は、数量間の関係の部分的な把握についても、総合的な把握についても、中位群より劣っているのである。

② 問2について 正答率 下位群30% 中位群69%

問2 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

この問題は、「差をつけて分ける問題」などと呼ばれている問題に属する問題である。

この問題のおもな考え方・解き方としては、次の3つがある。

⑦ 兄のほうに多くやる500円をのけておいて、残りを同じように分け、そのあとで、のけておいた500円を兄にやる。

④ 全体の金額をもう500円ふやせば、弟にも兄と同じ金額をやるができる、と考え、1800円に500円をたしたものを2等分して兄のぶんを求め、次に弟のぶんを求める。

② はじめに1800円を兄と弟に等分しておいて、次に弟から兄にいくら(差の半分)をやると、兄と弟の差が500円になる。

これらの考え方・解き方のうち、教科書などに最も多くとりあげられている方法は⑦の方法である。調査対象校で使用している教科書でも⑦の解き方をとりあげており、子どもは、この考え方・解き方を学習している。

この考え方・解き方が多くとりあげられる理由の1つは、この考え方がすっきりしていて、演算も容易なことである。次に、この考え方・解き方は、たとえば、「1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟の3倍より200円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか」という問題の考え方・解き方に容易に結びつくからである。

④の考え方・解き方についても上に述べたこととやや同じことがいえるが、「もう500円ふやせば」という「もし何々ならば」の考え方を必要とするため、⑦に比べてややむずかしいといえよう。

さて、調査対象児童が用いようとした解き方を調べると、次のとおりであった。

⑦ 1800円から500円をひいてから、残りを2等分して弟のぶんを求め、次に兄のぶんを求める。(上の⑦と同じ)

下位群14人(35%) 中位群34人(71%)

④ 1800円に500円をたしてから、それを2等分して兄のぶんを求め、次に弟のぶんを求める。

(上の㉑と同じ)

下位群 0人(0%) 中位群 0人(0%)

㉑ はじめに1800円を兄と弟に等分しておいて、次に弟から兄に250円(差の半分)をやる。

(上の㉑と同じ)

下位群 3人(8%) 中位群 0人(0%)

㉒ はじめに1800円を兄と弟に等分しておいて、次に弟から兄に500円をやる。(㉑の解き方に似ているが、誤った解き方)

下位群 11人(28%) 中位群 9人(19%)

㉓ その他の誤った解き方および無答

下位群 12人(30%) 中位群 5人(10%)

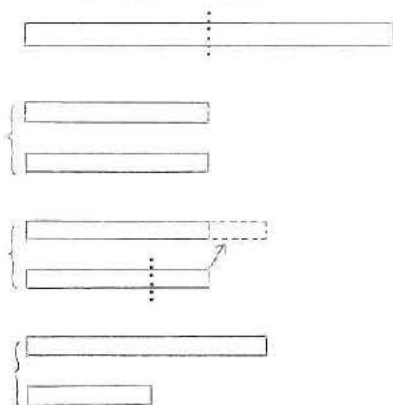
このように、㉑の解き方を用いようとした子どもが、下位群・中位群ともに最も多かったのであるが、このことから、㉑の解き方が、これらの子どもに合った解き方であるとは必ずしもいえない。さきにも述べたように、子どもは、この解き方で学習しているからである。

それよりも、「はじめに1800円を等分しておいて、次に弟から兄にいくらかをやる方法」(㉑と㉒)を用いようとしている子どもが合計23人(26%)もいることは、この類型の問題の指導にあたって留意しなければならない点であると考ええる。

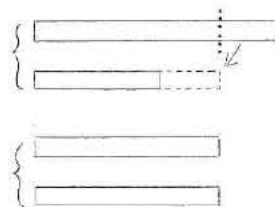
㉑の解き方は、㉒や㉓に比べると、まわりくどい、泥くさい解き方である。また、さきに述べた、「1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟の3倍より200円多くなるようにしたいと思います…」という類型の問題の解き方に発展させることも容易ではない。しかし、この解き方は、(図5)に示したように、たとえば、「兄は1150円、弟は650円もっています。兄から弟にいくらやったら、兄と弟のもっているお金が同じになるでしょうか」など「差をなくする問題」の解き方の逆思考を用いる解き方であって、両者は密接な関連をもっている。

(図5)

差をつけて分ける問題



差をなくする問題



「差をつけて分ける問題」と「差をなくする問題」とでは、「差をなくする問題」のほうを先に指導するのがふつうであるから、「差をつけて分ける問題」を指導するときには、㉑の解き方をとりあげて

「差をなくする問題」との関連をはかることがたいせつであると思う。

また、下位群のうちの11人(28%)と、中位群のうちの9人(19%)が、500円の差をつけるには、一方から他方へ500円やればよい、と考えている。このようなつまずきをなくするためにも②の解き方がたいせつな意味をもっている。

③ 問3について

正答率 下位群13% 中位群33%

問3 80mはなれて2本のまつの木があります。この2本のまつの木の間へ4mおきにさくらの木をうえようと思います。さくらの木が何本いるでしょうか。

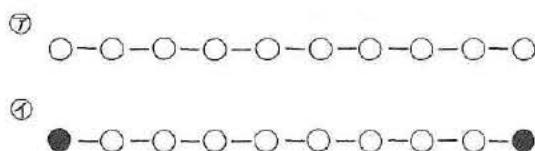
この問題は、植木算に属する問題である。

植木算には、植木算特有の「かくれた数

(図6) 植木算

量」がある。それは、

- ⑦ 端から端まで木を植える場合、木の間の数は木の数より1少ない。
- ④ 両端に木が植えてあって、その間に木を植える場合、間の木の数は、木の間の数より1少ない。



などである。……(図6)参照

問3は、④の類型に属する問題である。⑦と④は密接な関連をもっており、④を⑦の特殊な場合とみることでもできる。また、指導の順序としては、⑦→④の順にすることが、問題の構造を把握させるのによいと考えられる。

この問題の正答率は、下位群が13%、中位群が33%で、ともに低い正答率を示しているのであるが、子どもの応答を、「木の間の数と、さくらの木の数の関係」に気づいているかどうかという観点から分類すると、次のとおりであった。

- 木の間の数と、さくらの木の数の関係を正しく把握している者

下位群 5人(13%) 中位群16人(33%)

- 木の間の数と、さくらの木の数の関係の把握にだけつまずいていると思われる者

下位群18人(45%) 中位群20人(42%)

- その他の誤答($80 \div 4 \div 2 = 10$ $80 \div 4 \times 2 = 40$ など)

下位群17人(43%) 中位群10人(21%)

この結果をみると、「その他の誤答」を書いた子どもが下位群のうちの約半数もあり、これらの子どもは、問題場面の把握さえできないのだと思われた。

④ 問4について

正答率 下位群70% 中位群94%

問4 はる子さんは、おはじきを54個、妹は32個もっています。はるさんが妹に何個あげたら、2人のおはじきが同じになるでしょうか。

この問題は、問2のところで述べたように「差をなくする問題」である。

この問題の解き方として次の2つが考えられる。

- ㉑ はる子のもっているおはじきの数と、妹のもっているおはじきの数の差の二分の一を求める。

$$54 - 32 = 22 \quad 22 \div 2 = 11$$

- ㉒ はる子と妹のおはじきの数が等しくなったときと、現在との差を求める。

$$54 + 32 = 86 \quad 86 \div 2 = 43 \quad 54 - 43 = 11 \quad (43 - 32 = 11)$$

子どもの用いた解き方を調べてみると、次のとおりであった。

- ㉑ はる子のもっているおはじきの数と、妹のもっているおはじきの数の差の二分の一を求める。

下位群 19人(48%) 中位群 26人(54%)

- ㉒ はる子と妹のおはじきの数が等しくなったときと、現在との差を求める。

下位群 7人(18%) 中位群 20人(42%)

- ㉓ その他(注、どれも誤った解き方であった)

下位群 14人(35%) 中位群 2人(4%)

以上の結果について、下位群と中位群の差をみると、全体と、㉑と、㉒については、危険率1%で差が認められ、㉓については、危険率5%で差があるとはいえないことがわかった。このことから、下位群は中位群に比べて、問題の数量間の関係の把握のし方が一面的であるといえる。

- ⑤ 問5について 正答率 下位群 75% 中位群 75%

問5 こししの1月1日は金曜日でした。らい年の1月1日は何曜日でしょうか。こししの日数は365日です。

さきにも述べたように、ペーパー・テストによる調査の正答率は、「答え」の正誤によって計算したので、解く過程が誤っていたり、不明であったりしても、答えが正しいものは正答として処理した。その結果、とくに問5については、誤った過程からの正答が目だった。

子どもは、問題の解き方を式または文で書いているので、それによって問題の考え方をみると、次のようになる。

- ㉑ 7日ごとに同じよう日がくる。365日は52週と1日だから、らい年の1月1日は土曜日になる。

下位群 9人(23%) 中位群 17人(35%)

例

○ $365 \div 7 = 52$ あまり1

わりきれた日は金曜日だから、金よう日のつぎの日は土曜日になる。

○ $365 \div 7 = 52$ あまり1

1あまると金よう日のつぎだから土曜日になる。

- ㉒ ちょうど1年たつと、よう日が1日だけすすむから土曜日になる。

下位群 9人(23%) 中位群 10人(21%)

例

- まい年1日ずつずれるから土よう日になる。
- 365日の場合、よう日が1日ずつおそくなってくるから土よう日になる。

⑦ その他（誤答および無答を含む）

下位群 22人（55%） 中位群 21人（44%）

上の④の解き方をした者の中には、

- ⑦の数理をふまえている者
- ⑦の数理をふまえないで、単に知識として知っている者

があると思われるが、いまはそれにはとらわれずに、ペーパー・テストにあらわれた解き方が、下位群と中位群とで差があるかどうかをみると、⑦についても、④についても危険率5%で差があるとはいえないことがわかった。

なお、⑦の解き方は、ことしの1月1日を1日めとして考えているのだとすると、まちがった解き方になる。⑦の解き方をした者の中には、

ことしの日数は365日、その365日を7日でわると、52週で1日あまる。だから金よう日のつぎの日の土よう日になる。

というような考え方をしている者もあったが、そのことは、上の考察にはさしかえないことである。

⑥ 問6について 正答率 下位群 45% 中位群 71%

問6 まさおさんの学級の生とは42人います。おじいさん・おばあさんのいる人をしらべたら、つぎのとおりでした。

おじいさんがいる ----- 10人

おばあさんがいる ----- 17人

おじいさんもおばあさんもいない ----- 19人

おじいさんもおばあさんもいる人は何人でしょうか。

この問題は、「おじいさんがいる子ども」と「おばあさんがいる子ども」の重なりを求める問題である。この問題の数量間の関係の把握が正しいかどうかを、下位群と中位群について調べた結果は、次のとおりであった。

⑦ 数量間の関係を正しく把握していると思われる者

下位群 20人（50%） 中位群 38人（79%）

例

○ $10 + 17 + 19 = 46$

$46 - 42 = 4$

○ $42 - 19 = 23$

$10 + 17 - 23 = 4$

④ 数量間の関係を正しく把握していないと思われる者

下位群 20 人 (50 %) 中位群 10 人 (21 %)

例

$$\circ \quad 10 + 17 = 27$$

$$\circ \quad 42 - 19 = 23$$

④のうち、最も多くあらわれた応答は、「おじいさんがいる子どもと、おばあさんがいる子どもの和が、おじいさんもおばあさんもいる子どもである」と考えているらしく思われる $10 + 17 = 27$ であった。

さて、上の数量間の関係の把握のし方について、下位群と中位群の差をみると、危険率 1 % で差があるといえることがわかった。

⑦ 問 7 について

正答率 下位群 40 % 中位群 48 %

問 7 いま、弟は 9 才で、母は 35 才です。何年たつと、母の年が弟の年の 3 倍になるでしょうか。

この問題の解き方をみると、

$$\circ \quad 35 - (9 \times 3) = 8 \quad 8 \div 2 = 4$$

$$\circ \quad 35 - 9 = 26 \quad 26 \div 2 = 13 \quad 13 \times 3 = 39 \quad 39 - 35 = 4$$

$$\circ \quad 35 - 9 = 26 \quad 26 \div 2 = 13 \quad 13 - 9 = 4$$

などのように、

○ 母と弟の年れいの差が変わらない。

○ 弟の年れいが、母の年れいとの差の二分の一になったとき、弟の年れいが母の年れいの三分の一になる。

などを知っていて、そのことから答えを求めようとした者……⑦と、

○	いま	1 年	2 年	3 年	4 年	5 年
母	35	36	37	38	39	40
弟	9	10	11	12	13	14
弟×3	27	30	33	36	39	

のように、

○ 母も弟も 1 年たつと 1 つずつ年れいがふえていく。

ということから答えを求めようとした者……④とがあった。

この 2 つの解き方を比べると、⑦は④よりも、より演えきのな考え方による解き方であるといえよう。

これらの解き方のほかに、

$$\circ \quad 35 \div 9 = 3.8$$

$$\circ \quad 35 - 3 \times 9 = 8$$

のように、問題の数量間の関係の把握のし方がまちがっている者……②や、解き方を書かなかった者……③もあった。

上の⑦, ④, ②, ⑤の人数を, 下位群と中位群について集計すると, (表6) のとおりであって, 全体についても, 各項目についても, 下位群と中位群の間には, 危険率5%で差があるとはいえないことがわかった。したがって, この問題については, 問題の解き方がより演えきであるかどうかという点についても, 問題の数量間の関係の把握のし方の正誤についても, 下位群と中位群の間に差を認めることができなかったのである。

(表6) 問7の解き方

解き方	下位群	中位群
⑦	3	5
④	15	16
②	17	17
⑤	5	10
計	40	48

⑧ 問8について

正答率 下位群 3% 中位群 19%

問8 A, B, Cの3人が旅行に行き, Aは2000円, Bは1200円, Cは1000円を出しました。

旅行から帰って, 3人は出したお金が同じになるようにしようとしています。どのようにやりとりすればいいでしょうか。

この問題は「平均」に関する問題である。

この問題の応答には, 目だった傾向があった。それは,

- AからBに200円やる。また, AからCに400円やる。
- AからBに600円やり, BからCに400円やる。

のように, AからBやCにお金をやらなければならない, と, 答えた子どもが, 下位群に15人(38%), 中位群に25人(52%)もいたことである。

(図7) 問8の図

このような誤答が生まれたおもな原因は, 次のようなものであると思われる。

A, B, Cが出した金額を長さで表わすと, (図7) のようになる。この図を見ながらA, B, Cの平均を求めようとすると, AからBやCにお金をやらなければならないような錯覚をもつ。大部分の子どもは, 問題を解くときに(図7)のような図をかいているので, 上に述べたような場面把握をしたものと思われる。この推察が正しければ, このことは, 本研究の焦点である数量間の関係の把握よりも, むしろ問題場面の把握に関することである。そこで, 子どもの答えのうち,

- AからBに200円やる。また, AからCに400円やる。
- AからBに600円やり, BからCに400円やる。
- AからCに600円やり, CからBに200円やる。

など, AとBまたはCが入れ代わっているだけで数値が正しいものを正答とすると, 正答率は, 下位群が33%(13人), 中位群が60%(29人)となる。つまり, 下位群の10人の子どもと, 中位群の10人の子どもが上のような誤りをおかしているのである。なお, いま述べた下位群と中位群の正答

率については、5%の危険率で差が認められた。

次に、子どもの書いた式によって、問題の数量間の関係の把握のようすをみた。その結果は次のとおりである。

⑦ 3人の出費の平均値を求め、3人の出費との差を求めた。……（正しい解き方）

下位群 12人（30%） 中位群 18人（38%）

⑧ 3人の出費の平均値だけを求めた。

下位群 7人（18%） 中位群 21人（44%）

⑨ 3人の出費の総和だけを求めた。

下位群 1人（3%） 中位群 3人（6%）

⑩ その他の式（⑨も求めている式）および無答

下位群 20人（50%） 中位群 6人（13%）

上の結果について、下位群と中位群との差をみると、危険率1%で差があるといえることがわかった。このことから、下位群は中位群に比べて、問題の数量間の関係の把握のし方が劣っているといえる。

⑨ 問9について

正答率 下位群 35% 中位群 56%

問9 りんご4個と、なつみかん2個を買うと、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

この問題は、「おきかえて考える問題」などとよばれている問題の類型にはいる問題である。だから、この問題の解き方としてふつうにとりあげられている方法は、「おきかえる」操作によるものである。つまり、なつみかん1個の値段がりんご1個の値段の2倍であることに目をつけ、なつみかん1個をりんご2個に置きかえて、りんご8個で120円というかたちにするのである。

$$2 \times 2 = 4 \quad 4 + 4 = 8 \quad 120 \div 8 = 15 \quad 15 \times 2 = 30$$

りんご2個をなつみかん1個に置きかえることによってもできることはいうまでもない。

もう1つの解き方は、なつみかん1個の値段がりんご1個の値段の2倍であることと、りんごの数がなつみかんの数の2倍であることから、りんご4個の値段となつみかん2個の値段が等しいことに目をつけ、120円を、りんごとなつみかに分ける方法である。

$$2 \times 2 = 4 \quad 1 \times 4 = 4 \quad 120 \div 2 = 60 \quad 60 \div 2 = 30 \quad 60 \div 4 = 15$$

この問題で、「りんご4個の値段となつみかん2個の値段が等しいことに目をつける」ということを一般的なかたちでいえば、「りんご4個の値段となつみかん2個の値段の比を求めようとする」ことである。

あとで、個人面接による調査の結果の考察にもしばしばあらわれるように、この問題に用いられている数値は、まちがった過程から正しい答えが生まれやすい数値である。また、手さぐりで答えをみつけることもかなり容易であるので、子どもの書いた式から子どもの解決過程をさぐることはやや困難な面があるが、そのことは考えに入れずに、子どもの書いた式を分類すると、次のようになる。

⑦ なつみかんをりんごに置きかえたり、りんごをなつみかに置きかえたりする解き方

下位群 2人(5%) 中位群 11人(23%)

- ④ りんご4個となつみかん2個の値段が等しいことに目をつけ、はじめに120円をりんごとなつみかんに分ける解き方

下位群 5人(13%) 中位群 8人(17%)

- ⑤ その他の式(まちがった式、答えがわかってからそれを用いた式)および無答

下位群 33人(83%) 中位群 29人(60%)

このように、下位群も中位群も、解き方の正しかった者の百分率よりも、答えの正しかった者の百分率が大きかったが、このことは、答えを手さぐりで求めた子どもが多かったことを示しているといえよう。

なお、この問題に用いられている数値が、まちがった過程から正しい答えの生まれやすい数値であることは、個人面接による調査を行なうとき、子どもの思考のようすをさぐるのに役だった。

- ⑩ 問10について 正答率 下位群 20% 中位群 71%

問10 ある工員の日給は850円で、夜業をすると、日給のほかに180円もらえます。この工員が15日はたらいで、合計14370円もらいました。夜業したのは何日でしょうか。

この問題の数量間の関係は、ふつう、(図8)のように把握される。

この把握のし方のほかに、「もし15日も夜業をしていたなら」という発想による把握のし方もあるが、後者の把握のし方は、中位群と下位群にそれぞれ1人ずつあっただけであつた。

この問題の数量間の関係を総合的に正しく把握しているかどうかを下位群と中位群について調べた結果は、次のとおりであつた。

- ⑦ 数量間の関係を正しく把握している者

下位群 15人(38%) 中位群 34人(71%)

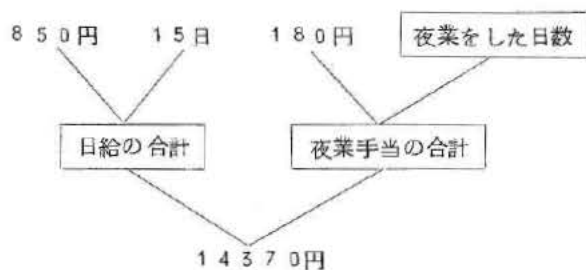
- ⑧ 数量間の関係を正しく把握していない者

下位群 25人(63%) 中位群 14人(29%)

上の結果について、下位群と中位群の差をみると、危険率1%で差があるといえることがわかつた。このことから、下位群は中位群に比べて問題の数量間の関係を総合的に把握する力が劣っているといえる。

なお、この問題の数量間の関係を正しく把握していない下位群25人、中位群14人のうち、「日給

(図8)



の合計」を求めようとしている者が、下位群 2 人、中位群 3 人だけで、他の者は、それさえも試みていなかった。

⑩ 問 1 1 について

正答率 下位群 3% 中位群 4%

問 1 1 200mのトラックを、AとBが同じ場所から同時に出発して走りました。

出発してから5分たって、Bがちょうど9回まわったとき、Aにはじめて追いぬかれました。

AとBの分速は、それぞれ何mでしょうか。

この問題は、下位群や中位群にはむずかしく、正答率は、それぞれ3%と4%であった。子どもの書いた式をみると、大部分の子どもは、問題の数量間の関係を総合的に把握することができないことがわかったが、「Bの分速を求める」—— $200 \times 9 \div 5$ ——という部分的な把握のし方ができる子どもを、下位群と中位群について調べてみると、次のとおりであった。

下位群 9人(23%) 中位群 29人(60%)

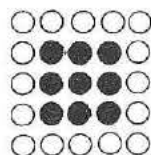
この結果について、下位群と中位群の差をみると、危険率1%で差があるといえることがわかった。このことから、この問題について、下位群は中位群に比べて問題の数量間の関係を把握する力が劣っているといえる。

⑪ 問 1 2 について

正答率 下位群 5% 中位群 2%

問 1 2 黒いご石を正方形にならべ、そのまわりを、図のよう
に白いご石でかこみます。

白いご石 52個で、黒いご石を何個かこむことができるで
しょうか。



この問題も正答率がたいそう低かった。子どもの書いた式をみると、問題の数量間の関係を総合的に把握していると思われる子どもはごく少数で、部分的に数量間の関係を把握していると思われる子どもさえ、全体の半分に達しなかった。そのようすは次のとおりである。

① 数量間の関係を正しく把握している者

下位群 2人(5%) 中位群 2人(4%)

② 白いご石によって作られる正方形の一边の大きさ(ご石の数)を求めようとしている者 ※

下位群 7人(18%) 中位群 22人(46%)

※ $52 \div 4$ の計算をしているかどうかによってみた。

③ その他

下位群 31人(78%) 中位群 24人(50%)

上の②と③の人数を合併し、下位群と中位群の差をみると、危険率1%で差があるといえることがわかった。このことから、この問題について、下位群は中位群に比べて問題の数量間の関係を把握する力が劣っているといえる。

(4) ペーパー・テストによる調査のまとめ

これまで、ペーパー・テストによる調査の各問題について、その正答率や、子どもの数量間の関係の把握のようすを調べてきた。数量間の関係の把握のし方については、下位群は中位群に比べて総合的または部分的に把握する力が劣っていること、把握のし方が一面的であること、などがみられた。しかし、これらのことは、子どもの書いた式を分析した結果によるものであるもので、さらに、個人面接による調査によって確かめなければならない。

なお、ペーパー・テストによる調査の結果、問2および問9を個人面接による調査の調査問題としてとりあげることにした。その理由は、適当なむずかしさであること、下位群と中位群の間に正答率の差があること、いろいろな考え方・解き方がみられると予想されること、いろいろなつまずきがみられると予想されること、などである。

2 個人面接による調査

(1) 調査を実施した期日

<Ⅱ研究の内容と方法 3 個人面接による調査>で述べた計画によって、個人面接による調査を実施した。

調査を実施した期間は昭和40年9月から11月までで、調査対象児童ごとの実施期日は(表7)のとおりである。

(表7) 個人面接による調査の実施期日

第1次

C ₁				C ₂				C ₃			
児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日
P ₁₁	9 6	P ₁₁	9 6	P ₂₁	9 13	P ₂₁	9 13	P ₃₁	10 1	P ₃₁	10 1
P ₁₂	9 8	P ₁₂	9 6	P ₂₂	9 13	P ₂₂	9 13	P ₃₂	10 1	P ₃₂	10 1
P ₁₃	9 7	P ₁₃	9 7	P ₂₃	9 14	P ₂₃	9 14	P ₃₃	10 6	P ₃₃	10 6
P ₁₄	9 8	P ₁₄	9 7	P ₂₄	9 14	P ₂₄	9 14	P ₃₄	10 6	P ₃₄	10 6
P ₁₅	9 9	P ₁₅	9 8	P ₂₅	9 15	P ₂₅	9 15	P ₃₅	10 6	P ₃₅	10 6
P ₁₆	9 9	P ₁₆	9 9	P ₂₆	9 15	P ₂₆	9 15	P ₃₆	10 6	P ₃₆	10 6

第2次

C ₁				C ₂				C ₃			
児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日	児童	期日 月 日
P ₁₁	10 13	P ₁₁	11 9	P ₂₁	10 21	P ₂₁	10 21	P ₃₁	11 18	P ₃₁	11 18
P ₁₂	10 13	P ₁₂	10 13	P ₂₂	11 2	P ₂₂	10 21	P ₃₂	11 19	P ₃₂	11 18
P ₁₃	10 13	P ₁₃	10 19	P ₂₃	11 2	P ₂₃	11 2	P ₃₃	11 19	P ₃₃	11 19
P ₁₄	10 20	P ₁₄	10 19	P ₂₄	11 9	P ₂₄	11 9	P ₃₄	11 24	P ₃₄	11 29
P ₁₅	10 20	P ₁₅	10 20	P ₂₅	11 16	P ₂₅	11 9	P ₃₅	11 24	P ₃₅	11 29
P ₁₆	10 20	P ₁₆	10 20	P ₂₆	11 16	P ₂₆	11 16	P ₃₆	11 24	P ₃₆	11 29

(2) 調査の事例と調査結果の一覧表

まえに述べたように、第1次調査ではC₁の子ども、第2次調査ではC₃の子どもに対しては、必要に応じてコトバによる助力を与えた。その状況の例を記録によって示すことにする。

<1> P₁₄に対する第1次調査の記録

T この問題を解いてください。

注

⑦

Q₁ 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P ———

$$\vdots \quad 1800 \div 2 - 500 = 400$$

$$\vdots \quad 1800 \div 2 + 500 = 1400$$

⋮ 答 弟 400円

⋮ 答 兄 1400円

①

②

T この解き方を説明してください。

P ———

1800円を兄と弟の2人に分けるのだから、2でわって、兄のほうが500円多いのだから、弟から500円ひいて、兄のほうに500円たす。

T なるほど。ところで、兄が1400円、弟が400円で、兄のほうが弟より500円多くなりましたか。

P (すぐに) いいえ。

T わかっているんですね。

どうしたらいいでしょうか。

P ——— (ながく)

T では、これとちがう問題をやってみましょう。

③

Q₂ 100円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より10円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

この問題を解いてください。

P

$$\vdots \quad 100 \div 2 - 10 = 40$$

$$\vdots \quad 100 \div 2 + 10 = 60$$

T まず、同じに分けたのですね。それから、兄のほうが10円多くなるようにするために、弟のぶんから10円ひいて、兄のぶん10円をたしたのですね。そしたら、2人のお金は、いくらちがうようになりましたか。

P 10円

T そうですか。

P あ, 20円

T そうなってしまうようにするには, どうすればいいでしょうか。

P

$$\begin{array}{r} 100 \div 2 - 10 = 40 \\ 100 \div \\ \\ 100 \div 2 - 10 + 5 = 45 \\ 100 \div 2 + 10 - 5 = 55 \end{array}$$

T 兄のほうに弟より10円多くなるようにするには, 兄のほうへ5円だけやればよいことがわかりましたね。

それでは, まえの問題を解きましょう。

P

$$180 \div 2 = 90$$

T これでは, まえと同じになってしまいね。

P —— (ながく)

T いまやった, ここ ($100 \div 2 - 10 + 5 = 45$ $100 \div 2 + 10 - 5 = 55$ のこと) のし方をもう一度考えてみましょう。

P

$$\begin{array}{r} 750 \\ 400 \\ 1400 \end{array} \quad 1150$$

T いま書いた数のことを話してください。

P ——

[記録のし方などについての説明]

㊦ Q_1 は, テスト用紙に印刷した。(Q_3 も同じである。)

㊩ —— は, 沈黙を示す。

㊪ たてにひいた点線の右に書いた式・計算・答えなどは, 子どもがテスト用紙に書いた式・計算・答えなどである。

㊫ Q_2 は, カードに書いて, 子どもが, Q_2 を解いている間, 見せておいた。なお, 子どもの応答は, テスト用紙に書かせた。

次に, C_2 の子どもに対しては, 第1次調査・第2次調査とも, 必要に応じて, 問題内容や解き方を表わす図を示しながら, コトバによる助力を与えた。その状況の例を記録によって示すことにする。

<2> P_{21} に対する第1次調査の記録

T この問題を解いてください。

Q_1 1800円を兄と弟に分けるのに, 兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P : $(1800 \div 2) + 500 = 1400$ 円
 : $1800 \div 2 = 900$ 円

T この解き方を説明してください。

T 1800円より多くなっていますね。

この図のどこが500円でしょうか。

ここからここまで。(兄のふんの650円に当たる部分をさす)

では、この図を見ながら考えてみましょう。

P

$$\begin{array}{l} \vdots \\ (1800 \div 2) \\ 1800 \div 2 = 900 \text{ 円} \end{array}$$

T では、いまの式の説明をしてください。

P

1800 円を兄と弟に分けました。

T 兄のほうが弟より多くなりましたか。

P

同じです。

T そうですね。

1800 円を兄と弟に同じに分けてから、兄のほうが弟より500 円多くなるようにするには、どうすればいいでしょうか。

P

T 弟から兄にお金をやればいいですね。

P はい。

T いくらやったらいいでしょうか。それを考えてください。

$$\begin{array}{l} \vdots \\ 1800 - 500 = 1300 \text{ 円} \\ 1300 \div 2 = 650 \text{ 円} \\ 650 + 500 = 1150 \text{ 円} \\ \begin{array}{r} 650 \\ 2 \overline{) 1300} \\ \underline{12} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 650 \\ + 500 \\ \hline 1150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 650 \\ + 1150 \\ \hline 1800 \end{array} \end{array}$$

T では、説明してください。

P どこから説明しますか。

T $1800 - 500 = 1300$ 円から説明してください。

P

T なぜ、1800 から500 をひいたのですか。

P

T 1800 というのは何でしょうか。

P 兄と弟に分けるお金。

T 500 というのは？

P 兄が弟より500 円多くなるようにする。

T 1800 から500 をひいて、1300 になったのですが、1300 は、この図(A)ではどこの長さですか。

P ここ（兄のぶんをさす）

T そうかな。

では、次の式のことをききましょう。1300を2でわったら、650になりましたが、なぜ、1300を2でわりましたか。

P 兄と弟の2人に分けるからです。

T そうですね。

650は、この図（A）ではどこの長さですか。

P ここ（弟のぶんをさす）

T そうですね。

では、1300はどれだけでしょう。どれだけといっても、1本の線とは決まっていますよ。

P これとこれ。（正しい）

T そうですね。

では、次の650+500はどの長さですか。

P これが650で、これが500。

T そうですね。

では、ここ（1800-500=1300）から、もう一度説明してください。

P ———

1800円は、兄と弟に分けるお金で、500円は、分けるとき、兄のほうが多くなるお金。それで1300円になる。そして、1300円÷2は、兄と弟だから2でわって650円。650円+500円は、弟より兄のほうが500円多くなるようにするのだから、650円+500円です。

T よくできましたね。

では、もう1つ問題をやってください。この問題です。

Q₂ 100円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より10円多くなるようにしたいと
思います。どのように分ければよいでしょうか。

.....
 $100 - 10 = 90$ 円

$90 \div 2 = 45$ 円

$45 + 10 = 55$ 円

.....
答 兄 55円 弟 45円

T では、解き方を説明してください。

P 兄に10円多くやるのだから、10円ひいて、2人たから2でわると45円。45円に10円をたすと55円で、10円多くなります。

この子どもの場合は、図Aだけを用いているが、図Bや図Cも必要に応じて用いた。

次に、第1次調査ではC₃の子ども、第2次調査ではC₁の子どもに対して、必要に応じて、おはじきを与えて、それを操作しながら考えさせるようにした。その状況の例を記録によって示すことにする。

<3> P₃₂に対する第1次調査の記録

T この問題を解いてください。

Q₁ 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P

.....

$1800 \div 2 = 900$

$900 + 500 = 1400$

$1800 - 1400 = 400$

.....

答 兄は1400円

.....

答 弟は400円

T この解き方を説明してください。

P 1800円を兄と弟で分けるから、2でわって、兄が500円多いのだから、わった答えに500円をたして、それが兄のぶん、それから、1800円から1400円をひくと400円で、弟のぶんです。

T あなたの答えと、問題の文を見てください。

あなたの答えは、それでいいでしょうか。

P _____

T 気づきましたか。

P _____

T 「兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。」

P わかりました。500円多くなるようにするのです。

T そうですね。

では、もう一度やってください。

P

.....

$1800 \div 2 = 900$

$900 - 500 = 400$

.....

~~1800~~

T では、このおはじきを使って考えてください。こちらの箱の中の青いおはじき1個を100円、こちらの箱の中の赤いおはじき1個を10円と考えてください。

P (青いおはじきを18個とり出して、右と左に9個と9個に分ける。右から左へ5個移そうとしてやめる。18個のおはじきをまとめる。5個を右のほうへ分ける。左の13個のほうのおはじきを1個だけ箱の中へ返し、赤いおはじきを10個とり出して代わりに置く。左のおはじきを青6個、赤5個ずつに分ける。)

⑦

⑧

$$1800 \div 2 = 900$$

$$1800 - 500 = 1300$$

$$1300 \div 2 = 650$$

$$650 + 500 = 1150$$

答 兄は1150円

答 弟は650円

T では、いまの解き方を説明してください。

P 1800円から、兄が500円多いから500円をひいて、1300円を、兄と弟だから2でわって、650円は弟のぶん、650円に500円をたして1150円が兄のぶんです。

T いま、あなたは、確かめをしていたようですね。どんな確かめをしましたか。

P 兄が弟より500円多いか。

T もう1つ、確かめなければならいことがありませんか。

P ——

T 2人ぶんを合わせて、いくらになればいいのですか。

P 1800円

T そうですね。わかりましたか。

P はい。

T では、もう1つ問題をしましょう。この問題です。

Q₂ 1000円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より10円多くなるようにしたいと
 思います。どのように分ければよいでしょうか。

P $1000 - 10 = 990$

$$990 \div 2 = 495$$

$$495 + 10 = 505$$

答 兄は505円

答 弟は495円

〔記録の仕方などについての説明〕

- ㊦ 青いおはじきと、赤いおはじきは、別々の箱に入れてあり、箱の側面に、それぞれ「1000円」「10円」と書いてある。
- ㊧ おはじきを操作するようすを示している。

上に述べた3例のようにして、個人面接による調査を延べ72人（調査対象児童36人）について行なった。

次に、この調査の全事例について、その過程と結果の概要を、表にまとめてみよう。

(表 8)

個人面接による調査 第 1 次

児 童	調 査 の 過 程 →	時 間 (分)	児 童	調 査 の 過 程 →	時 間 (分)
P ₁₁	Q ₁ c ×	15	\overline{P}_{11}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	6
P ₁₂	Q ₁ c ×	13	\overline{P}_{12}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	5
P ₁₃	Q ₁ c × Q ₂ c ×	18	\overline{P}_{13}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	6
P ₁₄	Q ₁ c ×	15	\overline{P}_{14}	Q ₁ c Q ₂ c ○ Q ₁ c ×	19
P ₁₅	Q ₁ b ○ Q ₂ b ○	21	\overline{P}_{15}	Q ₁ c Q ₂ b ○ Q ₁ c ×	17
P ₁₆	Q ₁ b ○ Q ₂ b ○	14	\overline{P}_{16}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	11
P ₂₁	Q ₁ c ○ Q ₂ a ○	19	\overline{P}_{21}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	11
P ₂₂	Q ₁ c Q ₂ C ○ Q ₁ c ○	19	\overline{P}_{22}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	7
P ₂₃	Q ₁ c Q ₂ C ○ Q ₁ c ×	30	\overline{P}_{23}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	6
P ₂₄	Q ₁ c ○ Q ₂ c ○	21	\overline{P}_{24}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	5
P ₂₅	Q ₁ c ×	23	\overline{P}_{25}	Q ₁ b ○ Q ₂ a ○	10
P ₂₆	Q ₁ c ×	16	\overline{P}_{26}	Q ₁ c ○ Q ₂ a ○	14
P ₃₁	Q ₁ a ○ Q ₂ b ○	20	\overline{P}_{31}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	6
P ₃₂	Q ₁ c ○ Q ₂ a ○	23	\overline{P}_{32}	Q ₁ c ○ Q ₂ a ○	15
P ₃₃	Q ₁ c ×	16	\overline{P}_{33}	Q ₁ b ○ Q ₂ a ○	14
P ₃₄	Q ₁ c ×	19	\overline{P}_{34}	Q ₁ b ○ Q ₂ a ○	14
P ₃₅	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	9	\overline{P}_{35}	Q ₁ a ○ Q ₂ a ○	7
P ₃₆	Q ₁ c ×	12	\overline{P}_{36}	Q ₁ c ×	26

注

P ……下位群を示す。

\overline{P} ……中位群を示す。

Q₁ ……調査問題を示す。

Q₂ ……調査問題を示す。

a ……助力を与えなかったことを示す。

b ……解き方や結果の誤りを指摘する程度の助力を与えたことを示す。

c ……解くための観点を与えるなど、bを上回る程度の助力を与えたことを示す。

○ ……問題を解くことができたことを示す。

× ……問題を解くことができなかったことを示す。

「時間」は合計所要時間を示す。

(表 9)

個人面接による調査 第2次

児 童	調 査 の 過 程 →	時 間 (分)	児 童	調 査 の 過 程 →	時 間 (分)
P ₁₁	Q ₃ c ○	27	\bar{P}_{11}	Q ₃ a ○ Q ₄ a ○	7
P ₁₂	Q ₃ c ×	28	\bar{P}_{12}	Q ₃ c ○ Q ₄ a ○	10
P ₁₃	Q ₃ c ○	23	\bar{P}_{13}	Q ₃ a ○ Q ₄ a ○	10
P ₁₄	Q ₃ c ×	16	\bar{P}_{14}	Q ₃ c ○	36
P ₁₅	Q ₃ c ×	12	\bar{P}_{15}	Q ₃ c ○ Q ₄ c ○	20
P ₁₆	Q ₃ c ×	14	\bar{P}_{16}	Q ₃ c ○	22
P ₂₁	Q ₃ c ○ Q ₄ a ×	13	\bar{P}_{21}	Q ₃ b ○ Q ₄ a ○	8
P ₂₂	Q ₃ c ○ Q ₄ b ×	30	\bar{P}_{22}	Q ₃ a ○ Q ₄ a ○	7
P ₂₃	Q ₃ c ○ Q ₄ a ×	27	\bar{P}_{23}	Q ₃ b ○ Q ₄ a ○	16
P ₂₄	Q ₃ c ○ Q ₄ b ×	16	\bar{P}_{24}	Q ₃ c ○ Q ₄ a ○	11
P ₂₅	Q ₃ c ○ Q ₄ c ×	44	\bar{P}_{25}	Q ₃ c ○ Q ₄ b ○	20
P ₂₆	Q ₃ c ×	6	\bar{P}_{26}	Q ₃ c ○ Q ₄ a ○	17
P ₃₁	Q ₃ c ○ Q ₄ c ×	23	\bar{P}_{31}	Q ₃ c ○ Q ₄ b ○	18
P ₃₂	Q ₃ b ○ Q ₄ c ×	23	\bar{P}_{32}	Q ₃ c ○ Q ₄ c ×	20
P ₃₃	Q ₃ c ×	16	\bar{P}_{33}	Q ₃ c ○ Q ₄ a ○	13
P ₃₄	Q ₃ c ○ Q ₄ b ○	42	\bar{P}_{34}	Q ₃ a ○ Q ₄ a ○	7
P ₃₅	Q ₃ c ○ Q ₄ a ○	22	\bar{P}_{35}	Q ₃ c ○ Q ₄ c ×	34
P ₃₆	Q ₃ c ×	12	\bar{P}_{36}	Q ₃ c ○ Q ₄ c ×	24

注

P ……下位群を示す。

 \bar{P} ……中位群を示す。Q₃ ……調査問題を示す。Q₄ ……調査問題を示す。

a ……助力を与えなかったことを示す。

b ……解き方や結果の誤りを指摘する程度の助力を与えたことを示す。

c ……解くための観点を与えるなど、bを上回る程度の助力を与えたことを示す。

○ ……問題を解くことができたことを示す。

× ……問題を解くことができなかったことを示す。

「時間」は合計所要時間を示す。

(3) 調査にあらわれた傾向とその考察

① 数量間の関係の把握

数量間の関係の把握のし方について、さらに、ペーパー・テストによる調査の結果を吟味した。その結果、次のような傾向があることがわかった。

- 下位群の子どもは、中位群の子どもに比べて、数量間の関係を総合的に把握する力が劣っている。
- 下位群の子どもは、中位群の子どもに比べて、数量間の関係を部分的に把握する力が劣っている。
- 下位群の子どもは、中位群の子どもに比べて、数量間の関係の把握のし方が一面的である。つまり、いくつかの関係の把握のし方があるとき、そのうちの1～2の把握のし方しかできない。

これらの傾向をさらに細かに分析するために、個人面接による調査の記録をとりあげてみる。

次の記録は、数量間の関係の把握のし方が劣っている例である。

<4> P₁₃に対する第1次調査の記録

T この問題を解いてください。

Q₁ 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P

$$\begin{array}{r}
 360 \\
 500 \overline{) 1800} \\
 \underline{1500} \\
 3000 \\
 \underline{3000} \\
 0
 \end{array}$$

—— (ながく)

T いまの計算のわけを話してください。

P

T なぜ、1800円を500円でわったの？

P

$$\begin{array}{r}
 1800 \\
 - 500 \\
 \hline
 1300
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1800 \\
 - 1300 \\
 \hline
 500
 \end{array}$$

.....

答 兄 1800円

$$\begin{array}{r}
 1800 \\
 - 500 \\
 \hline
 300
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1800 \\
 - 500 \\
 \hline
 1300
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1800 \\
 - 1300 \\
 \hline
 500
 \end{array}$$

.....

$$\begin{array}{r}
 3.6 \\
 500 \overline{) 1800} \\
 \underline{1500} \\
 3000 \\
 \underline{3000} \\
 0
 \end{array}$$

T 1800円を兄と弟に同じに分けるには、どうすればいいでしょうか。

P

$$\begin{array}{r} 900 \\ 2 \overline{) 1800} \\ 18 \end{array}$$

T できましたね。

ところで、もとの問題は、兄のぶんが弟のぶんより500円多くなるように分けるのでしたね。

いまの計算を使ってできるでしょうか。

P たします。

T 何と何をたすのですか。

P

$$\begin{array}{r} 900 \\ + 500 \\ \hline 1400 \end{array}$$

T いまのし方を説明してください。

P 兄のほうに500円たせば、兄のほうが500円多くなるから、兄のほうに500円たしました。

T ほんとうにそうなるでしょうか。

P

$$\begin{array}{r} 900 \qquad 1800 \\ + 500 \qquad - 1400 \\ \hline 1400 \qquad 400 \end{array}$$

P だめです。

T では、次の問題をやってみましょう。

Q₂ 1000円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より10円多くなるようにしたいと
思います。どのように分ければよいでしょうか。

P 兄には60円、弟には40円。

T それで兄のほうに10円多くなりますか。

P なりません。

T はじめに50円ずつ分けて考えてごらん。そのあと、どうすればいいでしょうか。

P たす。兄にたす。

T いくらたすの？

P 10円

T それでいいでしょうか。兄のぶんはいくらになりましたか。

P 60円

T 弟のぶんは？

P 40円

T 2人のちがいは？

P —— 20円です。

T もう一度考えてみましょう。

P —— 兄は60円，弟は50円。

T それはいけないのです。お金はみんなで100円しかないのです。

P 兄が50円，弟が30円，あ，40円。

T それもいけないのです。90円しか分けていないからね。——あとの10円はどうするのですか。

P 兄が70円，——

㊦

㊧

上の記録の㊦の計算を見ると， P_{13} は，この問題の数量間の関係をほとんど理解していないと思われる。だから，調査者の質問に答えることができず，㊦，㊧のような計算を試みている。1800-500の計算は，正しい解決のいと口になる計算であるが，他の計算を見ると，この計算の意味に気づいているように思われない。そして，再び㊦と同じ計算㊧を試みている。

次に，㊧では，はじめて兄のほうが500円多くなければならないことを把握しているが，数量間の関係を総合的に把握してはいない。それは，㊦，㊧，㊨などによって推測することができる。だから，調査者が，兄と弟の金額の差を強調すると，㊨，㊩のように全体の金額が無視されてしまう。

第1次調査で，この P_{13} のように，自分の力だけで，数量間の関係を総合的に把握できなかった子どもは，次のとおりである。

下位群 —— P_{12} P_{13} P_{14} P_{21} P_{22} P_{24} P_{26} P_{32} P_{33} P_{34} P_{36}

中位群 —— \bar{P}_{15} \bar{P}_{25} \bar{P}_{32} \bar{P}_{34} \bar{P}_{36}

第2次調査でも，数量間の関係を総合的に把握できない子どもが数多くあらわれた。次の記録はその1例である。

<5> P_{11} に対する第2次調査の記録の一部

T この問題を解いてください。

Q₃ りんご4個と，なつみかん2個を買うと，合計120円です。なつみかん1個のねだんは，りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

P

..... $120 \div 6 = 20$

..... $20 \times 2 = 40$

..... 答 40円

㊦

㊧

T その40円は，りんごの値段ですか。なつみかんの値段ですか。

P なつみかんです。

T では，答えのところに「なつみかん」と書いてください。

P : (答えのところに「なつみかん」と書き入れる。)

T りんごの値段はいくらなんですか。

P _____

T まだわかっていないのですか。

P _____

T もし、なつみかんの値段が40円だとすると、りんごの値段はいくらでしょうか。

P _____

T では、いっしょにやりましょうか。

「なつみかん1個のねだんは、りんご1個の値段の2倍です。」と書いてありますね。なつみかんとりんごは、どちらが高いのでしょうか。

P なつみかん

T そうですね。

そのなつみかんが40円ですから、りんごはいくらでしょうか。

P 60円

T なつみかんがりんごの2倍なんですよ。

P 20円

T そうですね。

りんごが20円で、なつみかんが40円だとすると、りんご4個と、なつみかん2個を買って120円になるでしょうか。

いっしょにやってみましょう。

(2人で計算する。)

T 160円になってしまいましたね。

もう一度やってみますか。

P はい。

$$\begin{array}{l} \vdots \\ 120 \div 6 = 20 \\ \vdots \\ 20 \div 2 = 10 \end{array}$$

T できましたか。

P _____

T いま書いた式を説明してください。

P 答えがちがっています。

T では、このおはじきを使って考えましょう。

こちらの箱の中の赤いおはじきをりんご、こちらの箱の中に青いおはじきをなつみかんと考えてください。

P _____

(赤いおはじきを4個、青いおはじきを2個とり出す。)

T りんご 1 個の値段と、なつみかん 1 個の値段は同じでしたか。

P ちがいます。

T どちらが高いのですか。

P りんごの 2 倍。

T なつみかんがりんごの 2 倍でしたね。それがだいじなんです。

P ———

$$\begin{array}{c} \vdots \\ 6 \div 2 \end{array}$$

T $6 \div 2$ としたわけは？

P りんごとなつみかんで 6 つだからです。

T 2 でわったのは？

P ———

(赤いおはじき —— りんご —— を 2 つとり出して、さきにとり出したおはじきとならべる)

T りんごを 2 個ふやしましたね。そのわけを話してください。

P なつみかんは、りんごの 2 倍だから。

T いいことに気がつきましたね。

それで、このなつみかんは、このままでいいの？

P ———

T では、あなたの思いとおりにやってください。

P
$$\begin{array}{c} \vdots \\ 8 \div 2 \\ \vdots \\ 8 \times 2 = 16 \end{array}$$

(以下 省略)

上の記録の㉑の式を見ると、 P_{11} は、なつみかん 1 個の値段が、りんご 1 個の値段の 2 倍であることを条件に入れずにわり算をしている。しかし、㉒の式を見ると、それが意識されているようにも思える。けれども、㉑ および㉒の応答を考え合わせると、なつみかん 1 個の値段が、りんご 1 個の値段の 2 倍であることは、それほど明確に把握されていないようである。このように、 P_{11} には、この問題のたいせつな条件が明確に把握されていないのであるが、その状態は㉑までつく。そして、なつみかん 1 個の値段が、りんご 1 個の値段の 2 倍であることを意識すると、㉒のような誤った演算をしようとする。㉑では、解決のいとおける数量関係を把握したかに思われたが、㉒に対する応答をみると、それが不じゅうぶんであることがわかる。また、㉒の式によっても、それが裏付けされる。

第 2 次調査で、この P_{11} のように、自分の力だけで、数量間の関係を総合的に把握できなかった子どもは、次のとおりである。

下位群 —— P_{11} P_{12} P_{13} P_{14} P_{15} P_{21} P_{23} P_{25} P_{26} P_{31} P_{33} P_{34} P_{35}
 P_{36}

中位群 —— \bar{P}_{14} \bar{P}_{16} \bar{P}_{23} \bar{P}_{24} \bar{P}_{25} \bar{P}_{26} \bar{P}_{32} \bar{P}_{35}

上に述べた $<4>$ および $<5>$ では、問題の数量間の関係の一部がまったく把握されていなかったり、

不明確な状態で把握されていた。

次の記録は、数量間の関係を部分的には正しく把握しているにもかかわらず、それを総合的に把握して、正しい演算に結びつけることができない例である。

<6> P_{33} に対する第1次調査の記録の一部

T この問題を解いてください。

Q₁ 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P

.....

$1800 \div 2 = 900$

$900 + 500 = 1400$

答 兄 1400円

答 弟 900円

(弟の900円を消す)

$1800 - 1400 = 400$

.....

答 弟 400円

P _____

T 問題をもう一度読んでください。

P (問題を目で読む)

T 「兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。」と書いてありますね。きみの答えはそうになっていますか。

P なっています。

T そうですか？

兄が1400円、弟が400円ですね。それで兄のほうが500円多いでしょうか。

P 1000円多いです。

T そのことがわかっていたのではないですか。

P はい。でも、計算がわからないから、これでいいと思いました。

T では、わたくしといっしょに考えてみることにしましょうか。

P _____

T もうすこし自分で考えてみますか。

P はい。

.....

$1800 - 500 = 1300$

$1300 \div 2 = 650$

$650 + 500 = 1150$

答 兄 1150円

.....

答 弟 650円

T では、問題の解き方を説明してください。

P まず、500円をなくして、2人のお金を同じくするように1300円を2でわります。

650円は弟のお金で、兄のほうは500円多いのだから、500円たします。

T この答えがまちがっていないかどうか確かめるには、どんな計算をすればいいでしょうか。

P 1150円と650円をたしてみます。

T いくらになればいいの？

P 1800円です。

(以下 省略)

\bar{P}_{33} は、兄と弟の差が500円でなければいけないことも、総額が1800円であることも把握していた。しかし、この2つの条件を満足させる解決方法を思いつかなかったので、はじめには差が500円になる答えをだし——㉔、次には総額が1800円になる答えをだして——㉕、あきらめてしまった——㉖。

第1次調査で、この P_{33} のように、数量間の関係を部分的には正しく把握していながら、それを総合的に把握して、正しい演算に結びつけることができなかった子どもは、次のとおりである。

下位群—— P_{11} P_{15} P_{16} P_{23} P_{25}

中位群—— \bar{P}_{14} \bar{P}_{26} \bar{P}_{33}

第2次調査でも、数量間の関係を部分的には正しく把握していながら、それを総合的に把握して、正しい演算に結びつけることができない子どもがあらわれた。次の記録はその1例である。

<7> \bar{P}_{33} に対する第2次調査の記録の一部

T この問題を解いてください。

Q₃ りんご4個と、なつみかん2個を買うと、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

P

.....
 $120 \div (4 + 2) = 20$

$20 \times 2 = 40$

$120 - 80 = 40$

$80 \div 4 = 20$

($20 \times 2 = 40$ を消す)

($120 \div (4 + 2) = 20$ を消す)

($120 - 80 = 40$ を消す)

($80 \div 4 = 20$ を消す)

$4 \times 2 = 8$

$120 \div 8 = 15$

$15 \times 4 = 60$
.....

㉕

$$120 - 60 = 60$$
 (上の4つの式を消す)

T では、すこしおたずねしましょう。

消した式は、その式がまちがいだということがわかったからなんですね。

P はい。

T その式のことで、ききたいことがあるのですが。

$120 \div (4 + 2) = 20$ の20を、きみは何だと考えていましたか。

P りんごと、なつみかんの1個の値段を同じにしてから……………。

T では、この20は、りんご1個の値段ですか。なつみかん1個の値段ですか。どちらでもないのですか。

P どちらでもない。

T そうですね。

では、 $4 \times 2 = 8$ というのは？

P りんご1個の値段をだそうとして、なつみかん1個の値段は、りんご1個の値段の2倍だから、りんご4個を2倍しました。

T そこをもうすこし説明してください。

P ——

(以下 省略)

上の記録の㉞の式を見ると、 \bar{P}_{33} は、りんご1個の値段と、なつみかん1個の値段のちがいに気づいていないようにみえる。しかし、㉜や㉝の応答を見ると、値段のちがいを把握している。㊸の応答を見ると、 \bar{P}_{22} は、この問題の正しい解き方に気づいたようにも思われたが、明確な説明を得ることはできなかった。

第2次調査で、数量間の関係を部分的には正しく把握していながら、それを総合的に把握して、正しい演算に結びつけることができなかった子どもは、次のとおりである。

下位群 —— P_{16} P_{22} P_{24}

中位群 —— \bar{P}_{33}

これまでの分析の結果から、第1次調査および第2次調査において、数量間の関係を正しく把握できた人数と、できなかった人数を、下位群と中位群に分けてまとめると、(表10)および(表11)のようになる。

(表10) 数量間の関係の把握

(第1次調査)

	正	誤	計
下位群	2	16	18
中位群	10	8	18
計	12	24	36

(数値は人数を示す)

(表11) 数量間の関係の把握

(第2次調査)

	正	誤	計
下位群	1	17	18
中位群	9	9	18
計	10	26	36

(数値は人数を示す)

上の表にあらわれた数値について、下位群と中位群の差をみると、第1次調査では5%の危険率で、第2次調査では1%の危険率で、それぞれ差が認められた。このことから、 Q_1 および Q_3 について、下位群は中位群に比べて問題の数量間の把握のし方が劣っているといえる。

② 問題解決における類推

第1次調査における Q_1 と Q_2 、第2次調査における Q_3 と Q_4 は、それぞれ類似の問題であることは、すでに述べたとおりである。だから、 Q_1 を解くときの子どもの数量間の関係の把握のし方が、より一般的な把握のし方であれば、つづいて Q_2 を解こうとするときに、 Q_1 で用いた解き方を用いることが容易であるはずである。 Q_3 と Q_4 についても同じことがいえる。このような、2つの問題の類似性を見つける思考——類推がどのようににはたらくか、ということは、学習指導にとって大きな意味をもつ。つまり、ある類型の問題の解き方を指導しようとするとき、ある子どもが、1～2の問題の解き方を学習することによって、その類型の問題の解き方を習得し、他のある子どもが、もっと多くの問題について学習したあとでなければ、その類型の問題の解き方を習得することが困難であるとすれば、教師は、両者に対して異なった学習指導を行わなければならないのである。

個人面接による調査では、原則として、第1次・第2次ともに2つの問題を解かせた。すると、ある子どもは、1つめの問題を解くときにながりの助力を必要としても、2つめの問題はどの助力をも受けずに解いてしまった。また、ある子どもは、1つめの問題についても、2つめの問題についても、かなりの助力を必要とした。その概要は、(表8) および (表9) に示したとおりである。このようなちがいが生まれる原因はいろいろであろうが、その最も大きなものは類推のはたらしき方であろうと思われる。

そこで、個人面接による調査の過程を分析することによって、下位群と中位群の類推のはたらしき方を比べてみた。

まず、1つめの問題(注)を解くことができた子どもについて、2つめの問題を解くことができたかどうかを調べてみると、(表12) および (表13) のとおりであった。

(表12) 2つめの問題の正誤
(第1次調査)

	正	誤	計
下位群	8	1	9
中位群	15	2	17
計	23	3	26

(表13) 2つめの問題の正誤
(第2次調査)

	正	誤	計
下位群	2	7	9
中位群	13	3	16
計	15	10	25

注 ここで、「1つめの問題」というのは、第1次調査の P_{22} 、 P_{23} 、 \overline{P}_{14} 、 \overline{P}_{15} を除いて、第1次調査では Q_1 、第2次調査では Q_3 である。 P_{22} 、 P_{23} 、 \overline{P}_{14} 、 \overline{P}_{15} については、第1次調査の「1つめの問題」は Q_2 である(表8参照)。

これらの表について、下位群と中位群の差を調べると、第1次調査では差が認められず、第2次調査では5%の危険率で差が認められた。

Q_1 と Q_2 は、問題場面がどちらも「お金を兄と弟に分ける」ことであり、数量間の関係もたいそう似ているが、 Q_3 と Q_4 は、問題場面が、「りんごとなつみかんを買う」ことと、「てんらん会の入場

料」であるので、このようなちがいがあらわれたのであろう。

次に、1つめの問題を解くことができた子どもについて、1つめの問題と2つめの問題についての助力の程度と子どもの2つめの問題に対する応答の正誤の関係をみると、(表14) および(表15)のとおりであった。

(表14) 助力の程度と応答の正誤

(第1次調査)

	一 つ め の 問 題	二 つ め の 問 題	下 位 群		中 位 群	
			応 答		応 答	
			正	誤	正	誤
助 力 の 程 度	a-a		1		10	
	a-b		1			
	a-c					
	b-a				3	
	b-b		2			
	b-c					1
	c-a		2		2	
	c-b					
	c-c		2	1		1
	計		9		17	

(表15) 助力の程度と応答の正誤

(第2次調査)

	一 つ め の 問 題	二 つ め の 問 題	下 位 群		中 位 群	
			応 答		応 答	
			正	誤	正	誤
助 力 の 程 度	a-a				4	
	a-b					
	a-c					
	b-a				2	
	b-b					
	b-c					
	c-a		1	2	4	
	c-b		1	2	2	
	c-c			3	1	3
	計		9		16	

注

a…………助力を与えなかったことを示す。

b…………解き方や結果の誤りを指摘する程度の助力を与えたことを示す。

c…………解くための観点を与えるなど、bを上回る程度の助力を与えたことを示す。

上の(表14)について、中位群の子どもの問題の解決と助力の関係をみると、10人は、1つめの問題を解くときも、2つめの問題を解くときも、助力を与えられないで解決している。3人は、1つめの問題を解くときには助力を必要としたが、2つめの問題を解くときには助力を与えられないで解決している(b-a)。2人は、1つめの問題を解くときにはかなりの助力を必要としたが、2つめの問題を解くときには助力を与えられないで解決している(c-a)。他の2人(b-cおよびc-c)は、2つめの問題を解くことができなかった。このようにみえてくると、中位群で、1つめの問題を解くときより、2つめの問題を解くときに、問題を解く力が著しく高まったとみられる子どもは、b-aの3人と、c-aの2人である。これに対して、下位群で、1つめの問題を解くときより、2つめの問題を解くときに、問題を解く力が著しく高まったとみられる子どもは、c-aの2人だけである。しかし、両

群の人数がちがうので、上の結果から、中位群のほうが類推のはたらきがすぐれているとはいえない。

次に(表15)について調べると、中位群では、1つめの問題を解くときより、2つめの問題を解くときに、問題を解く力が著しく高まったとみられる子どもは、 $b-a$ の2人、 $c-a$ の4人、 $c-b$ の2人、合計8人である。とくに、 $c-a$ の4人が目だっている。これに対して、下位群で、1つめの問題を解くときより、2つめの問題を解くときに、問題を解く力が著しく高まったとみられる子どもは、 $c-a$ の「正」の1人と、 $c-b$ の「正」の1人、合計2人だけである。

次に，第2次調査においてのc-aの具体例をあげる。

<8> \overline{P}_{24} に対する第2次調査の記録

T この問題を解いてください。

Q₃ りんご4個と、なつみかん2個を買うと、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

P

.....

$120 \div 6 = 20$

$20 \times 2 = 40$

$40 \times 2 = 80$

答 なつみかん 40円

.....

答 りんご 20円

これでいいと思います。

T では、答えを確かめてみましょう。

りんご 4個でいくらになりますか。

P 80円

T なつみかん 2個でいくらになりますか。

P 80 田

T 合計すると，いくらになりますか。

P 160円。あ、まちがいました。

T どこがまちがったのでしょうか。

P _____

T この問題のだいじなところを見落としているのではないでしょうか。

P _____

T どこがだいじだと思えますか。

P なつみかんの値段が，りんごの値段の2倍だということ。

T それが大いじなことですね。それを見落としたために、 $120 \div 6$ としてしまったのでは
ありませんか。

P —

T 同じ値段のものが6個で120円ならば、120円を6でわればいいですが、りんごと、なつみかんは、値段がちがうのですから、6でわっても、りんごの値段や、なつみかんの値段はでないのです。わかりますか

P はい。

T では、もう一度やってください。

P

$$\begin{array}{r} \vdots \\ 120 \div 4 = 30 \\ \vdots \\ 120 \div 2 = 60 \end{array}$$

T そこで、やめてください。

120 ÷ 4は、何をだす式ですか。

P りんごが4個だから、120円を4でわりました。

T すると、120 ÷ 2は、なつみかん2個でわったのですか。

P はい。

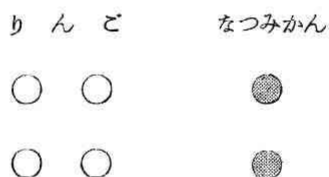
T ところが、120円は、りんご4個だけの値段ではないし、また、なつみかん2個だけの値段でもないのですよ。りんご4個の値段が120円なら、120 ÷ 4で、りんご1個の値段がでるのですが……。

では、この図(A)を見てください。

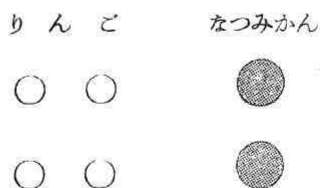
りんご4個と、なつみかん2個がありますね。これは、りんごの大きさと、なつみかんの大きさが同じにかいてありますね。

この図(B)を見てください。この図では、なつみかんのほうが大きくかいてあります。どうしてそうしたのだと思いますか。

(A)



(B)



P なつみかんの値段が、りんごの値段の2倍だからです。

T そうなのです。

この図(A)では、りんごとなつみかんを同じ大きさにかいたのは、同じ値段のつもりなのです。このように、りんごと

なつみかんの値段が同じであれば、120円を6でわると、1個の値段がでますね。ところが、この問題は、この図(B)のように、なつみかんの値段が、りんごの値段より高いのです。

どんな計算をしたらいいでしょうか。

P ———

T なつみかん1個の値段は、りんご1個の値段の何倍でしょうか。

P 2倍です。

T そのことから考えられませんか。

P ———

数が同じになります。

T もうすこしよく説明してください。

P (図Bのなつみかんを指して) これをわれはいい。

T わると、どうなるの？

P りんご1個ぶんになります。

T 説明をつづけてください。

P なつみかんを2つにわると、りんご4個ぶんになって、全部で8個になります。それで、
120を8でわります。

T 120を8でわると何がでるの？

P 1個の値段。

T 何の1個の値段ですか。

P りんご。

T そうですね。

では、問題をおしまいまで解いてください。

P
.....
120 ÷ 8 = 15
.....
15 × 2 = 30
.....
答 りんご 15円
.....
答 なつみかん 30円

T では、問題をもう1つ解いてください。この問題です。

Q₄ あるてんらん会の入場料は、おとなが子どもの3倍です。おとな2人と子ども3人の入場料の合計が180円でした。おとな1人と、子ども1人の入場料は、それぞれいくらですか。

P
.....
180 ÷ 9 = 20
.....
20 × 3 = 60
.....
答 おとな 60円
.....
答 子ども 20円

T 解き方を説明してください。

P おとな1人ぶんで子ども3人ぶんだから、おとな2人ぶんで子ども6人ぶん、6人ぶんに3人ぶんをたすと9人ぶんになるから、180を9でわると、子ども1人ぶんがでます。それを3倍すると、おとなのぶんになります。

\bar{P}_{24} が最初に立てた式⑦を見ると、この子どもは、なつみかん1個の値段が、りんご1個の値段の2倍であることに気づいていないのかとも思われるが、④の式を見ると、そのことに気づいていることがわかる。しかし、なつみかん1個がりんご2個ぶんである、というあたりでは把握していないらしく、正しい式を立てることができない。指導を受けたあとで立てた⑧の式などを見ると、問題の全体的な把握ができていないことがわかる。

この子どもが、④のところで、「なつみかんを2つにわる」ことに気づいたあとは、つまりかずに Q_3 と Q_4 を解いてしまった。

第2次調査では、中位群のほうにこのような子どもが目だったのである。それに比べて、下位群では、1つめの問題を解くことができて、2つめの問題でも、また、かなりの助力が必要であったり、助力を与えた結果、解くことができない子どもも多かった。

1つめの問題を解いたあとで、2つめの問題を解こうとするとき、これらの2つの問題の類似性を把握することができれば、2つめの問題を解くことが容易になる。個人面接による調査の記録を見ると、問題の類似性に気づいて、まえの問題と同じやり方で解こうとしているようすをしばしば見ることができる。次の記録は、その1例である。

<9> \bar{P}_{33} に対する第2次調査の記録の一部

(Q_3 を解くまでの部分 省略)

T では、もう1つ問題を解いてください。この問題です。

Q_4 あるてんらん会の入場料は、おとなが子どもの3倍です。おとな2人と子ども3人の入場料の合計が180円でした。おとな1人と、子ども1人の入場料は、それぞれいくらですか。

P	$180 \div 9 = 20$ $20 \times 3 = 60$ <p>答 子ども 20円</p> <p>答 おとな 60円</p>
---	--

T 解き方を説明してください。

P さっきと同じように、おとな1人の入場料は、子ども1人の3倍だから、180円で子ども何人がはいれるか確かめて、子ども1人の入場料をだして、それから、おとなは子どもの3倍だから、20円を3倍しました。

⑦

\bar{P}_{33} が、 Q_3 と Q_4 の問題の構造が同じであることを把握し、 Q_3 を解いた解き方で Q_4 を解こうとしたことは、⑦の「さっきと同じように」ということばによってうかがうことができる。

ところが、この問題の類似性の把握が不じゅうぶんであると、問題の「わかっている数量」を、自分が理解したワクの中へおし込んだ式を作ろうとする。次の記録はその1例である。

<10> P_{31} に対する第2次調査の記録の一部

(Q_3 を解くまでの部分 省略)

T では、もう 1 つ問題を解いてください。この問題です。

Q4 あるてんらん会の入場料は、おとなが子どもの3倍です。おとな2人と子ども3人の入場料の合計が180円でした。おとな1人と、子ども1人の入場料は、それぞれいくらですか。

P

180 ÷ 9 = 20

20 × 3 = 60

答 おとな 20円

答 子ども 60円

T では、解き方を説明してください。

P 180円は入場料の合計。9は、子ども3人の3倍で9。

T どうして子ども3人を3倍したの？

P おとなが子どもの3倍だから。

T おとなが子どもの3倍だったら、 3×2 になるんじゃないの？

P

(以下 省略)

上の⑦や⑩をみると、 P_{31} は、「何かを何倍かしたものであればよい」ということを考えているらしいことがわかる。このように問題の類似性を不じゅうぶんなかたちで把握した子どもは第2次調査にみられた。それは、次の子どもである。

下位群—— P_{12} P_{25} P_{31}

中位群—— \bar{P}_{15} \bar{P}_{25} \bar{P}_{32} \bar{P}_{35} \bar{P}_{36}

これを見ると、中位群のほうが多い。これは、2つめの問題(Q₄)を解こうとした子どもが、中位群に多かったからでもある。それとともに、たとえ不じゅうふんにしても、問題の類似性を把握しているということから考えれば、この結果は順当な結果であるとみるべきであろう。

③ 問題に対する構え方

わたくしたちが、子どもに、文章題を解かせようとするとき、わたくしたちが、子どもに期待している問題解決の過程は、問題を読む——「この問題はこうすれば解ける」と見通しをたてる——見通しにしたがって立式する——計算する——答えをだす——答えを吟味する、のようになるであろう。

多くの子どもは、上に述べたような順序で、問題を解こうとしているように思われる。ところが、問題の解き方がわからないとき、または、問題の解き方に自信がもてないとき、子どもは、次のようなことをする。

④ 計算をしてみてから，その計算にそった式を立てる。

⑤ 答えに適当な数値をあてはめてみて、その数値が問題に合うことがわかると、それに合った式を

立てる。

- ㉔ 答えに適当な数値をあてはめてみて、その数値が問題に合うことがわかると、それを答えにする。
式は立てない。

上の㉔の解き方は、自分のたてた見通しに自信がもてないときなどに行なわれやすい方法で、答えがわかってから、答えが正しいことによって解き方が正しいことを認めようとする傾向におちいりやすい。
㉔や㉔は、答えを手さぐりで求めようとする方法であって、多くの場合、わたくしたちが期待している、問題を解決する力の向上があまり期待できない方法である。

次の記録は、上の㉔または㉔と思われる例である。

<11> \overline{P}_{26} に対する第1次調査の記録の一部

T この問題を解いてください。

Q₁ 1800円を兄と弟に分けるのに、兄には弟より500円多くなるようにしたいと思います。どのように分ければよいでしょうか。

P
.....
1800÷2=900
900-500=400
900+500=1400
.....
答 弟 400円
.....
答 兄 1400円

T では、解き方を説明してください。

P 1800を2は900、900ひく500は400、弟は400円で、900たす500は1400で、兄は1400円

T その答えでいいでしょうか。

P —— 同じように分ければ、兄は弟より500円多くならないでしょう。だから500円をひきました。

T それで、兄は1400円もらって、弟は400円もらったのですね。

P はい。

T それで、問題にあるように兄が弟より500円多くなっているでしょうか。

P あ、ちがう。

T では、もう一度やってください。

P ——

へんだなあ。

T どうしてへんですか。

P いま、ちがいが1000円だから、400円に順にたしていけば、ちがいが500円になるはずでしょう。それなのにならなかった。

(以下 省略)

㉔

㉔

\bar{P}_{26} は、最初の解き方がまちがいだとわかってから、㉑のところ、テスト用紙に、うすく数字を書いていた。そして、㉑の発言をした。この子どもは、答えがわかったら、立式しようと考えていたのであろう。

\bar{P}_{26} の場合は、上の㉑の発言によっても、子どもの問題に対する構え方を知ることができるが、他の多くの子どもの場合は、㉑、㉒、㉓についての行動の内容を記録に残すことは、多くの場合困難である。子どもが、立式する前に試みに行なう計算や数字を、うすく、小さく、粗雑に書くことが多く、しかも、それをすぐに消してしまう（注）からである。その子どもにも、それが問題解決の本筋をはなれた行動であるということがわかっているからなのであろう。

（注）テスト用紙に書いた文字などを消さないように指示して調査をすることもできるが、そのような指示を与えると、子どもが、テスト用紙に文字などを書くのに慎重になりすぎると思われたので指示しなかった。

それで、他の多くの子どもについては、㉑、㉒、㉓についての行動が見られたかどうかだけ、調査者のノートに記録されている。その記録によって、これらの行動が見られた子どもを示すと、（表16）および（表17）のようになる。

（表16） 計算してから立式したり、手さぐりで答えをだした子ども

（第1次調査）

C_1				C_2				C_3			
P_{11}		\bar{P}_{11}		P_{21}		\bar{P}_{21}		P_{31}	×	\bar{P}_{31}	
P_{12}	×	\bar{P}_{12}		P_{22}		\bar{P}_{22}		P_{32}		\bar{P}_{32}	
P_{13}	×	\bar{P}_{13}		P_{23}	×	\bar{P}_{23}		P_{33}	×	\bar{P}_{33}	
P_{14}	×	\bar{P}_{14}	×	P_{24}	×	\bar{P}_{24}		P_{34}		\bar{P}_{34}	
P_{15}	×	\bar{P}_{15}	×	P_{25}	×	\bar{P}_{25}		P_{35}		\bar{P}_{35}	
P_{16}	×	\bar{P}_{16}		P_{26}		\bar{P}_{26}	×	P_{36}	×	\bar{P}_{36}	

計 下位群 11人 中位群 3人

（表17） 計算してから立式したり、手さぐりで答えをだした子ども

（第2次調査）

C_1				C_2				C_3			
P_{11}		\bar{P}_{11}		P_{21}		\bar{P}_{21}		P_{31}		\bar{P}_{31}	
P_{12}	×	\bar{P}_{12}		P_{22}		\bar{P}_{22}		P_{32}		\bar{P}_{32}	
P_{13}	×	\bar{P}_{13}	×	P_{23}	×	\bar{P}_{23}		P_{33}	×	\bar{P}_{33}	
P_{14}		\bar{P}_{14}		P_{24}	×	\bar{P}_{24}		P_{34}		\bar{P}_{34}	
P_{15}		\bar{P}_{15}		P_{25}	×	\bar{P}_{25}		P_{35}	×	\bar{P}_{35}	
P_{16}	×	\bar{P}_{16}	×	P_{26}		\bar{P}_{26}	×	P_{36}	×	\bar{P}_{36}	

計 下位群 9人 中位群 3人

このように、第1次調査・第2次調査ともに、下位群の人数が中位群の人数より多い。それとともに注目しなければならないことは、第1次調査と第2次調査のどちらにも×のついている子どもが多いこ

とである。その子どもは、次のとおりであり。

下位群—— P_{12} P_{13} P_{16} P_{23} P_{24} P_{25} P_{33} P_{36}

中位群—— \bar{P}_{26}

これらの子どもは、計算を試みてから立式したり、答えをみつけてから式を立てるような傾向をもっているのかもしれない。

上にあげたような解き方は、下位群の子どもにだけ顕著にみられることであろうか。そうではなく、問題がむずかしければ、中位群の子どもにも上位群の子どもにもあらわれる行動であろう。それは、わたくしたちの経験から容易に推察できることである。

手さぐりで答えをみつけてから立式するという順序で問題を解いた子どもの多くは、そのような解き方が正しくないことを知っているようであった。そのことはすでに述べた。しかし、一部の子どもは、結果から理屈を考えたり、結果が正しければそれでいいと考えたりしているようである。

次の記録はその1例である。

<12> P_{35} に対する第2次調査の記録

T この問題を解いてください。

Q₃ りんご4個と、なつみかん2個を買うと、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

P : ~~$120 \div 6 = 20$~~

 :

 : $120 \div 4 = 30$

 : $30 \div 2 = 15$

 : $15 \times 2 = 30$

 : 答 りんご 15円

 : 答 なつみかん 30円

⑦

T では、解き方を説明してください。

P まず、合計の120円を、りんごの数だけでわって……。

⑧

T そこでおたずねしましょう。120円は、りんご4個と、なつみかん2個の値段なのに、どうしてりんごの数だけでわるの？

P _____

T わり算をするのは、たとえば、「ノートを4さつ買ったなら、80円でした。1さついくらでしょう。」というようなとき、 $80 \div 4$ とするのでしょうか。

P はい。

T だから、もし、りんご4個で120円だったら、1個の値段は $120 \div 4$ でみつけれますが、この問題は、りんご4個と、なつみかん2個の合計が120円なのですから、120

を4でわって、りんご1個の値段がでるでしょうか。

P ———

T $120 \div 4 = 30$ の30は何ですか。

P ——— りんご2個ぶん。

T りんご1個が15円なら、30円はりんご2個ぶんにちがいありませんが、りんご1個が15円だということは、まだわからないでしょう。

P ———

T 1個15円だということが、どうしてわかったの？

P あてはめてみた。

T そうですか。

120を4でわると、なぜりんご2個ぶんの値段になるの？

P ———

T もう一度考えてみますか。

P はい。

T 「なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。」ということがだいじですよ。

P \vdots $120 \div 6 = 20$

T さっきも、 $120 \div 6 = 20$ と書いて消しましたね。いま、また、 $120 \div 6 = 20$ と書きましたね。さっきは、なぜ消したの？

P 答えが20になるでしょう。それで4個だから80円でしょう。あと40円しか残らないから、2倍にならないでしょう。

(以下 省略)

上の④の発言をみると、 P_{35} は、まず答えを手さぐりでみつけたことがわかる。だから、⑦の発言は、「りんご1個が15円だから」という理由に基づいているだけである。④のところで、⑦の式の説明をしているが、それも、1個の値段がわかってからつけた理屈だと思われる。この子どもの考え方が最もよくあらわれているのが④の発言内容である。④の内容が②を裏付けている。

この例のように、結果から理屈を考えたり、結果が正しければそれでいいと考えたりしているようすのはっきりあらわれたのは、 P_{16} 、 P_{23} 、 P_{35} —— いずれも第2次調査——であった。

④ 思考の連続と転換

問題の解き方について指導するとき、教師は、論理的な筋道にそって指導しようとしているが、指導を受ける子どものほうでは、その筋道を理解することができないため、思考が連続していないことがある。教師のほうでは、「……は……である。だから……は……になる。それを……と考えると、……」のように指導を進めていても、子どものほうでは、一つ一つの問題場面の関連を把握していないのである。このような子どもの状態は、見方を変えれば、「新しい事態を受けつけない」または「思考の転換

が困難である」といわれる状態である。

このことについての事例を示そう。

<15> P₂₄に対する第2次調査の記録の一部

T この問題を解いてください。

Q₃ りんご4個と、なつみかん2個を買うと、合計120円です。なつみかん1個のねだんは、りんご1個のねだんの2倍です。りんごとなつみかんのそれぞれ1個のねだんはいくらですか。

P —— (ながく)

T この問題で、気をつけなければいけないところはどこでしょうか。

P りんご4個と、なつみかん2個と、合計の120円と、なつみかんの値段が2倍のところ。

T そうですね。

もし、りんご1個の値段と、なつみかん1個の値段が同じだったら、この問題を解くことができますか。

P はい。

T どうします。

P わり算をします。

T 何を何でわるの？

P 120を4でわる。

T 4でわるの？

P あ、2だ。

T 2でわるの？なぜですか。

P —— りんごだけの式ですか。

T りんごだけの式ができますか。

P はい。

T りんご4個と、なつみかん2個を買ったら、120円になったのですよ。

P 6で120円をわります。

T そうですね。

この問題は、そのやり方でできますか。

P できません。

T どうしてですか。

P なつみかんの値段が、りんごの値段の2倍だから。

T そうですね。

では、もうすこし考えてみましょう。

P —— (ながく)

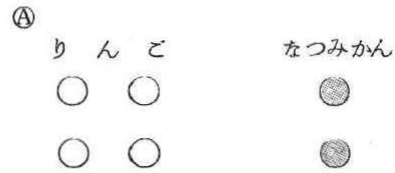
㊦

㊩

㊨

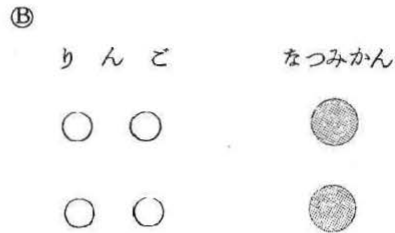
㊤

T では、この図(A)を見てください。りんごとなつみかんの大きさは、値段をあらわしています。この図では、さっきしたように値段がみんな同じですから、120を6でわれば、1個の値段がでますね。



P はい

T この図(B)を見てください。この図では、なつみかんが大きいかいてありますね。これは、なぜわかりますか。



P なつみかんが高いから。

T そうですね。この問題に合っているのはA図でしょうか。B図でしょうか。

P Bです。

T そうですね。

B図を見て考えてください。なつみかん1個の値段は、りんご1個の値段の2倍ですよ。

P あ、わかりました。

T わかったことをいってください。

P なつみかんの値段は、りんごの値段の2倍になっているから、120を4でわって……。 ㊦

T 4でわるわけは？

P りんご4個でしょう。だから、 $120 \div 4 = 30$ で、なつみかんが2倍だから、60円になる。 ㊧

T そうでしょうか。

もう一度A図を見てください。りんご1個と、なつみかん1個の値段が同じだったらどうするのですか。どうすれば、1個の値段がでるのですか。

P 120を6でわる。

T そうでしたね。

B図を見てください。なつみかん1個の値段は、りんご1個の値段の2倍ですよ。

どうかしたら、りんご1個か、なつみかん1個の値段がでないでしょうか。

P ———

T では、この図(C)を見てください。

120円もって、くだもの屋に行って、はじめにりんごを4個買って、それからなつみかんを買おうと思ったのだけれど、それをやめて、また、りんごを買うと、りんごを、もう何個買うことができるでしょうか。

P 3個。

T どうして3個になるの？

P 120を4でわった。

T 120を4でわるというのは、りんご4個で120円なのですか。

P —— ちがいます。

(以下 省略)

㊦

P₂₄と調査者の対話㊦, ㊧, ㊨をみると、調査者が被除数と除数をたずねたのに対して、P₂₄は、合計額をりんごの個数またはみかんの個数でわることによって、それぞれの1個の値段を求める方法を答えている。もちろん、これは誤りである。P₂₄は、すぐその誤りに気づいたらしく思われる。それは㊩の応答によって知ることができる。その後、図による指導を行なうが、㊪および㊫の応答をみると、また、 $120 \div 4$ という計算をしようと考えている。そのことは、㊬にもあらわれている。このように、P₂₄の場合は、同じ誤りが何回もあらわれるのである。

P₂₄にみられたことと似た行動として、次のようなものがある。

- 同じような誤りをくりかえす。
- 教師が、問題場面の転換を図っても、それについていけない。
- 同じことをくりかえして教えなければ身につかない。

個人面接による調査において、上に示したようなあらわれのみられた子どもは次のとおりである。

第1次調査 下位群 — P₁₁ P₂₃ P₂₄ P₂₅ P₂₆ P₃₃ P₃₄

中位群 — P₃₃

第2次調査 下位群 — P₁₁ P₁₃ P₁₄ P₁₅ P₂₁ P₂₂ P₂₄ P₂₆ P₃₂

中位群 — P₁₄ P₁₆ P₃₁ P₃₅

上の結果について、下位群と中位群の差をみると、第1次調査については、5%の危険率で差が認められ、第2次調査については、5%の危険率で差が認められなかった。このことから、下位群は中位群に比べて、論理的に思考を進める力が劣っているといつてよいであろう。

IV 研究のまとめ

これまで、主として、算数の学業成績の劣る子どもの文章題を解くにあたっての思考の特徴について述べてきた。ここでは、それらをまとめながら、これらの子どもに文章題を指導するときの指導の要点について、個人面接による調査の結果わかったことを述べることにする。

1 数量間の関係を総合的に把握することができない。

学業成績の劣る子どもの思考の特徴の一つは、問題の数量間の関係を総合的に把握することができないことである。ある条件にばかり目をうばわれて他の条件を見落とししたり、いくつかの数量間の関係をばらばらに把握したりするなどがこの例である。

これに対して、次のような点に留意して指導を進めなければならないと考える。

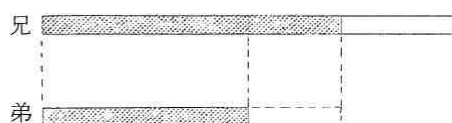
a 個人面接による調査の記録を見ると、学業成績の劣る子どもの多くは、面接者（指導者）から多くの助力を与えられて、やっと Q_1 、 Q_3 などの問題の答えをだしている。問題を「解いた」とはいえない状態である。だから、学業成績の劣る子どもに対しては、数量間の関係の単純な問題を与えなければならないと考える。

b 子どもの考えに合った考え方・解き方をまず教えることがたいせつである。 Q_1 を例にすると、学業成績の劣る子どもの多くは、1800円をまず2等分してから500の差をつける考え方に気づいている。このような子どもの傾向を指導にとり入れることがたいせつである。

c 個人面接による調査では、自力で問題を解くことができなかった子どもに対して、図を見せたり、おはじきを操作させたりした。これらの助力によって、問題を解くことができた子どももあり、数量間の関係の把握のし方に進歩のみられた子どももあった。しかし、数量間の関係の把握のし方に進歩のみられない子どももあった。たとえば、 Q_1 において、

弟から兄に500円やれば差が1000円になることはわかっている子どもに図Cを見せたとき、弟から兄に250円やればよいことに気づかない子どもや、 Q_1 において、おはじきを与えても、それを自由に操作できない子どもがあったことである。これらのことから、次のようなこ

◎



とが推測できるように思われた。それは、図を見たり、おはじきを操作したりすることによって、問題の数量間の関係を把握することができた子どもは、「もうすこしでわかるような状態にあった子ども」ではなかったか、ということである。もうすこしでわかるような状態にある子どもは、図を見ることによってわかるようになるが、そうでない子どもには、図を見ることがあまり役だたないのではないと思われるのである。具体物を操作することについても同じような推測をもつのである。

d 学業成績の劣る子どもの中には、与えられた条件のうちの一部分にだけ着目して、他の条件を見落とす子どもがいる。このような子どもに対しては、問題解決のはじめの段階で、与えられた条件を見落とさないような助言を与えなければならない。「わかっていることは何ですか」などという問いかけがふつう行なわれている。個人面接による調査では、「この問題のだいじなところはどこですか」「気をつけなければいけないところはどこですか」などともいっている。

e 学業成績の劣る子どもの中には、「まわりみち」の考え方をする子どもがいる。たとえば、 Q_1 において、 $120 \div 8 = 15$ として、りんご1個の値段がわかってから、

$15 \times 4 = 60$ $120 - 60 = 60$ $60 \div 2 = 30$ として、なつみかん1個の値段を求めるような考え方である。学業成績の劣る子どもに対しては、このような「まわりみち」の考え方もじゅうぶんに認めて指導にあたるべきである。

f 学業成績の劣る子どもの中には、基本的な四則の意味の理解が不じゅうぶんな子どもがいる。 Q_1 において、 1800×500 としたり、 Q_3 において、 $120 \div (4 + 2)$ とする子どもである。これらの子どもは、かけ算やわり算の意味を理解していないとみることができる。

低学年から、文章題などの指導を通して、四則の意味をじゅうぶんに理解させなければならない。

2 問題の構造の類似性に気づかない。

学業成績のふつうの子どもに比べると、学業成績の劣る子どもは、同じ類型の問題についてその類似性を見ぬく力が劣っている。問題の数値が変わったり、問題場面や素材が変わったりすると、もう同じ類型の問題として認めることができなくなってしまう。

これに対して、次のような点に留意して指導することがたいせつである。

- a 同じ構造をもっている問題があるとき、子どもがそれを見ぬくことができないのは、問題の数値や問題場面が似ていないため、それにまどわされてしまうのであるから、学業成績の劣る子どもには、問題場面が同じで数値の異なる問題や、数値が似ていて問題場面の異なる問題などを提出して、子どもの問題の構造の類似性についての理解を深めるようにしたい。
- b 学業成績のふつうの子どもが、同じ類型の問題を2～3題解くことによって、その類型の問題の構造を把握できる場合、学業成績の劣る子どもは、もっと多くの問題を経験しなければ、問題の構造を把握できないであろう。指導にあたっては、このことを念頭において計画を立てるべきである。
- c 問題の構造を把握させるための指導法として、図を見せて考えさせること、図をかかせることなどの方法がとられている。ときには、具体物を教師が操作したり子どもに操作させたりして考えさせる方法も用いられている。個人面接による調査では、図を見せて考えさせること、具体物を子どもに操作させて考えさせることの2つの方法を取りあげた。その結果の概要はすでに述べたとおりである。

なお、図を見せて考えさせることや、具体物を教師が操作してみせることは、子どもに図をかかせたり、具体物を操作させたりすることに比べて、教師が子どもに多くのことを教えている。つまり、子どもが図をかいたり、具体物を操作することを教師が代わってしてやっているのである。さらにいけば、図を見せることは明らかに内容をもった「助力」であるが、「図をかいて考えてごらん」というのは、形式的な助言であるといえる。具体物についても同様なことがいえよう。

3 答えを手さぐりで求めてから立式しようとする。

わたくしたちが、子どもに文章題を解かせるねらいは、子どもが、数学的な考え方を用いて問題を解く力を伸ばすことである。だから、子どもが、問題に対して、「こうすれば答えが求められるはずである」という見通しをもって解決にあたることを期待している。また、「答えが問題にあてはまったから解き方が正しかった」のではなく、「解き方は正しいのだから、答えも正しいはずである」という姿勢が子どもの中に育っていくことを期待している。

しかし、学業成績の劣る子どもの中には、答えが問題にあてはまるかどうか調べてから立式しようとする子どもが多い。だから、得られた答えから逆に式の意味づけをしようとする子どももあらわれている。このような場合、文章題を解かせるねらいは、ほとんど達せられていないといってよい。さらに、このような状態をくりかえすことによって、子どもを、文章題を解かせるねらいの反対の方向に追いやってしまうことになりかねないと思う。

次のような点に留意して指導にあたりたいと思う。

- a 子どもの能力に合った問題を与えるようにしなければならない。子どもの能力では解くことの著し

く困難な問題を与えると、その子どもは、上に述べたような行動をとりやすくなるのである。

- b 図や具体物による助力を必要に応じて与えて、子どもの考え方を伸ばすようにする。このことについては、すでにしばしば述べている。
- c 文章題を解く過程のはじめの段階で、教師と子どもが問題の解き方についての見通しを話し合う時間をもって、子どもが自信をもって立式できるようにしてやることも効果がある。
- d 子どもが、問題の解決過程を理由づけていえるように指導することがたいせつである。

学業成績の劣る子どもに、その子どもが立てた式の説明をさせると、たとえば「まず、120円を2でわると、なつみかん2個の値段が60円になって、60円を2でわると、30円になって、なつみかん1個の値段です。……」のように、解決の順序だけをいう子どもがある。これに対して、「なぜ120円を2でわると、なつみかん2個の値段になるのですか。」のように質問して、子どもの考えを確かめながら、子どもの論理的な考え方を伸ばすようにすることがたいせつである。

4 何段階もの思考に耐えられない。思考の転換が困難である。

学業成績の劣る子どもは、思考がかたく、同じような誤りをくりかえしたり、はじめにもった考え方にいつまでもこだわったりする。また、教師が、問題内容について、要素を変更したり、ある状態を仮定したりして説明しても、その説明を関連的・継続的に理解することが困難である。

このような子どもに対して、次のように指導することがよいであろう。

- a コトバによって説明するだけでなく、図などを用いて理解させるようにする。
- b 教師の指導の途中において、子どもが理解したことをときどき確認し、教師と子どもの間にズレが起こらないようにしなければならない。
- c 思考の切り替えを必要とする場面を子どもにときどき与え、子どもの考えを伸ばすようにする。

お わ り に

この研究を実施するにあたり，研究協力校としてご協力をいただいた学校の職員ならびに児童に深く感謝の意を表するものである。ペーパー・テストによる調査の結果などのように学業成績などがはっきり表われているので，学校名をのせることを省略させていただくことにした。

この研究を担当したのは，片桐安治・大森忠勢で，研究の結果をまとめ，執筆したのは片桐安治である。

参 考 文 献

- 研究紀要第29集 算数・数学科における思考過程とその指導〔1〕 新潟県立教育研究所
研究紀要第36集 算数・数学科における思考過程とその指導〔2〕 新潟県立教育研究所
研究紀要第43集 算数・数学科における思考過程とその指導〔3〕 新潟県立教育研究所
研究紀要第51集 算数・数学科における学業成績の劣る子どもの
思考とその指導〔1〕 新潟県立教育研究所
メンチンスカヤ著 柴田義松他訳 算数教育の心理 (明治図書)
中野佐三他編 問題解決の心理 (牧書店)
ピアジェ著 波多野完治他訳 知能の心理学 (みすず書房)
松本順之著 算数教育の心理学的研究 (新光閣書店)
全国数学教育学会編 算数科の指導 (学芸図書)